



Universidade Federal de São Carlos
Campus Sorocaba

**ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM
HISTÓRIAS FANTÁSTICAS**

Licenciatura em Matemática

THALES SOARES

Sorocaba/SP, janeiro de 2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CAMPUS SOROCABA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

THALES SOARES

**ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
EM HISTÓRIAS FANTÁSTICAS**

Monografia apresentada ao Departamento de Física, Química e Matemática da Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba, para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientação: Prof. Dr. Geraldo Pompeu Jr.

Sorocaba
2019

Soares, Thales

Soares / Thales Soares. -- 2019.
215 f. : 30 cm.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação)-Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Pompeu Junior

Banca examinadora: Prof. Dra. Graciela P. Silveira, Prof. Dra. Cândida Nunes da Silva

Bibliografia

1. Resolução de problemas. 2. História fantástica. 3. Ilustração Digital. I. Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).

DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

Bibliotecário(a) Responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano – CRB/8 6979

THALES SOARES

ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM HISTÓRIAS FANTÁSTICAS

Monografia apresentada ao Departamento de Física, Química e Matemática da Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba, para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Sorocaba, 02 de janeiro de 2019.

Orientador

Prof. Dr. Geraldo Pompeu Junior

DFQM – UFSCar - Sorocaba

Examinador

Prof. Dra. Graciela P. Silveira

DFQM – UFSCar - Sorocaba

Examinador

Prof. Dra. Cândida Nunes da Silva

DComp – UFSCar – Sorocaba



Folha de aprovação

Thales Soares

"Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas
em Histórias Fantásticas"

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – *Campus* Sorocaba

Sorocaba, 30/01/2019.

Orientador

Prof. Dr. Geraldo Pompeu Jr.

Membro 2

Prof.ª Dr.ª Graciele P. Silveira

Membro 3

Prof.ª Dr.ª Cândida Nunes da Silva

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à todas as garotas do mundo que se chamam Raquel, principalmente à Raquel que conheci, e que é minha amiga.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que compartilharam comigo seus momentos durante estes anos que se passaram.

Ao meu irmão e à namorada dele, cujo apoio nesta jornada foi indispensável.

Ao meu pai, que escolheu a faculdade e o curso que eu fiz, e acreditou em meu potencial matemático.

À minha mãe, que não entende nada de matemática, mas me apoiou muito e leu este trabalho inteiro.

Ao orientador Prof. Dr. Geraldo Pompeu Jr. que teve fundamental papel na elaboração deste trabalho.

RESUMO

SOARES, THALES. Ensino da matemática através da resolução de problemas em histórias fantásticas. 2019. 215 f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, Sorocaba, 2019.

Este projeto de pesquisa consiste em uma história de fantasia e ficção científica, cuja narrativa se desenvolve conforme os alunos vão resolvendo os problemas e enigmas que surgem diante da personagem principal. A metodologia escolhida foi a de resolução de problemas, baseando-se nos conceitos de George Polya. O intuito deste projeto é tornar o ensino da matemática lúdico e atrativo, através de uma dinâmica de aprendizado diferenciada, tornando os conceitos e problemas matemáticos mais interessantes ao aluno, utilizando de animação digital, música e uma história fantástica cheia de aventuras. O projeto foi aplicado em uma turma de 6º ano no colégio E. E. Dr. Júlio Prestes de Albuquerque (Estadão). As atividades e a narração foram divididas em cinco capítulos, sendo cada capítulo aplicado em uma aula dupla, um capítulo por semana, ao longo de cinco semanas, totalizando dez horas/aulas. Os resultados foram colhidos e avaliados de forma quantitativa e qualitativa, sendo dispostos em tabelas de erros/acertos e, em alguns casos, a resposta do aluno foi analisada de forma mais individual. De forma geral, os alunos sentiram-se muito atraídos por toda a proposta. Empenharam-se bastante durante a resolução de cada um dos problemas e o resultado final foi satisfatório, mostrando o grande potencial de ensino-aprendizagem que existe em uma aula criativa e que foge do senso comum.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. História Fantástica. Ilustração Digital.

ABSTRACT

SOARES, THALES, Teaching math through solving problems in fantastic Stories. 2019. 215 p. Monography (Mathematics Graduation) – Federal University of São Carlos, *campus* Sorocaba, Sorocaba, 2019.

This research project consists of a story of fantasy and science fiction, which narrative develops as the students solve the problems and puzzles that arise in front of the main character. The chosen methodology was the Problem Solving, based on the concepts of George Polya. The aim of this project is to make teaching mathematics playful and attractive through a different learning dynamic, making mathematical concepts and problems more interesting for the student, using digital animation, music and a fantastic adventure story. The project was applied with a 6th grade class at the E. E. Dr. Júlio Prestes de Albuquerque (Estadão). The activities and narration were divided into five chapters, each chapter was applied in a double lesson, one chapter per week over five weeks, totaling ten hours/class. The results were collected and evaluated in a quantitative and qualitative way, arranged in error/hit tables and, in some cases, the student's response was analyzed in a more individual way. In general, the students felt very attracted to the whole proposal. They worked hard to solve each of the problems and the final result was satisfactory, showing the great teaching-learning potential that exists in a creative class that is out of the ordinary.

Keywords: Problem solving. Fantastic story. Digital illustration.

LISTA DE IMAGENS

FIGURA 1 – Exercícios de adição	30
FIGURA 2 – Exercícios de subtração	31
FIGURA 3 – Exercícios de multiplicação	31
FIGURA 4 – Exercícios de divisão	32
FIGURA 5 – Exercícios de quadrados perfeitos	33
FIGURA 6 – Exercícios de divisão por 2	33
FIGURA 7 – Problema da OBMEP	33
FIGURA 8 – Sequência com 2 elementos que se repetem	34
FIGURA 9 – Sequência com 3 elementos que se repetem	34
FIGURA 10 – Sequência com 2 elementos que se repetem	34
FIGURA 11 – Problema	35
FIGURA 12 – Nome com letra de forma	36
FIGURA 13 – Translação	37
FIGURA 14 – Reflexão	37
FIGURA 15 – Rotação	38
FIGURA 16 – Reflexão	38
FIGURA 17 – Rotação	39
FIGURA 18 – Mapa dos caminhos	40
FIGURA 19 – Árvore de possibilidades	42
FIGURA 20 – Raquel entediada	45
FIGURA 21 – Professor chamando atenção	46
FIGURA 22 – Raquel em casa	47
FIGURA 23 – Estrela cadente	49
FIGURA 24 – Estrela entrando	50
FIGURA 25 – Cadente	51
FIGURA 26 – Ensinando matemática	53

FIGURA 27 – Ensinando frações	54
FIGURA 28 – O desejo	56
FIGURA 29 – Tomando chá	57
FIGURA 30 – Conversando com a Lua	58
FIGURA 31 – Conselho da Lua	60
FIGURA 32 – Festa surpresa	62
FIGURA 33 – Furacão	64
FIGURA 34 – Raquel em pânico	65
FIGURA 35 – Floresta	67
FIGURA 36 – Animaizinhos da floresta	68
FIGURA 37 – Guaxinim	70
FIGURA 38 – Amigas patas	74
FIGURA 39 – Sequência de sapos	75
FIGURA 40 – Monstro chegando	76
FIGURA 41 – Desafiando o monstro	77
FIGURA 42 – Salvando a floresta	80
FIGURA 43 – Festa dos bichos	81
FIGURA 44 – Revelação do diabo	83
FIGURA 45 – Casa na floresta	84
FIGURA 46 – Encolhendo a casa	86
FIGURA 47 – Abrindo o portal	88
FIGURA 48 – Em outra dimensão	89
FIGURA 49 – Quadro de Escher	92
FIGURA 50 – Universo suíno	94
FIGURA 51 – Versões alternativas de Raquel e Cadente	96
FIGURA 52 – Raquel gótica	97
FIGURA 53 – Caixinha misteriosa	99

FIGURA 54 – O guardião de todas as dimensões	100
FIGURA 55 – Casa trocada	102
FIGURA 56 – Decoração de lama	103
FIGURA 57 – Limpando a casa	104
FIGURA 58 – Tomando bronca	106
FIGURA 59 – Quarto suíno	107
FIGURA 60 – Visita da Lua	108
FIGURA 61 – Caixinha de universos	111
FIGURA 62 – Centro do universo	114
FIGURA 63 – Caminhos aleatórios	115
FIGURA 64 – Chimpanzé escritor	116
FIGURA 65 – Teorema do macaco infinito	118
FIGURA 66 – Muitos macaquinhos	119
FIGURA 67 – Hotel de Hilbert	120
FIGURA 68 – Infinitos quartos	121
FIGURA 69 – Ônibus infinito	123
FIGURA 70 – Infinitos hóspedes	124
FIGURA 71 – Cadê a caixinha?	126
FIGURA 72 – A vingança do diabo	128
FIGURA 73 – Bolando planos	129
FIGURA 74 – Calculando probabilidades	130
FIGURA 75 – De volta à outra dimensão	132
FIGURA 76 – Portal do inferno	134
FIGURA 77 – Nas sombras do inferno	135
FIGURA 78 – Encarando Cérbero	136
FIGURA 79 – Derrotando Cérbero	138
FIGURA 80 – O salão principal	139

FIGURA 81 – Encontro com o diabo	140
FIGURA 82 – O jogo diabólico	142
FIGURA 83 – Frustração do diabo	144
FIGURA 84 – Escolha decisiva	145
FIGURA 85 – O mau perdedor	146
FIGURA 86 – Raquel devorada	147
FIGURA 87 – Lembranças dolorosa	148
FIGURA 88 – Transformação em supernova	149
FIGURA 89 – Hora da revanche	150
FIGURA 90 – A volta de Raquel	151
FIGURA 91 – Fugindo do inferno	153
FIGURA 92 – A despedida	154
FIGURA 93 – Adeus, Cadente	156
FIGURA 94 – Meu esboço 1	158
FIGURA 95 – Desenho final 1	158
FIGURA 96 – Meu esboço 2	159
FIGURA 97 – Desenho final 2	159
FIGURA 98 – Meu esboço 3	160
FIGURA 99 – Desenho final 3	160
FIGURA 100 – Meu esboço 4	161
FIGURA 101 – Desenho final 4	161
FIGURA 102 – Diabo 1	162
FIGURA 103 – Diabo 2	162
FIGURA 104 – Diabo 3	163
FIGURA 105 – Cadente	164
FIGURA 106 – Raquel criança	164
FIGURA 107 – Raquel adolescente	165

FIGURA 108 – Pôster de divulgação	168
FIGURA 109 – Modelo de folha de atividades	171
FIGURA 110 – Multiplicação	173
FIGURA 111 – Adição e subtração	174
FIGURA 112 – Problema envolvendo frações	176
FIGURA 113 – Resolução por desenho	177
FIGURA 114 – Principal erro dos alunos	178
FIGURA 115 – Exemplo de resposta correta	179
FIGURA 116 – Raciocínio do aluno	183
FIGURA 117 – Exemplo de resposta correta (sequências)	184
FIGURA 118 – Exemplo de resposta correta (problema)	186
FIGURA 119 – Outro exemplo de resposta	187
FIGURA 120 – Translação	190
FIGURA 121 – Reflexão	191
FIGURA 122 – Rotação	191
FIGURA 123 – Exemplo de resolução correta (isometrias)	192
FIGURA 124 – Aluno especial	193
FIGURA 125 – Exemplo de resolução correta	194
FIGURA 126 – Passeios aleatórios da Carlinha	195
FIGURA 127 – Mudança de resposta	196
FIGURA 128 – Exemplo de resposta correta (questão 8)	197
FIGURA 129 – Exemplo de resposta correta (questão 7).....	198
FIGURA 130 – Árvore de possibilidades	198
FIGURA 131 – Resposta incorreta (caminhos)	199
FIGURA 132 – Exemplo de resposta correta (questão 11).....	201
FIGURA 133 – Justificativa incorreta	202
FIGURA 134 – Questionário 1	205

FIGURA 135 – Questionário 2	206
FIGURA 136 – Questionário 3	206
FIGURA 137 – Questionário 4.....	207
FIGURA 138 – Questionário 5	207
FIGURA 139 – Questionário 6	208
FIGURA 140 – Questionário 7.....	208
FIGURA 141 – Questionário 8	209

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
2. OBJETIVOS.....	19
2.1 Objetivo geral	19
2.2 Objetivos específicos	19
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	20
3.1 Assuntos e conhecimentos matemáticos a serem trabalhados.....	20
3.2 Metodologia de resolução de problemas	26
4. ATIVIDADES.....	29
4.1 Aplicando o projeto	29
4.2 Capítulo 1 – Cálculo mental e frações	30
4.3 Capítulo 2 – Sequências e padrões lógicos	34
4.4 Capítulo 3 – Transformações geométricas.....	36
4.5 Capítulo 4 – Introdução à estatística e probabilidade	40
4.6 Capítulo 5 – Probabilidade	44
5. A HISTÓRIA.....	45
5.1 Capítulo 1 – O poder de um desejo	45
5.2 Capítulo 2 – O enigma impossível	62
5.3 Capítulo 3 – Outra dimensão	84
5.4 Capítulo 4 – Universos fractais	106
5.5 Capítulo 5 – Problema infernal.....	129
6. DESENVOLVIMENTO DO PROJETO	157
7. RESULTADOS E DISCUSSÃO	167
7.1 Aplicando o projeto	167
7.2 Capítulo 1 – Cálculo mental e frações	170
7.3 Capítulo 2 – Sequências e padrões lógicos	182
7.4 Capítulo 3 – Transformações geométricas.....	189
7.5 Capítulo 4 – Introdução à estatística e probabilidade	195
7.6 Capítulo 5 – O fim	204

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS	210
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA	213

1 INTRODUÇÃO

A ideia para o tema deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) começou a surgir por volta de agosto de 2015, quando o autor deste projeto participou de um concurso de contos, para escritores amadores, e acabou conquistando o terceiro lugar do pódio. O tema do concurso literário era “ficção científica”. Utilizando como referência autores como Isaac Asimov (autor de “Fundação”), Douglas Adams (autor de “Guia do mochileiro das galáxias”) e Carl Sagan (autor de “O mundo assombrado pelos demônios”), foi possível escrever uma história sobre uma garotinha que, certo dia, acordou de manhã e se depara com um buraco negro em miniatura no meio de sua sala de estar. Aquela anomalia cósmica acaba distorcendo todo o ambiente ao seu redor, causando algumas alterações na realidade como, por exemplo, deixando o gato extremamente inteligente.

“Havia algo ‘diferente’, por assim dizer, na sala de estar. Criando um excêntrico e pequeno campo gravitacional à sua volta, onde xícaras e torrões de açúcar flutuavam executando um movimento de translação com trajetória elíptica ao seu redor, um pequenino buraco negro situava-se ao centro do aposento. Sofia e o gato vislumbravam aquilo com espanto, apesar de ambos serem alvos de uma inquietante curiosidade.

– Parece se tratar de uma singularidade quântica gerada através de algum tipo de ruptura no espaço-tempo do nosso universo – disse o gato.

Sofia ficou assombrada. Desde quando o gato falava? E como ele era tão sabido?” (SOARES, 2015, pg. 198)

A obra foi aclamada pelos leitores, sendo publicada na coletânea “Devaneios Improváveis, Terceira Antologia EntreContos”. Mais tarde, esse mesmo conto foi postado no blog pessoal do autor, mas agora com ilustrações feitas pelo artista Marcio Lucas. Esse mesmo artista colaborou também para a criação deste TCC, criando mais de 50 ilustrações para serem utilizadas exclusivamente neste projeto.

Após se aventurar mais algumas vezes no mundo da literatura fantástica, sempre optando pelos gêneros de fantasia e ficção científica, o autor deste projeto decidiu unir seu gosto de criar universos extraordinários, na forma de contos, com sua formação de professor de matemática, criando uma forma divertida de ensinar matemática através da contação de histórias.

O ato de contar histórias pode ser uma valiosa ferramenta pedagógica para a educação infantil e para o ensino fundamental. Histórias impulsionam a criatividade e imaginação, desenvolvem a linguagem oral e visual, além de trabalharem o senso crítico e emocional. (DINIZ, 2013)

A contação de histórias pode ser usada de forma interdisciplinar no ensino de matemática, como fez, por exemplo, o escritor Monteiro Lobato ao apresentar de forma fascinante a aritmética, através da personagem Emília. Cada capítulo trabalha com um conceito: primeiro são mostrados os números, depois as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), em seguida são apresentadas as frações e por último os números decimais. Esses assuntos são todos trabalhados no 6º ano do Ensino Fundamental.

Outro autor que procedeu de forma muito semelhante foi Hans Magnus Enzensberger, em seu livro “O Diabo dos Números”, que narra a história de Robert, um garoto de 11 anos que não gosta de matemática. O garoto então começa a sonhar com um ser estranho que se autodenomina “diabo dos números”. Ao longo de 12 sonhos, o diabo dos números vai apresentando conceitos matemáticos para Robert, de uma forma interessante, vencendo aos poucos o bloqueio e irritação por matemática do garoto.

Segundo Malba Tahan, “as narrativas de casos e contos podem ser aproveitadas em todas as atividades. Através dessas narrativas podem ser ministradas aulas de Linguagem, Matemática, Educação Física, com o máximo de interesse e maior eficiência”. (TAHAN, 1966, p.142).

Dessa forma, pensou-se numa sequência de atividades que decorrem através da narrativa de um conto de fantasia e ficção científica intitulado “Uma Odisseia Matemática”, criado pelo próprio autor deste TCC, para contextualizar a resolução de problemas matemáticos. Essa estratégia de ensino foi estruturada para tentar derrubar o bloqueio de matemática dos alunos do Ensino Fundamental, como fez o diabo dos números com Robert, no livro acima mencionado. Sabe-se que há muitos alunos com grande dificuldade em matemática. O IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), que é o principal indicador da qualidade do ensino básico no Brasil, atesta que o rendimento dos alunos na aprendizagem da matemática está

baixo. De acordo com o Ministério da Educação, “no Brasil o ensino da disciplina de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão” (BRASIL,1998).

Este TCC se encaixa num tipo de pesquisa chamada de pesquisa do professor, onde o pesquisador acadêmico e o professor são agentes fundamentais que, juntos, produzem o conhecimento contextualizado, visando modificações efetivas na prática escolar. Este projeto foi desenvolvido na prática do ensino de matemática a partir da figura do professor. O objeto de estudo aqui aconteceu durante a pesquisa e os resultados não são generalizáveis, o que pode enquadrar essa pesquisa como uma pesquisa-ação. Franco (2008) define a pesquisa-ação como “concomitância de pesquisa e ação, de pesquisadores e práticos, com a finalidade de transformação social”. Para Carr e Kemmis (1986), a pesquisa do professor vem a ser uma investigação auto reflexiva que visa a compreensão, a análise e a transformação da própria prática.

A estrutura aqui apresentada se decorre ao longo de oito capítulos. O primeiro capítulo é este, onde foi apresentada a introdução deste projeto, com a motivação do autor, o tipo de pesquisa e a justificativa do tema. O próximo capítulo explicita quais são os objetivos do projeto.

O Capítulo 3, por sua vez, apresenta toda a metodologia de ensino aqui utilizada, que tem como base a resolução de problemas a partir dos conceitos de George Polya. Esse capítulo também apresenta os assuntos e conhecimentos matemáticos a serem trabalhados (operações básicas, frações, sequências, transformações geométricas, estatística e probabilidade), assim como as considerações de dois documentos oficiais do Ministério da Educação acerca do ensino de matemática no Brasil: a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998).

No quarto capítulo são apresentadas cada uma das atividades matemáticas presentes no decorrer da história. Estas, abordam os seguintes conteúdos: operações básicas, cálculo mental, frações, sequências, análise de padrões lógicos, transformações geométricas, estatística e probabilidade.

O quinto capítulo traz a história na íntegra, com a indicação dos problemas matemáticos. Todas as ilustrações da história foram criadas pelo artista Marcio Lucas, que as desenhou para uso exclusivo deste projeto.

As dificuldades da criação e do desenvolvimento deste projeto são relatadas no Capítulo 6, enquanto que o Capítulo 7 aborda os resultados alcançados após a sua aplicação em sala de aula. É apresentada, por meio de tabelas de erros e acertos, uma análise quantitativa dos erros e acertos cometidos pelos alunos. Em alguns casos, é feita uma análise qualitativa a respeito de algumas questões ou respostas dadas por um ou outro aluno, para que se possa compreender qual foi o raciocínio utilizado e o motivo do erro/acerto do aluno.

Tudo é concluído no Capítulo 8, onde são tecidas as considerações finais a respeito do mesmo. Por fim, o Capítulo 9 mostra toda a bibliografia utilizada na redação deste TCC.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Este TCC visa explorar a metodologia de resolução de problemas, definida por George Pólya (1978) no texto intitulado “A Arte de Resolver Problemas” e relacioná-la ao aprendizado da matemática no ensino fundamental. Nessa metodologia será acrescentado e avaliado o uso de histórias fantásticas no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos anteriormente mencionados.

2.2 Objetivos específicos

– Selecionar cinco conteúdos presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) direcionados ao ensino de matemática para sextos e sétimos anos do ensino fundamental, com o propósito de usá-los como ponto de partida para a elaboração da história fantástica apresentada nesse TCC.

– Aplicar a metodologia de resolução de problemas em sala de aula utilizando as 4 etapas definidas por Pólya (1978).

– Criar uma história fantástica, a partir das referências teóricas utilizadas nesse TCC, e utilizá-la como ferramenta de ensino.

– Promover a interdisciplinaridade na aprendizagem de matemática.

– Realizar as atividades propostas em uma escola local e observar o desenvolvimento matemático e social dos alunos a partir dessa experiência.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 ASSUNTOS E CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS A SEREM TRABALHADOS

3.1.1 Os parâmetros curriculares nacionais (PCN)

A partir das diretrizes apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados pela Secretaria de Educação Fundamental, em 1998, este projeto de Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (TCC) busca dialogar com os objetivos e conteúdos propostos para a prática escolar de matemática. Os PCN (BRASIL, 1998) fornecem referenciais que objetivam proporcionar a toda criança e jovem brasileiros o acesso democrático à educação, além de guiar a formação de professores e a produção de materiais didáticos.

Este trabalho atende, especificamente, ao ensino de matemática de alunos de sexto e sétimo anos, levando em consideração o atual formato de nove anos de duração do ensino fundamental no Brasil, determinado pelo artigo 3º da Lei nº 11.274 de 6 de fevereiro de 2006. Esse dado é importante tendo em vista a data de publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais: 1998. A publicação dos PCN é anterior à mudança de 2006.

Antes de traçar os objetivos, a publicação apresenta um panorama dos principais problemas que caracterizam os maiores desafios dos alunos ingressantes desse ciclo: questões de desenvolvimento físico, emocional e psicológico, assim como o aumento de pressões e exigências no ambiente escolar e o conhecimento matemático prévio.

“O estímulo à capacidade de ouvir, discutir, escrever, ler ideias matemáticas, interpretar significados, pensar de forma criativa, desenvolver o pensamento indutivo/dedutivo, é o caminho que vai possibilitar a ampliação da capacidade para abstrair elementos comuns a várias situações, para fazer conjecturas, generalizações e deduções simples como também para o aprimoramento das representações, ao mesmo tempo que permitirá aos alunos irem se conscientizando da importância de comunicar suas ideias com concisão.” (BRASIL, 1998, p. 63)

Assim, ancorada a uma proposta de aprendizagem criativa, interessante e progressiva, este projeto é uma pesquisa alinhada com um ensino a partir de descobertas e reflexões.

O projeto de pesquisa, aqui desenvolvido em nível de TCC, abrange cinco principais conteúdos que estão presentes, entre outros, no capítulo Terceiro Ciclo (p.61) e no tópico objetivos de Matemática para este ciclo (p.64). São eles: **operações básicas; transformações geométricas; sequências e expressões algébricas; estatística e probabilidade.**

Segundo os PCN (Brasil, 1998), o ensino de matemática para o terceiro ciclo tem como objetivos:

– Promover o desenvolvimento do pensamento numérico, dando novos significados aos números naturais, inteiros e racionais, relacionando-os às **operações básicas** e identificando-os em diferentes representações em contextos matemáticos e não-matemáticos, e a realização de cálculos a partir de situações-problema.

– Desenvolver o pensamento geométrico, construindo os alicerces para a resolução de situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, relacionando-as às **transformações geométricas.**

– Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo **algébrico.**

– Identificar e interpretar dados, informações, tabelas e gráficos; desenvolver um raciocínio combinatório, **estatístico e probabilístico** ao resolver situações-problema.

3.1.2 A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a área da matemática

A BNCC é um documento preparado por especialistas de diversas áreas do conhecimento com a participação de profissionais do ensino e representantes da sociedade civil e estabelece um conjunto de aprendizagens assumidas como indispensáveis a todo estudante brasileiro. A BNCC propõe ser uma política

educacional integrada, referência para as instituições de ensino de todo o país, da rede pública e particular, para a elaboração das suas propostas pedagógicas e tem como objetivo principal a promoção da equidade e da qualidade das aprendizagens dos estudantes brasileiros.

A BNCC busca assegurar aos estudantes o desenvolvimento de dez competências, estas definidas como “... a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e sócio emocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho”. (BNCC, BRASIL, 2017, p. 10)

A lista com as dez competências gerais da Base Nacional Comum Curricular pode ser consultada no documento original disponível no site oficial do Ministério da Educação. Este capítulo abordará de que forma este TCC dialoga com tais competências.

O documento reconhece a importância do ensino da matemática para os estudantes do ensino básico por sua grande aplicação na vida em sociedade e pelo seu impacto na formação crítica.

“A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos.” (BNCC, BRASIL, 2017, p. 263)

No ensino fundamental deve se consolidar o chamado letramento matemático, um compromisso com o desenvolvimento das competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. O letramento matemático deve também garantir a compreensão de como tais conhecimentos matemáticos podem servir como ferramentas para a compreensão do mundo e de situações da vida cotidiana. Além das dez competências gerais referenciadas anteriormente, a BNCC (BRASIL, 2017) também lista oito

competências específicas para a prática escolar da matemática para o ensino fundamental. Elas servirão também de embasamento teórico para a pesquisa conduzida neste TCC. São elas:

“1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos,

democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles”. (BNCC, BRASIL, 2017, p. 265)

No capítulo “Matemática no ensino fundamental – anos finais: unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades” (BNCC, BRASIL, 2017, p. 296) o documento considera a importância do ensino de conceitos matemáticos acontecer em um contexto significativo para os alunos, relacionando-os a outras áreas do conhecimento e da história da matemática. A ideia é dar-lhes a capacidade de compreender e aplicar essas relações e significados também em outros contextos. A partir da reflexão e questionamento, desenvolver a capacidade de abstração e elaboração de novos problemas. Para os anos iniciais e finais do ensino fundamental a BNCC (BRASIL, 2017) propõe cinco unidades temáticas que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas: números, álgebra, geometria, probabilidade e estatística, grandezas e medidas. As quatro primeiras unidades temáticas estão diretamente presentes neste TCC. A seguir essas unidades temáticas e seus objetos de conhecimento estão listadas, assim como as habilidades que devem ser desenvolvidas junto a elas.

Na unidade temática de Números, para o sexto ano, entre os principais objetos de conhecimento estão as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais, a divisão euclidiana, e as operações com frações. Já na unidade temática de Probabilidade e estatística deve ser trabalhado o cálculo de probabilidade “como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento” (BNCC, BRASIL, 2017, p. 302). Nessa unidade também será explorada a coleta de dados, sua organização e registro.

Para o sétimo ano na unidade de Números o documento sugere o estudo dos múltiplos e divisores de um número natural, assim como o estudo de fração e seus significados. Para a unidade de Geometria, o estudo das simetrias de translação, rotação e reflexão. E, finalmente, a unidade temática de Probabilidade e estatística traz como objeto de conhecimento:

“(...) experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências. Pesquisa amostral e pesquisa censitária. Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações.”
(BNCC, BRASIL, 2017, p. 308)

3.2 METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas nas aulas de matemática é de extrema importância para o aprendizado do aluno. Dessa forma, não basta o professor apenas conhecer e dominar o assunto a ser ensinado, mas é necessário haver uma certa criatividade na hora de transmitir o conhecimento, para emergir dos alunos as soluções e, assim, obter um melhor resultado no sistema de ensino e aprendizagem a ser trabalhado nas escolas.

A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos” (Lupinacci e Botin, 2004).

De acordo com os PCN de Matemática (BRASIL, 1998), a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Dessa forma, os alunos estarão aptos a expandir seus conhecimentos a respeito de conceitos matemáticos e, assim, aumentar sua visão dos problemas tanto da perspectiva matemática quanto do mundo em geral, sendo capazes de lidar de maneira mais apropriada com questões do cotidiano.

Os problemas presentes nas aulas de matemática são fundamentais. São eles que permitem ao aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar em soluções, desenvolvendo seu raciocínio lógico. Por essa razão, os professores em sala devem propor aos alunos problemas elaborados e criativos, do tipo que não é possível ser resolvido aplicando-se um simples algoritmo ou regra prática, levando os alunos a abordá-los de uma forma diferenciada.

Para Polya (1978), existem dois tipos de problemas que o professor pode propor ao aluno: aqueles de rotina, ao qual o aluno está habituado e geralmente é capaz de resolver sem muitas dificuldades; e os problemas não rotineiros. Problemas não rotineiros são, na realidade, aquelas questões em que o aluno, usufruindo de conceitos simples e bem compreendidos, é capaz de encontrar a solução, porém, utilizando-se de criatividade, obtida através de seu raciocínio, no

qual os cálculos não são os elementos matemáticos dominantes, mas sim as estratégias e os procedimentos.

Polya (1978), em seu livro já mencionado, traz algumas explicações do termo Heurística, definindo-o como sendo o método ou processo criado com o objetivo de encontrar soluções para um problema. O objetivo da Heurística para Polya (1978) é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção. Polya (1978) diz que:

Um estudo consciencioso da Heurística deve levar em conta, tanto as suas bases lógicas quanto as psicológicas. Não deve esquecer aquilo que autores antigos como Pappus, Descartes, Leibnitz e Bolzano escreveram sobre o assunto, mas muito menos pode desprezar a experiência imparcial. A experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atividade por parte de outros devem constituir a base em que se assenta a Heurística. Neste estudo, não devemos descuidar de nenhum tipo de problema, e sim procurar aspectos comuns na maneira de tratar de problemas de toda sorte: devemos considerar os aspectos gerais, independentemente do assunto específico do problema. O estudo da Heurística tem objetivos “práticos”: melhor conhecimento das típicas operações mentais que se aplicam à resolução de problemas, pode exercer uma certa influência benéfica sobre o ensino, particularmente sobre o ensino de Matemática. (POLYA, 1978, p. 87) [8]

É importante o professor propor ao aluno atividades desafiadoras, pois trabalhar exclusivamente com atividades rotineiras, aula após aula, acaba por perder o interesse do aluno e inibir seu desenvolvimento intelectual. Trabalhar somente com problemas não rotineiros também se torna inviável pois, com o tempo, o problema não rotineiro pode tornar-se rotineiro. Dessa forma, é necessário que o professor saiba dosar sua aula e variar seu ensino, para sempre manter o aluno atento e interessado.

Segundo Polya, as quatro etapas de resolução de problemas são:

1ª etapa: Compreender o problema: Nesta etapa, a principal característica é elaborar perguntas, identificar qual é a incógnita do problema, verificar quais são as informações dadas e quais são as condições propostas pelo problema.

2ª etapa: Construção de uma estratégia de resolução: Aqui deve-se encontrar conexões entre as informações dadas e a incógnita. Talvez seja necessário

considerar problemas auxiliares ou particulares, caso uma conexão não seja encontrada em tempo razoável.

3ª etapa: Execução da estratégia: Geralmente esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. O processo aqui consiste em executar aquilo que foi elaborado na etapa anterior.

4ª etapa: Revisando a solução: Por fim, examinar a solução obtida e verificar os resultados e os argumentos utilizados.

4 ATIVIDADES

4.1 APLICAÇÃO DO PROJETO

Este projeto consiste em uma história dividida em cinco capítulos. Cada capítulo tem uma duração aproximada de duas horas/aulas. O projeto conta com ilustrações digitais, animações simples feitas no Power Point (editadas pelo próprio autor) e uma trilha sonora e efeitos sonoros (coletadas em vários vídeos do Youtube).

Conseqüentemente, para a aplicação do projeto são necessários: um notebook, com o Power Point instalado, um projetor de slides e uma caixa de som. A narração deve ser feita pelo próprio professor, com o auxílio das ilustrações e animações digitais presentes no projeto. Também há uma trilha sonora que se desenvolve juntamente às imagens na tela, servindo para potencializar alguns momentos específicos da narração e aumentar a imersão do aluno na história. Conforme a história vai se desenvolvendo, desafios matemáticos e problemas vão surgindo na tela para que os alunos resolvam. Recomenda-se que esses problemas e atividades sejam impressos e só sejam entregues aos alunos no momento adequado, indicado no capítulo da história. Somente depois que os alunos resolverem essas atividades é que a história deverá ter continuidade.

4.2 CAPÍTULO 1: CÁLCULO MENTAL E FRAÇÕES

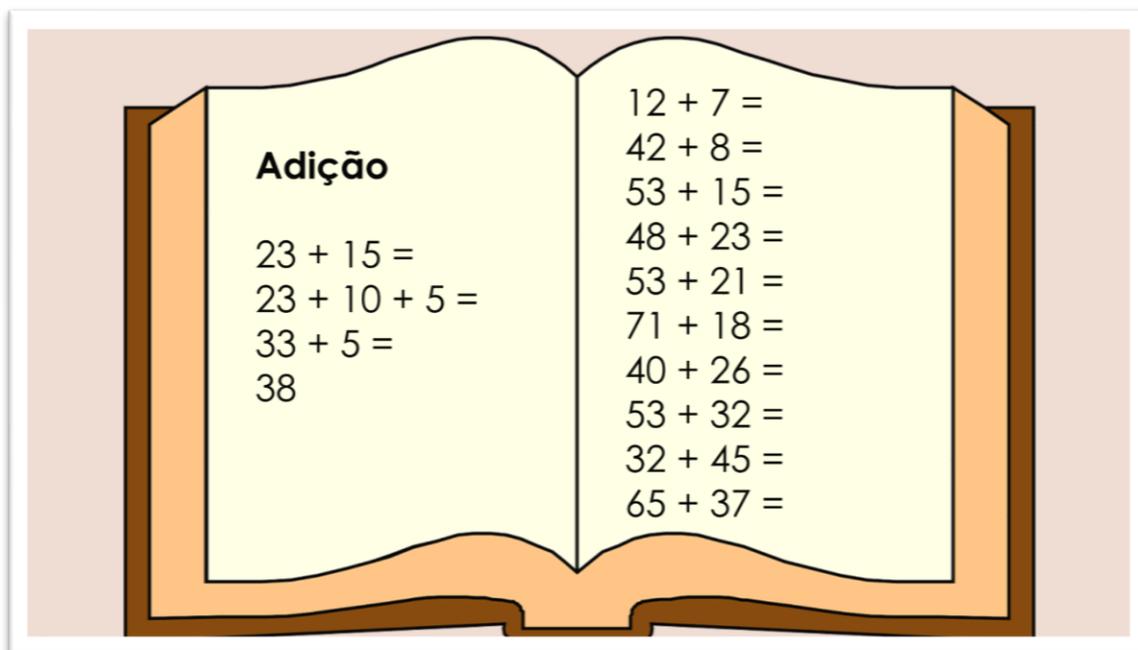
Os assuntos matemáticos trabalhados neste capítulo são: operações básicas e problemas com frações, os quais foram separados em duas atividades.

Atividade 1:

Esta atividade serve para testar o nível de conhecimento matemático dos alunos e é composta por 60 exercícios: 10 de adição, 10 de subtração, 10 de multiplicação, 10 de divisão, 10 de números quadrados perfeitos e 10 de divisão por 2.

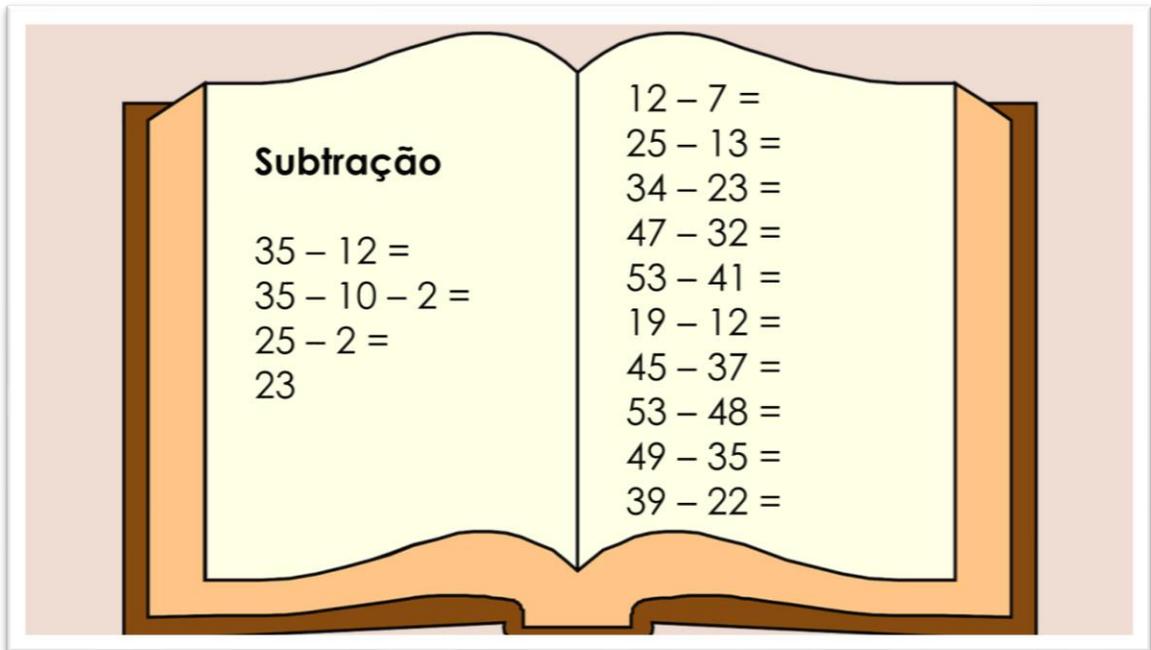
Espera-se que os alunos resolvam os 10 exercícios de cada tema dentro de um tempo limite de 5 minutos, utilizando técnicas de cálculo mental. Antes dos exercícios de determinado tempo aparecerem, é dado um exemplo de uma sugestão de cálculo mental que o aluno pode, ou não, utilizar como base para resolver os outros exercícios.

FIGURA 1 – Exercícios de adição



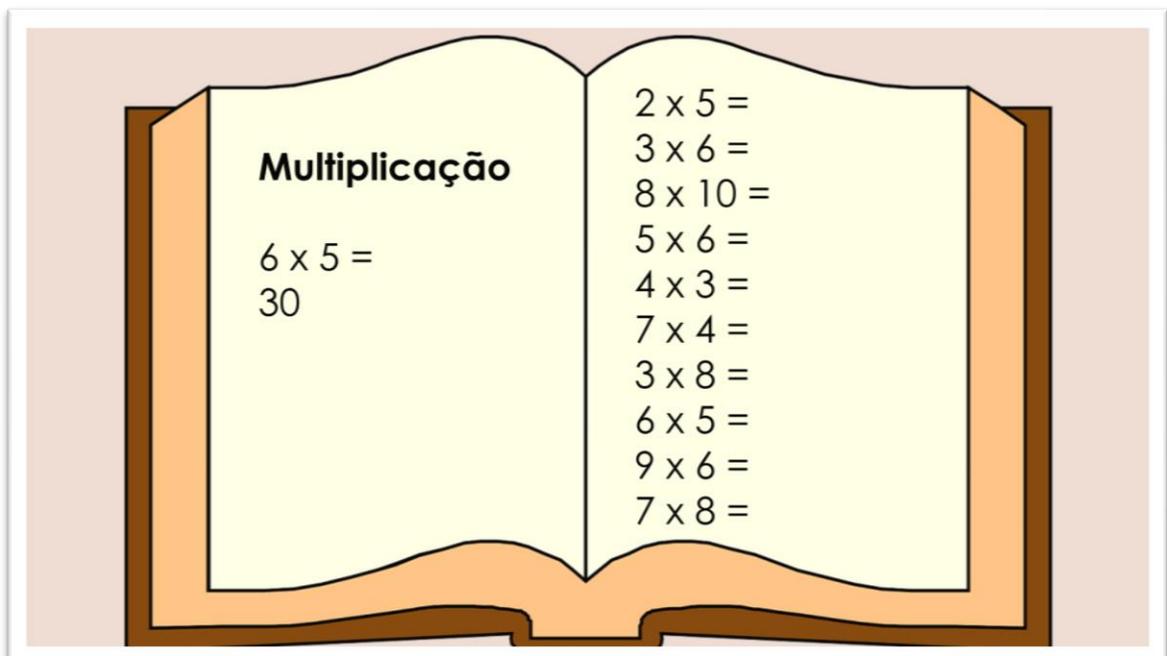
Fonte da imagem: <http://www.clker.com/clipart-158464.html>

FIGURA 2 – Exercícios de subtração



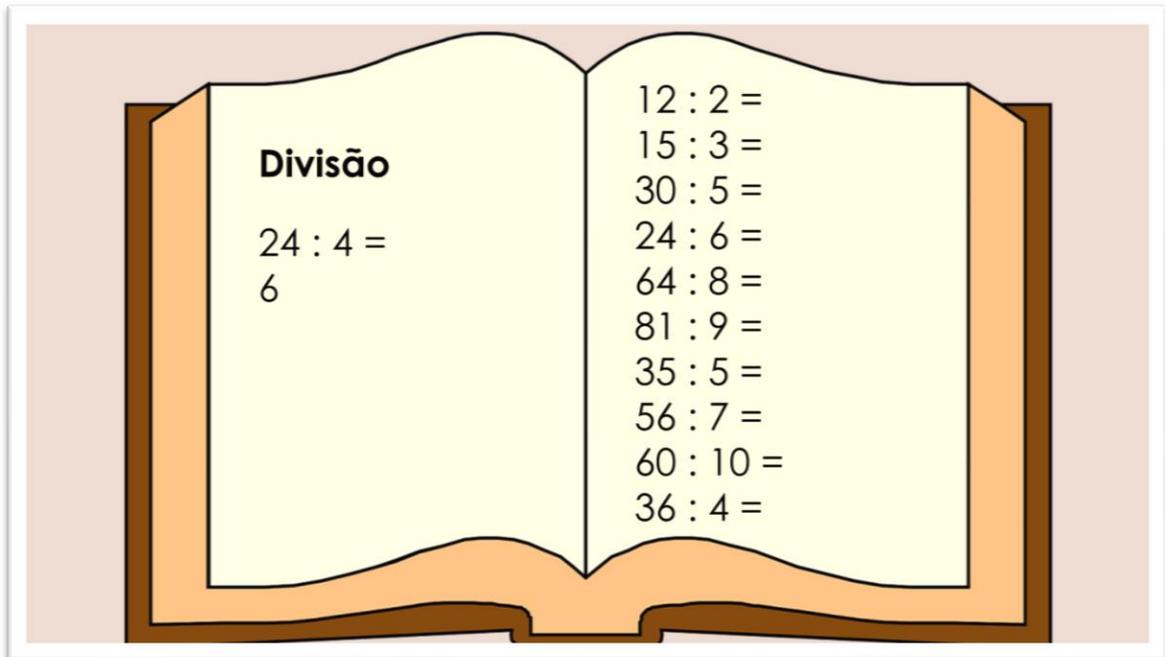
Fonte da imagem: <http://www.clker.com/clipart-158464.html>

FIGURA 3 – Exercícios de multiplicação



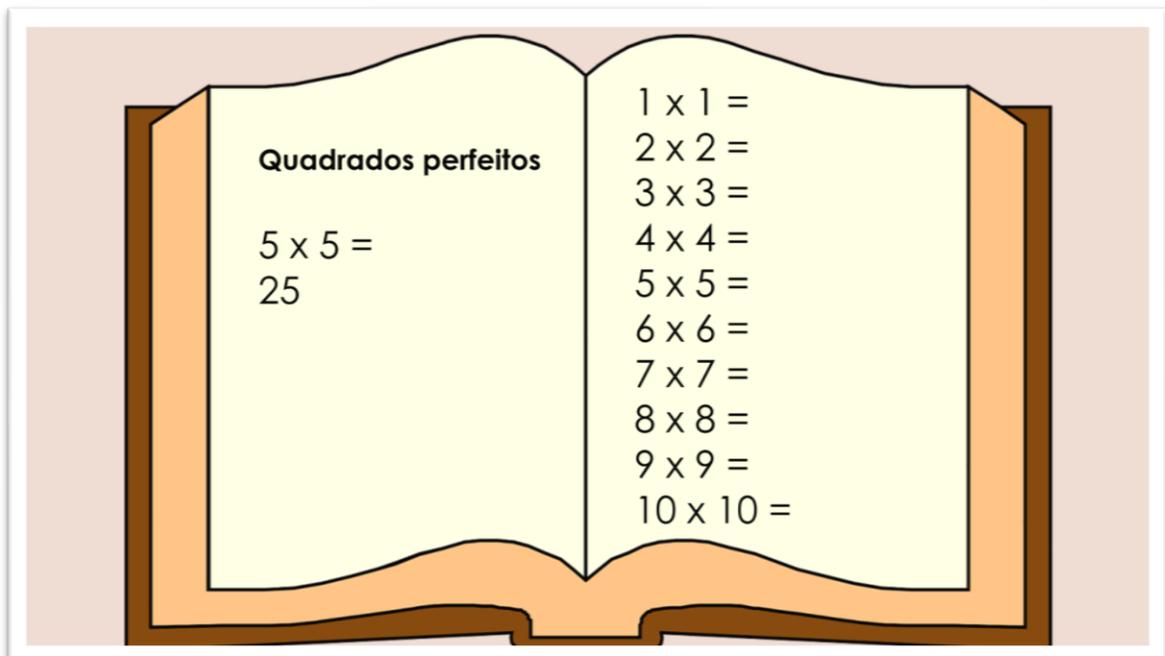
Fonte da imagem: <http://www.clker.com/clipart-158464.html>

FIGURA 4 – Exercícios de divisão



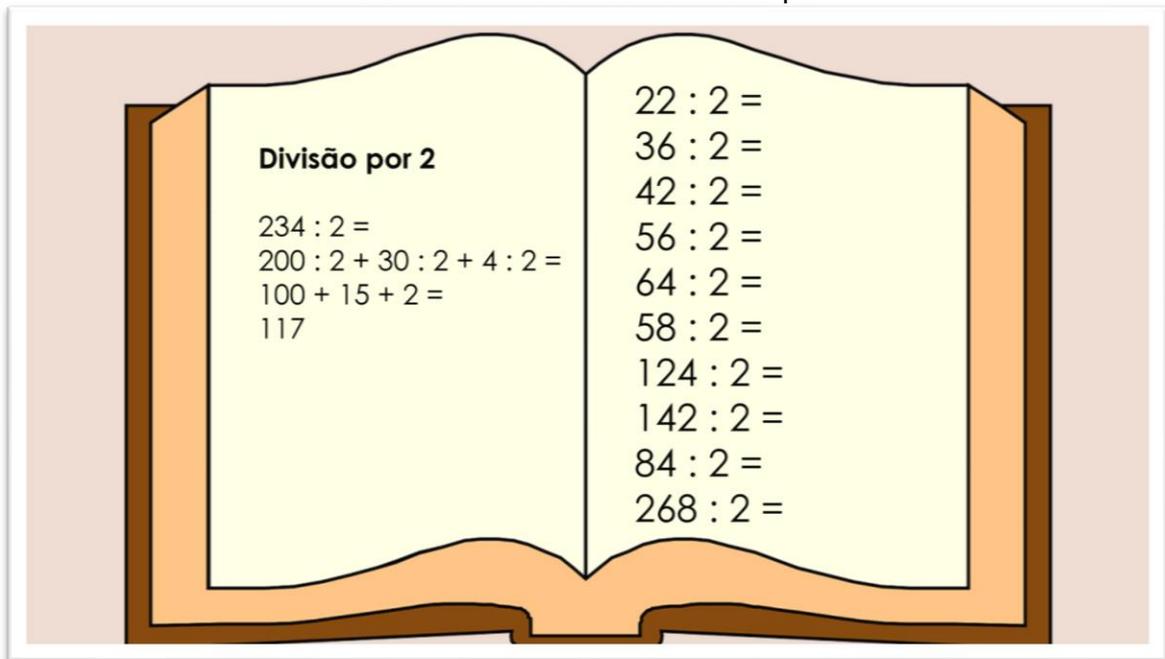
Fonte da imagem: <http://www.clker.com/clipart-158464.html>

FIGURA 5 – Exercícios de quadrados perfeitos



Fonte da imagem: <http://www.clker.com/clipart-158464.html>

FIGURA 6 – Exercícios de divisão por 2



Fonte da imagem: <http://www.clker.com/clipart-158464.html>

Atividade 2:

Para a atividade 2, foi utilizado um problema da prova da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), segunda fase, do ano de 2017.

FIGURA 7 – Problema da OBMEP

André, Bernardo e Carlos retiraram, respectivamente, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$ e $\frac{1}{14}$ do total de doces de um pacote.

a) Quem retirou o menor número de doces?

b) A quantidade de doces que restou no pacote corresponde a que fração do total?



Fonte da imagem: OBMEP 2017

4.3 CAPÍTULO 2: SEQUÊNCIAS E ANÁLISE DE PADRÕES LÓGICOS

Os assuntos matemáticos trabalhados neste capítulo são: sequências e análise de padrões lógicos.

Atividade 1:

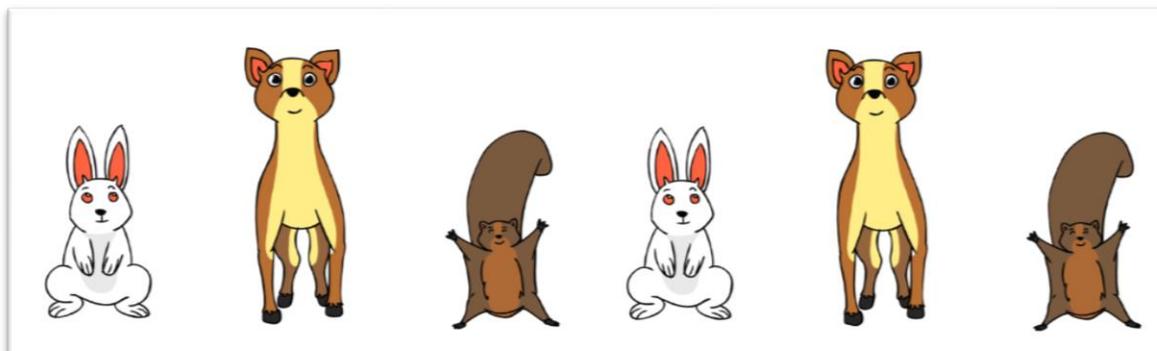
Esta atividade serve para exercitar o raciocínio lógico dos alunos. Algumas sequências são apresentadas, com elementos repetidos, para que o aluno tente descobrir qual é a regra de formação expressa pela sequência.

FIGURA 8 – Sequência com 2 elementos que se repetem



Fonte: Marcio Lucas

FIGURA 9 – Sequência com 3 elementos que se repetem



Fonte: Marcio Lucas

FIGURA 10 – Sequência com 4 elementos que se repetem



Fonte: Marcio Lucas

Atividade 2:

A atividade 2 se baseia num único problema:

FIGURA 11 – Problema

Qual é o resto da divisão de
 2^{2018} por 5 ?

Fonte: O próprio autor

Espera-se que o aluno utilize o conhecimento adquirido na atividade anterior para resolver este problema. Aqui será necessário primeiro calcular a divisão de potências de 2 menores e averiguar qual é o resto. Então é necessário montar uma sequência com os resultados e analisar qual é o seu padrão lógico, para deduzir qual será o 2018º termo.

4.4 CAPÍTULO 3: TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Este capítulo fala sobre as principais transformações geométricas: translação, reflexão e rotação. Este conteúdo é de 7º ano, porém, devido à sua simplicidade, é possível trabalhar com alunos de 6º ano.

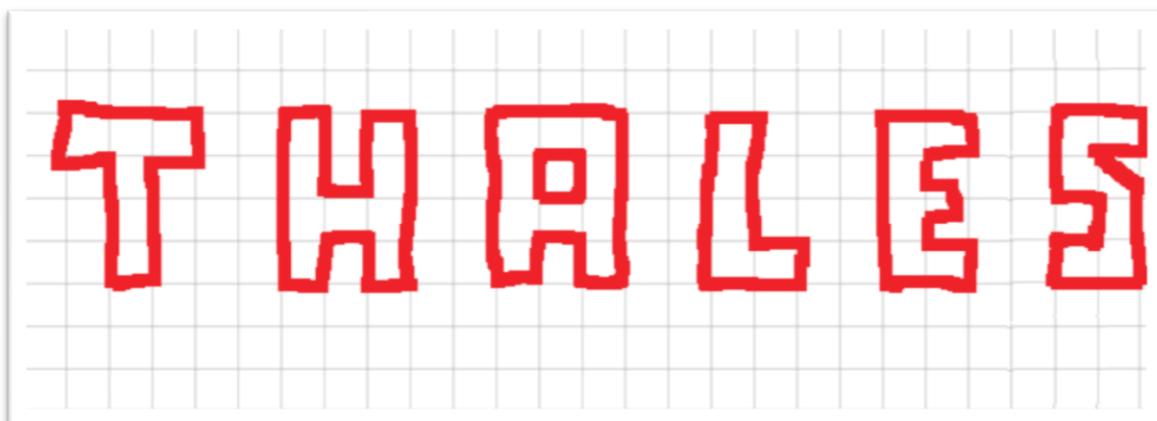
As duas atividades deste capítulo foram inspiradas em uma oficina da autora Thais Santos Moreno, com o trabalho intitulado “Estudo das isometrias a partir das obras de Escher”, publicada no livro “Oficinas pedagógicas: o uso de material manipulativo no Ensino Fundamental (ciclo II)”, de Paulo César Oliveira.

Atividade 1:

Esta atividade serve para o aluno conhecer como funcionam as transformações geométricas, principalmente se ele for de 6º ano e ainda não tiver tido contato com esse assunto.

Primeiramente, numa malha quadriculada, o aluno deve desenhar o seu nome utilizando letra de forma.

FIGURA 12 – Nome com letra de forma



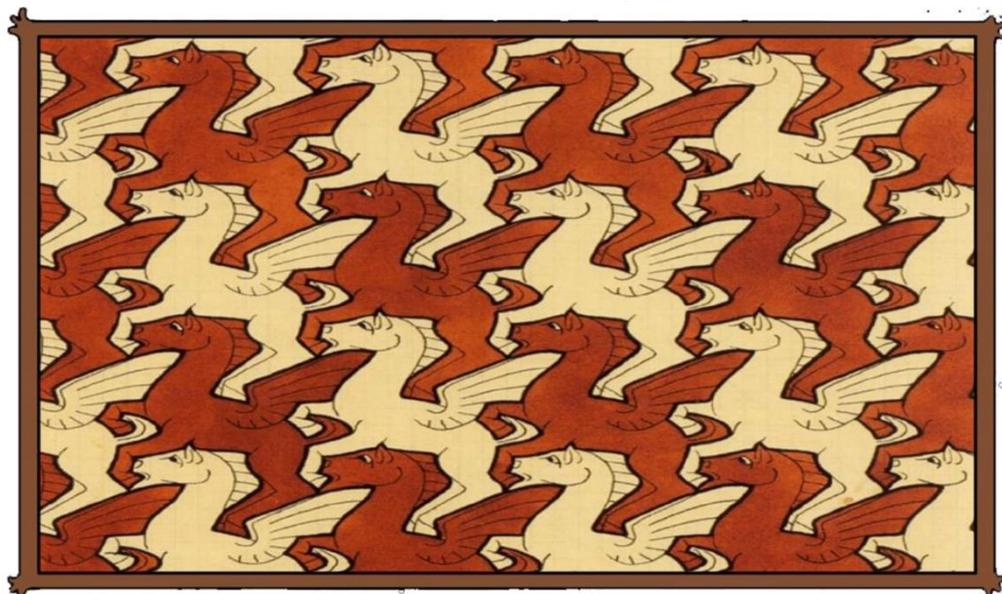
Fonte: imagem do próprio autor

Em seguida, o aluno deve realizar cada uma das transformações citadas com a primeira letra do seu nome, também numa malha quadriculada. Na letra a) ele deve fazer a translação, na letra b) a reflexão e na letra c) a rotação.

Atividade 2:

Nesta atividade o aluno deve olhar para as figuras apresentadas e determinar qual é o principal tipo de transformação que está ocorrendo.

FIGURA 13 – Translação



Fonte: Pegasus (Escher)

FIGURA 14 – Reflexão



Fonte: Two Birds (Escher)

FIGURA 15 – Rotação



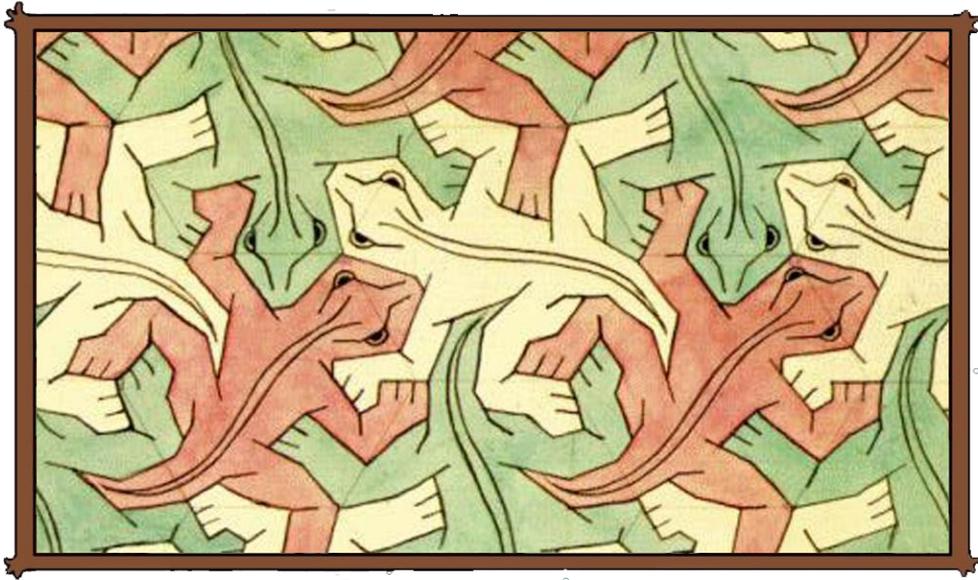
Fonte: Fish (Escher)

FIGURA 16 – Reflexão



Fonte: Winged Lion (Escher)

FIGURA 17 – Rotação



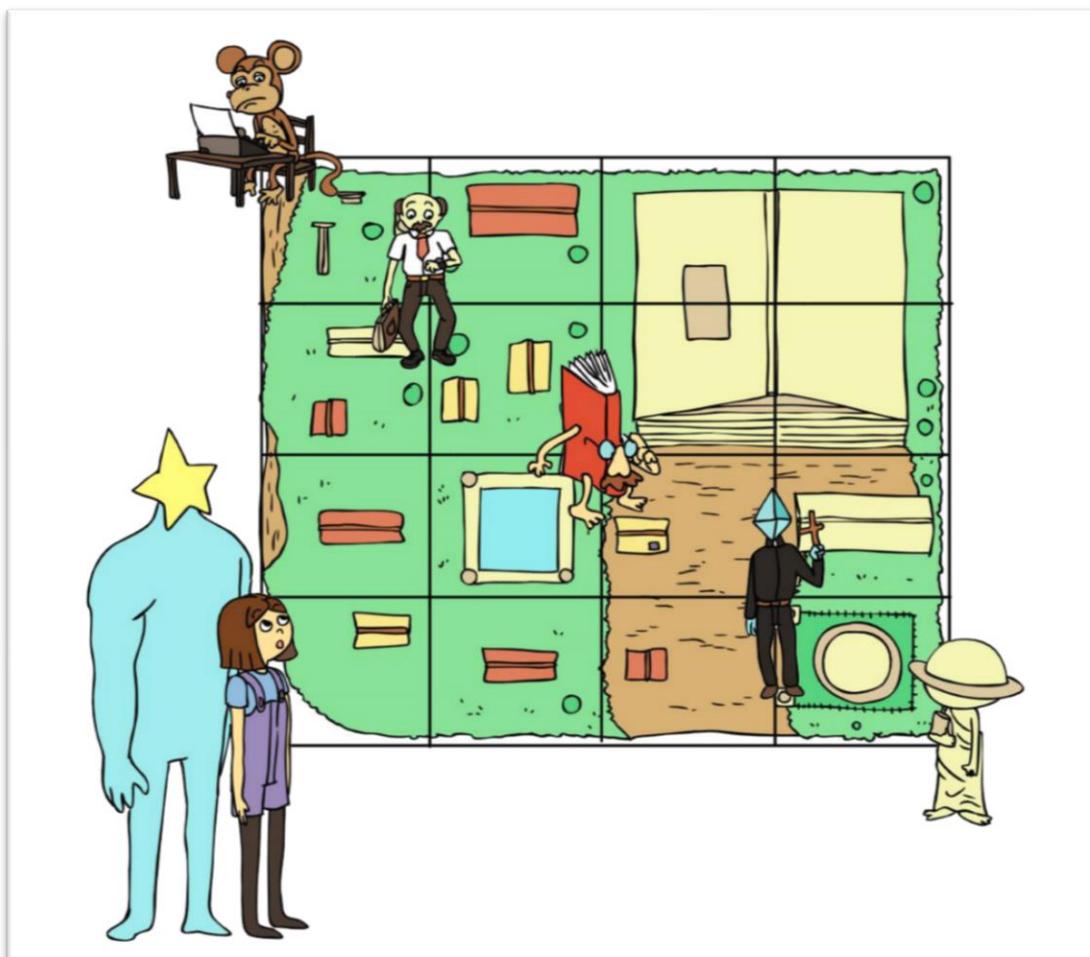
Fonte: Lizard (Escher)

4.5 CAPÍTULO 4: INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

A atividade deste capítulo é a mais longa deste projeto e pode ter uma duração maior que 2 horas/aulas. Toda esta atividade foi adaptada e baseada no minicurso “Passeios Aleatórios da Mônica - PAM”, das alunas Alana da Paz Gonzaga, Verônica Yumi Kataoka, Camila Macedo Lima Nagamine, que trata sobre o ensino de Probabilidade na Educação Básica.

A atividade inteira se baseia no mapa da figura abaixo. Aqui é utilizada a “geometria do taxista”, ou seja, a personagem pode mover-se apenas na horizontal e na vertical, nunca na diagonal. Para se mover, a personagem vai jogar uma moeda para decidir se segue para a direita ou se vai para cima. Ela joga a moeda a cada movimento no mapa.

FIGURA 18 – Mapa dos caminhos



Fonte: Marcio Lucas

Em seguida, os alunos devem responder o seguinte questionário:

Sem jogar a moeda, responda:

- 1) Quais são os possíveis resultados ao lançar uma moeda?
- 2) Qual é a chance de sair cara? E de sair coroa?
- 3) Todos os locais têm a mesma chance de serem visitados?
- 4) Existe a chance de, após jogar a moeda 4 vezes, Raquel não visitar nenhum local?
- 5) Imagine que você joga 4 vezes a moeda; como você anotaria esse resultado imaginário?
- 6) Para Raquel visitar um local, você deve lançar a moeda quatro vezes, o que denominamos de experimento. Se sair cara (C), Raquel andar para cima, se sair coroa (X), Raquel andar para a direita. Faça esse experimento e preencha os quadros abaixo com os resultados dos lançamentos.

Tabela 1: Tabela dos caminhos

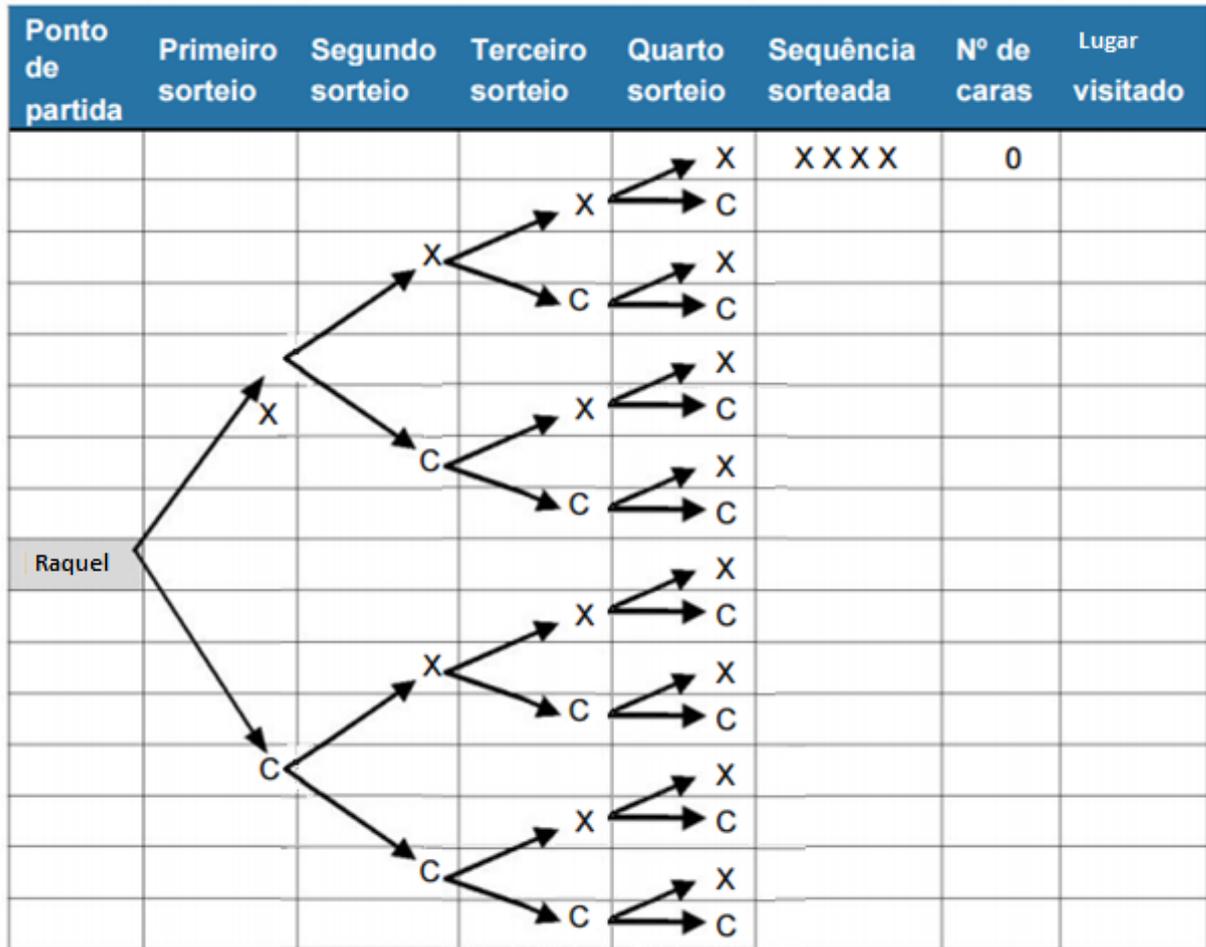
	Sequência	Local
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.		
14.		
15.		
16.		

	Sequência	Local
17.		
18.		
19.		
20.		
21.		
22.		
23.		
24.		
25.		
26.		
27.		
28.		
29.		
30.		
31.		
32.		

Fonte: O próprio autor

- 7-) Qual local tem mais chance de ser visitado, a praça ou a biblioteca? Por quê?
- 8) Após a experimentação, responda: Todos os locais têm a mesma chance de serem visitados?
- 9) Complete a árvore de possibilidades, indicando a sequência sorteada, o número de caras e o lugar visitado.

FIGURA 19 – Árvore de possibilidades



Fonte: Passeios aleatórios da Mônica (NAGAMINE), imagem adaptada

10) Quantos caminhos existem ao todo?

11) Descubra se existe uma relação comum a todos os caminhos que levam à cada um dos lugares.

Macaco:

Hotel:

Biblioteca:

Igreja:

Praça:

12) Após a construção da árvore de possibilidades, responda: Todos os locais têm a mesma chance de serem visitados?

13) Sistematizando os resultados da árvore de possibilidades, preencha a tabela abaixo, de distribuição de probabilidade da visita da Raquel a cada um dos locais do mapa da história:

Tabela 2: Tabela de frequência

Locais	Nº de caminhos	Nº de caminhos / Total de caminhos (fração)
Macaco		
Hotel		
Biblioteca		
Igreja		
Praça		
Total		

Fonte: O próprio autor

14) Qual é a probabilidade de Raquel encontrar o caminho da biblioteca logo na sua primeira tentativa?

4.6 CAPÍTULO 5: O FIM!

O último capítulo da história não possui nenhuma atividade matemática, apenas um questionário a respeito deste projeto. Por ser um capítulo mais curto, é possível aplicá-lo em 1 hora/aula, o que compensaria o capítulo anterior, cuja atividade é muito longa.

1) Você gostou de participar deste projeto? Gostaria que ano que vem houvesse projetos semelhantes?

2) Você se lembra quais assuntos matemáticos foram trabalhados em cada capítulo? Quais foram?

Capítulo 1:

Capítulo 2:

Capítulo 3:

Capítulo 4:

3) Você sente que este projeto contribuiu em algo para você? Se sim, o que você aprendeu?

4) Caso este projeto seja aplicado com outras turmas, como você acha que ele poderia melhorar?

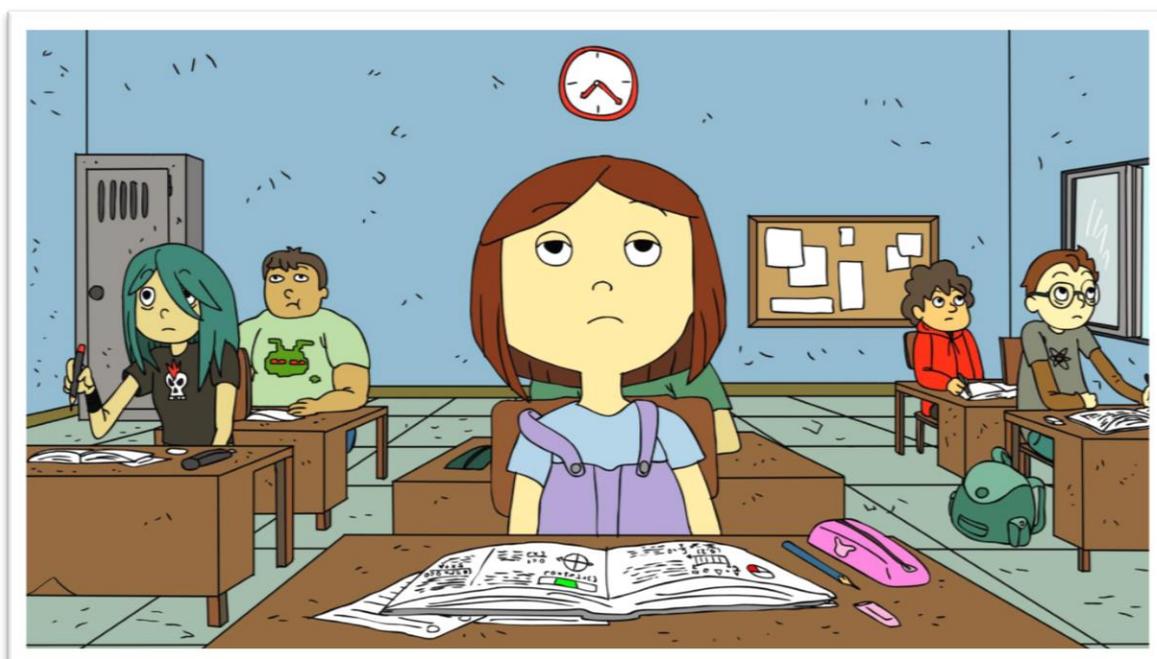
5) Para finalizar, escreva uma frase ou faça um desenho que represente algum momento da história ou algum personagem que você mais gostou.

5. A HISTÓRIA

5.1 CAPÍTULO 1: O PODER DE UM DESEJO

Raquel estava começando a ficar muito cansada de estar sentada em sua carteira assistindo à aula de matemática. Hora ou outra ela dava uma olhadinha no livro aberto em cima de sua mesa, mas todos aqueles números e frações a deixavam atordoada. *Mas que perda de tempo, pensou Raquel, para que vou usar isso na minha vida?*

FIGURA 20 – Raquel entediada



Fonte: Marcio Lucas

Seu rancor pela matemática reluzia em seu rosto, de forma que era impossível esconder. Estava começando a sentir-se sonolenta e estúpida, e o relógio, ao que tudo indicava, não era seu amigo. O ponteiro dos minutos estava se movendo mais lento do que o de costume, de propósito, apenas para debochar de Raquel. Já o ponteiro das horas, pobrezinho, não tinha culpa de seu andar vagaroso, afinal, ele dependia da boa vontade do ponteiro dos minutos, que precisava dar uma volta completa no relógio antes do ponteiro das horas avançar uma unidade.

Raquel não conseguia pensar em outra coisa a não ser em um plano para se vingar desse ponteiro dos minutos. Quem sabe arrancar as pilhas do relógio, assim ele pararia de se mover e não teria mais como atormentar ninguém. Mas talvez essa atitude fosse muito perigosa, pois se os ponteiros não mais se movessem, o tempo congelaria, podendo tornar a aula de matemática infinita. Tal pensamento causou um frio na espinha de Raquel, obrigando-a a desistir de seu desejo de vingança imediatamente.

As viagens de Raquel dentro de sua própria mente foram interrompidas por um estrondo que a fez pular de sua carteira! O professor deu uma batida na carteira da garota, assustando até mesmo o inspetor que estava pregando um comunicado no quadro de avisos do corredor.

FIGURA 21 – Professor chamando atenção



Fonte: Marcio Lucas

– VOCÊ OUVIU O QUE EU DISSE, RAQUEL?! – gritou o professor, farto de alunos que não prestavam atenção em uma única palavra do que ele dizia.

– Sim! – respondeu Raquel prontamente. – Você estava falando sobre adição, não é? Não, quero dizer... multiplicação! Isso, você estava falando sobre “continha de vezes”, né?!

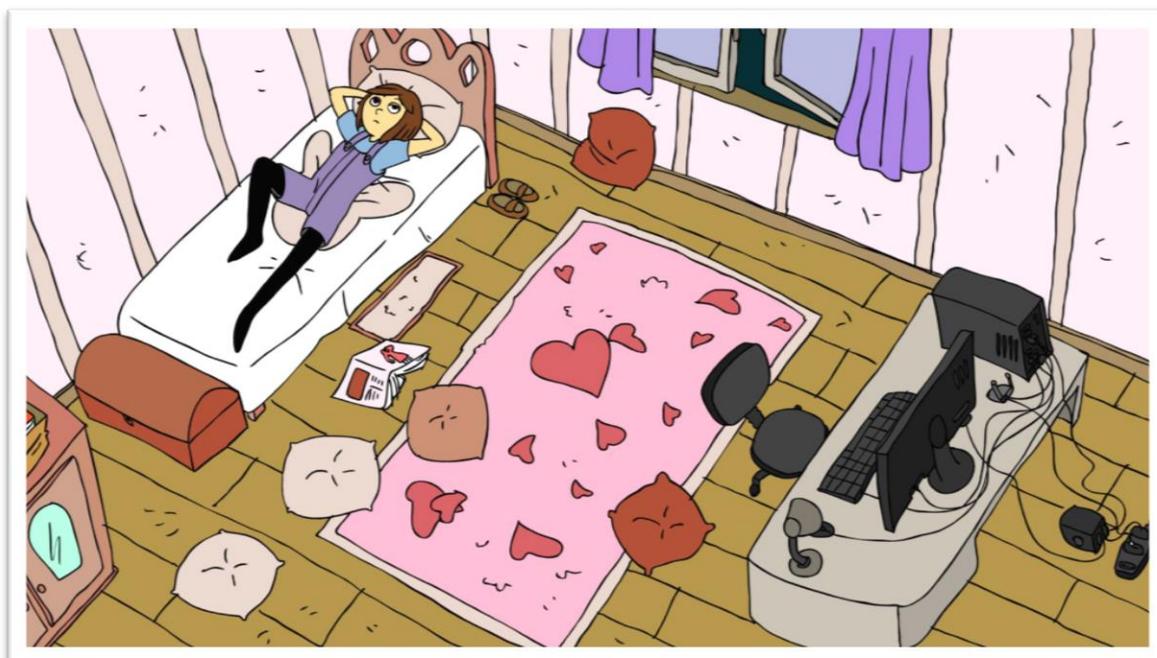
– Não, Raquel. – disse o professor, quase arrependendo-se de ter desistido da vida de engenharia para, no lugar, tornar-se um professor. – Eu estava falando que este exercício de FRAÇÃO que eu resolvi na lousa vai cair na prova... que a propósito, é AMANHÃ!

Prova?! Amanhã?!, pensou Raquel, desde quando os professores haviam divulgado o calendário de provas? Se ela pegasse mais uma nota vermelha em matemática, sua situação se complicaria, correndo o risco até de repetir de ano!

Assim, ao chegar em casa, Raquel foi direto para o quarto. Tirou os sapatos, jogou a mochila num canto, perto da porta, deitou-se na cama com a barriga para cima e começou a refletir sobre as coisas enquanto acompanhava o movimento de rotação do ventilador de teto.

Será que a Vitória tá mesmo afim do Miguel?, pensou Raquel, os dois definitivamente não combinam! Fica até estranho, não dá nem pra imaginar. Eu não vou apoiar a Vitória com aquele garoto, nem que ela me mate... nem que ela me mate... mate... mática... matemática! Ah não! A prova é amanhã! Raquel entrou em desespero ao lembrar-se que tinha que estudar. Ela tinha muitas dúvidas sobre a matéria e não sabia nem por onde começar. Talvez fosse melhor começar por fração... não... antes teria que ver multiplicação e divisão... não, seria melhor começar por adição e subtração... será que tudo na matemática termina por “ão”?

FIGURA 22 – Raquel em casa



Fonte: Marcio Lucas

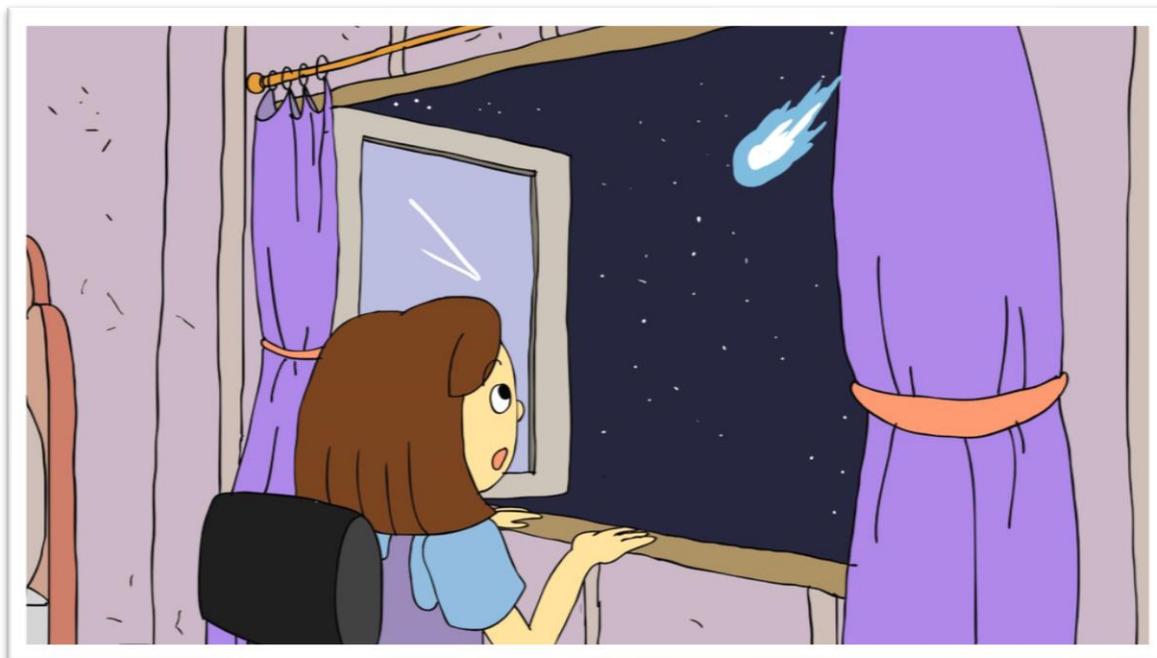
Raquel não conseguia se concentrar e logo distraiu-se novamente pois havia um grão de poeira particularmente grande voando nas proximidades de seu olhar. Ele fazia uma trajetória estranha, parecia estar indeciso. Uma hora estava indo de encontro à parede, mas então mudava de ideia e tentava voltar para a janela... e então mudava de ideia novamente, e decidia apenas ficar subindo e descendo no ar, como se estivesse percorrendo uma montanha russa invisível. *A prova de matemática é amanhã!*, lembrou-se Raquel, chacoalhando o corpo na cama, como se estivesse tendo uma mini convulsão.

Qualquer coisa parecia mais interessante do que estudar e, naquele momento, várias coisas se passavam por sua cabeça. Uma hora estava planejando fazer compras no shopping, outra hora estava se lembrando da última série que assistiu no Netflix, e agora estava pensando no seu *crush*. E então, subitamente, lembrou-se da prova! O tempo estava se esvaindo e ela nem havia começado a estudar. A solução não cairia do céu.

Raquel decidiu mudar de estratégia. Ficar deitada na cama não estava fazendo bem para o seu cérebro. Então sentou-se na cadeira do computador (mas com o computador desligado, para não perder o foco). Moveu-se com as rodinhas da cadeira para próximo da janela. Já havia escurecido e o céu estava fascinante.

As estrelas pareciam competir entre elas para ver qual brilhava mais forte. Uma delas parecia decidida a vencer, aumentando cada vez mais o seu brilho.

FIGURA 23 – Estrela cadente



Fonte: Marcio Lucas

Não pode ser!, pensou Raquel ao observar com um pouco mais de atenção aquela estrela tão determinada. A estrela não só estava intensificando o seu brilho, como também estava se movendo. *Uma estrela cadente!*, pensou ela, *mas que grande sorte! Agora poderei fazer qualquer tipo de desejo!* Raquel estava pensando em pedir uma espaçonave enorme e cor-de-rosa... ou melhor, poderia pedir para ser muito, muito, mas muito rica, assim poderia comprar várias espaçonaves, uma de cada cor!

Quem precisa ir bem na prova de matemática tendo uma espaçonave de cada cor?, pensava Raquel. Seus devaneios foram interrompidos e deram lugar a uma crescente sensação de pânico ao perceber que aquela estrela não só estava intensificando seu brilho e se movendo, mas estava se aproximando!

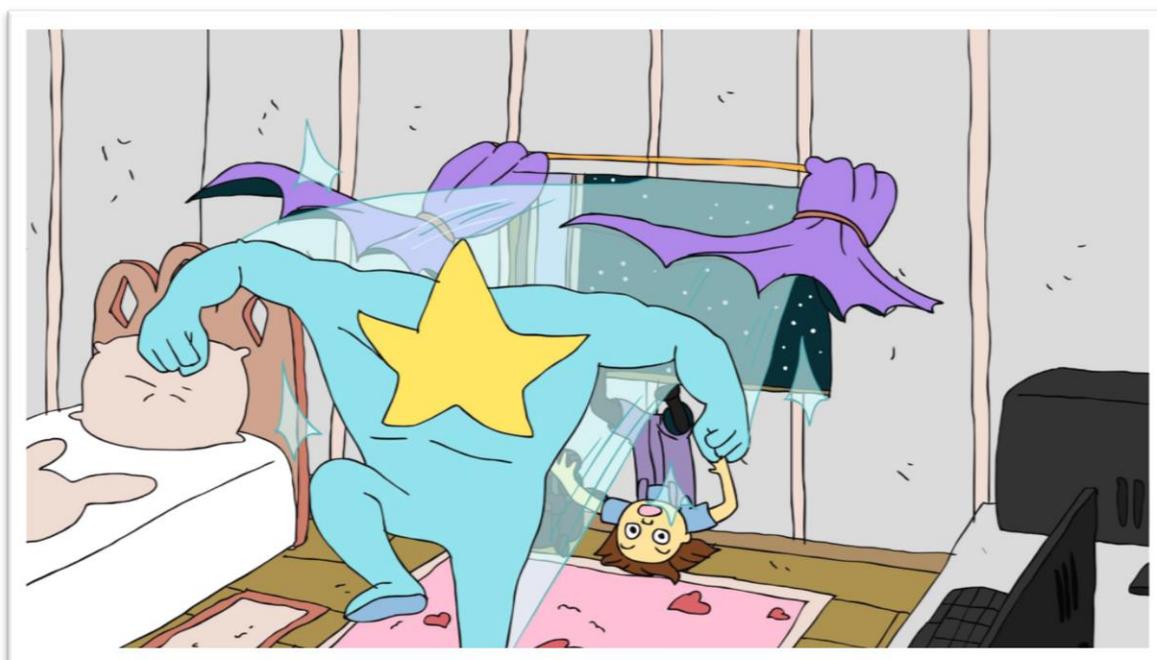
UM METEORO!! VAI CAIR NA MINHA CIDADE E VAI MATAR TODO MUNDO, delirava Raquel enquanto se encolhia de medo, tentando se proteger por detrás do feltro do encosto da cadeira... *mas o lado bom é que a prova de*

matemática de amanhã seria cancelada, pois todos os estudantes estariam mortos e caveiras não precisam saber somar e multiplicar números.

Aquele estranho objeto espacial estava aumentando sua velocidade e vindo na direção de Raquel. Ele chegou tão perto, mas tão perto, que chegou a entrar pela janela do quarto. Nada explodiu e nem pegou fogo, pois não era um meteoro.

Raquel mal acreditava no que estava vendo. Aquilo era realmente uma estrela cadente. Uma estrela estava no seu quarto, em pé, bem na sua frente. O corpo, na verdade, parecia o de uma pessoa comum, mas todo azul celeste. Apenas a cabeça que tinha um formato curioso, amarela e com cinco pontas, sem olhos, bocas ou ouvidos, mas com um pequeno e cativante brilho ao seu redor, demonstrando haver vida e personalidade por detrás daquele misterioso ser.

FIGURA 24 – Estrela entrando



Fonte: Marcio Lucas

Antes que a garota conseguisse bolar uma explicação que fizesse algum sentido para aquela estranha situação, a estrela disse:

– Qual é o seu desejo? – com uma voz áspera e tranquila, a estrela parecia o gênio da lâmpada falando, e Raquel sentia-se como se fosse o seu Aladdin.

Raquel possuía uma imaginação fértil e uma mente bastante aberta. O fato de toda aquela situação parecer impossível de se ocorrer na vida real não a privou de aproveitar ao máximo aquele momento de sorte. Estava prestes a pedir as suas várias espaçonaves coloridas, ou o dinheiro abundante para poder comprá-las, mas antes de sair pedindo coisas para um ser estranho e desconhecido, decidiu perguntar algo mais primordial:

– Quem é você?

– Sou uma estrela cadente – disse a estrela. Percebendo que a garota não ficou satisfeita com a resposta, completou dizendo: – Não tenho um nome específico. Em cada planeta me chamam de algo diferente. Mas para facilitar, você pode me chamar de Cadente.

– Uau!! Oi Cadente, eu me chamo Raquel – disse a garota, curvando-se diante da estrela e fazendo uma reverência. A estrela, de forma desajeitada, tentou imitar o gesto. – Você é uma estrela de verdade, não é? Quantos anos você tem?

– Meu tempo de vida é muito superior ao de um ser humano. Já vivi o equivalente a 999.999.999 anos terrestres. Completarei 1 bilhão de anos daqui a exatamente duas semanas.

FIGURA 25 – Cadente



Fonte: Marcio Lucas

– Que legal!! Vai rolar uma festona então, né? – Raquel adorava festas de aniversário. Era sua data preferida no ano inteiro, superava até mesmo o natal.

– Seres celestiais não costumam fazer comemorações. Nós apenas ficamos vagando a esmo pelo espaço, observando fenômenos físicos e às vezes nossa atenção é fisgada por planetas com vida, como a Terra. Eu costumo observar muito o seu planeta.

Cadente analisava com muita atenção todo o ambiente ao seu redor, como se estivesse escaneando tudo com o seu olhar. Ele já havia visto aquele quarto centenas de vezes, mas sempre de longe, a milhões de quilômetros de distância. Nunca tinha visto aquela cama, aquele tapete ou aquele computador tão de perto, a poucos centímetros de distância.

– Você deve ser bastante inteligente, né? – disse Raquel, continuando a conversa. – Fica observando as coisas, e é bastante velho... quer dizer, desculpe, mas você tem quase um bilhão de anos. Não consigo pensar em ninguém mais velho do que você.

– Meus conhecimentos dos fenômenos do universo são quase absolutos. – confirmou a estrela. – Há poucas coisas que eu ainda não compreendo. Mas eu vivo em constante aprendizado.

– Como o quê, por exemplo? O que você não compreende? – Raquel estava curiosa. O que, em todo o universo, poderia ser tão difícil, tão complexo e mirabolante, que nem mesmo um ser celestial era capaz de entender?

– Não consigo compreender como funcionam os sentimentos e as emoções humanas – admitiu Cadente.

– Ah... mas isso é fácil – Raquel estava um pouco decepcionada. Como um ser tão inteligente podia sentir dúvidas em coisas tão básicas? – E, matemática, você entende bem?

– Sim. A matemática humana na verdade é bastante limitada, e está longe da verdadeira matemática cósmica que existe no universo.

Os olhos de Raquel brilharam. Talvez essa pudesse ser a sua salvação!

– Eu tenho prova amanhã... – disse ela. – Mas o assunto é muito difícil, e eu não consigo fazer os exercícios.

– Deixe-me ver isso... – disse Cadente, pegando o livro de matemática de dentro da mochila de Raquel. Deu uma folheada rápida e disse: – Muito bem, eu a ajudarei com isso.

Assim, Cadente começou a ajudar Raquel a entender a matéria de sua prova de matemática.

FIGURA 26 – Ensinando matemática



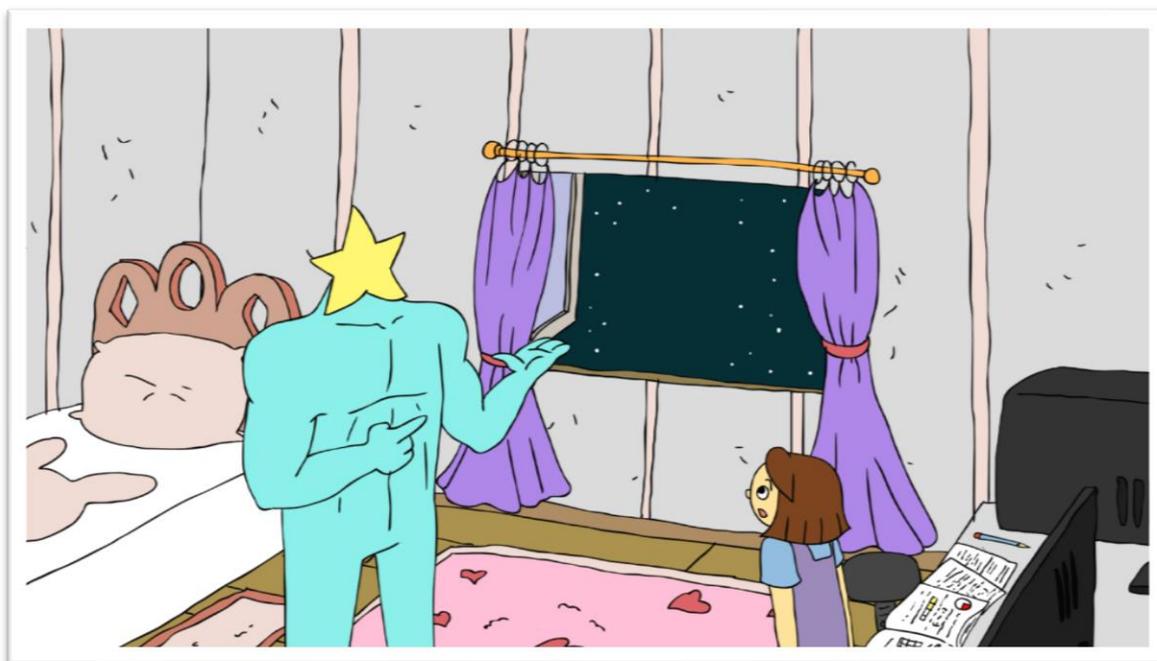
Fonte: Marcio Lucas

Neste momento da história, os alunos farão a atividade 1 do capítulo 1, sobre “Operações Básicas e Cálculo mental”

Após resolver um punhado de exercícios, Raquel percebeu que aquele assunto não era nada complicado. Apenas um monte de continhas de adição, subtração, multiplicação e divisão. *Minha nossa, pensou ela, como é que eu estava com medo disso? É muito fácil!* Antes de ficar completamente convencida, Raquel lembrou-se que o que realmente a assustava não eram aquelas continhas triviais... mas sim os probleminhas, principalmente aqueles problemas que envolviam fração! Esses problemas em particular tinham um grau de sadismo um tanto elevado, causando arrepio e desespero em qualquer um que os encarasse.

A estrela deu uma olhada, mas não se apavorou. Aqui obviamente a situação era bem diferente, pois não se tratava mais de simples exercícios, mas sim de problemas. Antes de começar, Cadente recordou com Raquel o conceito de fração. *Uma parte de um todo*, disse ele, *apenas isso*. E partindo desse princípio, eles resolveram encarar o problema que tanto perturbava Raquel.

FIGURA 27 – Ensinando frações



Fonte: Marcio Lucas

Neste momento da história, os alunos farão a atividade 2 do capítulo 1, sobre “Problemas envolvendo frações”

Por fim, depois de tanto estudar, resolver uma porção de exercícios e de problemas matemáticos, Raquel finalmente sentia-se segura para fazer a prova. Assim, chegara o momento da estrela ir embora e voltar para o seu lugar lá no céu.

– Adeus! – disse Cadente. – Boa prova amanhã. Estarei olhando por você, lá de cima.

– Espere! – disse Raquel, segurando seu braço, impedindo que ele saísse pela janela. – Não está se esquecendo de nada?

Cadente levou a mão ao queixo e refletiu. Mas desistiu de tentar adivinhar e apenas aguardou que a garota lhe desse a resposta.

– Você não realizou o meu desejo! – disse ela. – Você é uma estrela cadente, eu te vi, e agora eu tenho direito a fazer um pedido.

– Sim – confirmou a estrela. – Eu te ajudei a estudar para a prova. Não era esse o seu maior desejo?

– Claro que não! – retrucou a garota. – Quer dizer... eu até queria ir bem na prova de amanhã, para não repetir de ano, mas eu não desejei isso.

– Muito bem – conformou-se a estrela –, então diga, qual é o seu desejo?

Raquel hesitou. Seria difícil, para alguém de fora, compreender a complexidade daquilo que se passava dentro de seu coração naquele momento. Não se tratava apenas de um desconhecido que entrou em seu quarto no meio da noite para lhe ensinar matemática e conceder um desejo. As pessoas de seu cotidiano não costumavam dar tanta atenção assim para ela. Não era culpa de seus pais, que viviam sem tempo, correndo dia e noite para trabalhar, pagar contas e resolver os inimagináveis problemas da vida de um adulto. Também não era culpa de seu professor, que tinha que dividir sua atenção com 40 alunos numa sala lotada, ou de seus colegas, que ela até chamava de amigos, mas na realidade não eram assim tão próximos.

Raquel fechou os olhos e pensou naquilo que mais queria em sua vida naquele momento. Ela estendeu o braço direito em direção à estrela e disse:

– Eu desejo... que você seja meu amigo.

Cadente ficou bastante confuso, e ao mesmo tempo curioso. Aquele era um pedido bastante inusitado. Estrelas não possuem amigos, elas são muito sozinhas no céu. Mas essa poderia ser uma boa oportunidade para compreender aquilo que até hoje era o maior mistério em sua mente: os sentimentos e as emoções humanas. Talvez, se ele passasse mais tempo ao lado de seres humanos, ele conseguiria decifrar esse grande enigma. Talvez ainda, indo um pouco mais longe, quem sabe ele pudesse até mesmo sentir algum desses sentimentos. *Como seria sentir-se bravo?, pensou a estrela, ou sentir-se triste. A felicidade e o amor parecem mais promissores. Mas será mesmo que uns sentimentos são melhores do que outros?*

Movido por sua curiosidade e vontade de adquirir cada vez mais conhecimentos, a estrela realizou o desejo de Raquel, e os dois tornaram-se grandes amigos.

FIGURA 28 – O desejo



Fonte: Marcio Lucas

A partir desse dia, Cadente passou a visitar Raquel todas as noites. Sempre que o sol se punha, a estrela brilhava forte no céu e, em seguida, descia delicadamente para a casa da garota, entrando pela janela. Raquel sempre a esperava ansiosamente.

A estrela não só a ajudava com seus deveres escolares, mas também fazia companhia para Raquel. Os dois brincavam juntos, conversavam sobre assuntos aleatórios e faziam várias coisas divertidas.

Cadente era certamente muito inteligente, mas demorava para compreender o propósito das brincadeiras. Pega-pega não fazia tanto sentido, já que ele podia viajar numa velocidade muito próxima à da luz, podendo dar 8 voltas em torno do planeta Terra em apenas 1 segundo. Esconde-esconde também parecia incoerente, já que o espectro visível da luz para o seu olhar possuía uma frequência muito mais ampla do que a permitida pela capacidade humana, podendo enxergar raios infravermelhos, detectando Raquel apenas pelas ondas de calor emitidas por seu corpo. Nessas condições, talvez a brincadeira menos incompreensível fosse quando eles tomavam chá invisível com a senhora Marocas e o Tambor, dois bonecos inanimados, que nem sequer possuíam um sistema digestório para fazer proveito do chá.

Mas de acordo com Raquel, era tudo “faz de conta”. Esse termo era enigmático para Cadente. Por que alguém, em sã consciência, fingiria que algo imaginário e ilógico faz parte da nossa realidade? Se aquilo, porventura, fosse real, as regras da física que regem todo o universo seriam todas alteradas. Mesmo com todo esse absurdo, Cadente esforçava-se para aprender. Raquel agora era sua professora, e a aula era sobre humanidade.

FIGURA 29 – Tomando chá



Fonte: Marcio Lucas

Dez dias se passaram e, nesse tempo, a amizade da estrela e da garota humana só se fortaleceu. Cadente ainda não conseguia compreender nada a respeito de emoções, e também não conseguira detectar nada que parecesse ser um sentimento dentro de si. Mas a estrela era paciente. Dez dias era um tempo muito curto para se aprender algo novo. Durante todo esse tempo, porém, a Lua esteve observando atentamente as ações daqueles dois.

A Lua é um vigia do planeta Terra. Sempre fica ali no céu, observando cada passo de cada pessoa, desde os primórdios da humanidade. Ao longo dos anos pôde assistir o desabrochar da vida na Terra. Ela assistiu de perto os dinossauros sendo extintos, dando vez a uma nova espécie predominante no planeta. Assistiu essa nova espécie evoluir de forma bastante acelerada e atingir conquistas inacreditáveis. Também esteve assistindo essa espécie se auto destruir por meio de

guerras e genocídios. Mas o que ela mais gostou de ver foi quando essa espécie se tornou tão inteligente e tecnológica, ao ponto de conseguir, até mesmo, voar para o espaço e tocar em sua face cinza e gelada. A Lua possuía um carinho especial pela humanidade. Ela torcia pelo sucesso e preservação de nossa raça, mas nunca interferiu diretamente em nenhum assunto humano. Então ela resolveu ter uma conversa com Cadente. Com seus 4,47 bilhões de anos, ela era bem mais experiente e sábia do que a jovem e impulsiva estrela. Os dois já se conheciam há muitos anos. Não eram amigos, pois seres cósmicos não costumam conversar um com o outro, muito menos fazer coisas divertidas juntos, como Raquel e Cadente.

FIGURA 30 – Conversando com a Lua



Fonte: Marcio Lucas

– Isso que você está fazendo é proibido – disse a Lua.

– Isso o que? – perguntou Cadente. Os dois estavam na estratosfera, observando a beleza daquele planeta azul. Sob aquele ângulo, a Terra parecia ser um lugar realmente excepcional em todo o universo.

– Você sabe muito bem do que eu estou falando – continuou a Lua. – Há algumas regras que nós, seres cósmicos, precisamos seguir. E uma delas diz que um ser cósmico não pode interferir diretamente com os habitantes de qualquer planeta do universo.

– E por que não? – questionou Cadente.

– Porque as consequências de tais atitudes insensatas seriam inimagináveis. Você estaria destruindo todo o frágil equilíbrio daquele planeta.

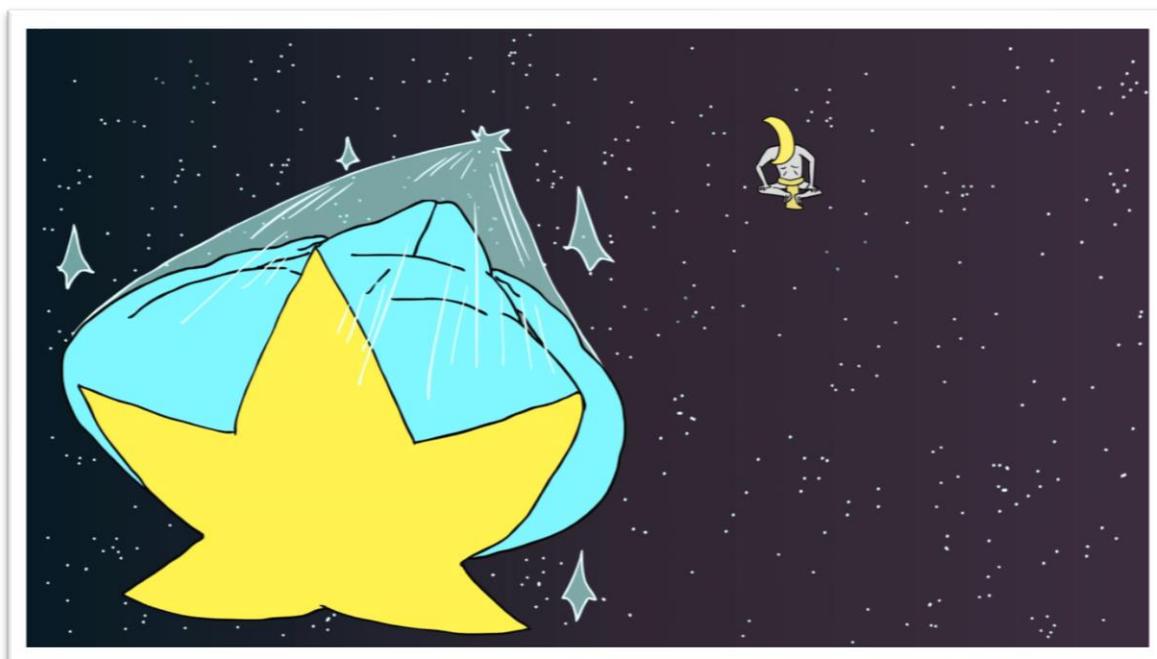
– Não vejo como eu poderia fazer mal.

– Você não está entendendo. Já ouviu falar em efeito borboleta? Um simples bater de asas de uma borboleta é capaz de gerar um furacão. Imagine então o que aconteceria com o bater de asas de uma borboleta cósmica! A sua simples exposição no planeta Terra poderia gerar uma sequência de eventos improváveis que desencadearia uma grande calamidade. Você pode provocar um acontecimento caótico que nenhum de nós seria capaz de reverter.

– Hmm... – disse Cadente, indiferente. – Eu duvido muito.

Cadente não deu a mínima para o alerta da Lua. Ele apenas estava ansioso para ver sua nova amiga, que com certeza, a essa hora, já estava esperando ansiosamente por ele.

FIGURA 31 – Conselho da Lua



Fonte: Marcio Lucas

Então ele deu as costas para a Lua e foi embora.

A Lua sabia que a decisão da estrela teria terríveis consequências. Mas ela não podia fazer nada para impedir, pois sabia que não era correto intervir diretamente nos eventos que afetam o planeta Terra. Ela poderia apenas observar tudo de longe... é isso o que a Lua faz.

E foi isso o que a Lua decidiu fazer. No seu canto, lá no céu, ficou apenas observando o desenrolar de toda essa história.



5.2 CAPÍTULO 2: O ENÍGMA IMPOSSÍVEL

– Duas semanas se passaram desde que Raquel fez seu desejo para a estrela. Ela havia se saído muito bem na prova de matemática. E finalmente chegara o dia de mostrar sua gratidão. Era o aniversário de um bilhão de anos de Cadente! *Um dia tão importante como esse não pode passar batido*, pensou Raquel, enquanto pendurava aquelas bexigas coloridas na parede. Aproveitou que seus pais estavam trabalhando, e só chegariam às dez horas da noite, para decorar toda a sala. O bolo de morango, feito por ela mesma, possuía dez velinhas. Um “1” seguido por nove “0”. *Será que estrelas gostam de morango?*, pensava a garota. Ela conversou e brincou com Cadente durante catorze dias seguidos, mas percebera que ainda conhecia pouca coisa sobre ele.

FIGURA 32 – Festa surpresa



Fonte: Marcio Lucas

Talvez fosse mais adequado perguntar mais sobre ele, pensou Raquel. *Perguntar quais são seus hobbies, quem são seus amigos. Hm, provavelmente ele diria que não possui hobbies ou amigos, e que morango não é sua comida favorita, pois não possui nenhuma comida preferida.* Raquel riu baixinho ao perceber que conhecia mais do que imaginava sobre o seu novo amigo. A questão é que ele já tinha vivido por muito, muito, mas muito tempo, mas não tinha experimentado absolutamente nada do que a vida tem a oferecer. Seus conhecimentos em

matemática e ciências da natureza eram absolutos, mas seus conhecimentos sobre o cotidiano eram nulos. Raquel agora sentia-se na obrigação de apresentar tudo para ele. Ela sabia que iria ter um longo trabalho pela frente.

Enquanto Raquel preparava a decoração da festa surpresa de Cadente e mergulhava seus pensamentos em seus profundos devaneios, algo terrível estava à sua espreita, do lado de fora de sua casa. Aquilo que a Lua tanto temia finalmente se concretizou.

Ninguém sabe explicar exatamente como ocorreu. Parece que a longa exposição de Cadente num mesmo ponto acabou modificando a natureza daquele ambiente. Uma ou outra poeira cósmica pode ter saltado de sua pele, desencadeando uma sequência de eventos climáticos que ninguém jamais sonharia ser possível naquela região. O fato é que a previsão do tempo errou feio ao dizer que aquela seria uma manhã tranquila, seguida por uma tarde ensolarada.

De muito longe ouvia-se um gemido prolongado do vento. Se Raquel não estivesse tão concentrada em seus afazeres, ela perceberia que a grama ao redor de sua casa estava quase dançando, no ritmo da tempestade que se aproximava. Mas ela só se deu conta da gravidade da situação quando ouviu um grito escandaloso do vento e a casa sacudiu com tanta força que a deixou atordoada. A casa rodopiou umas três vezes. O ciclone levitou a casa de forma desajeitada, igual quando seguramos uma colher com a boca e tentamos equilibrar um ovo sobre ela enquanto nos movemos.

FIGURA 33 – Furacão



Fonte: Marcio Lucas

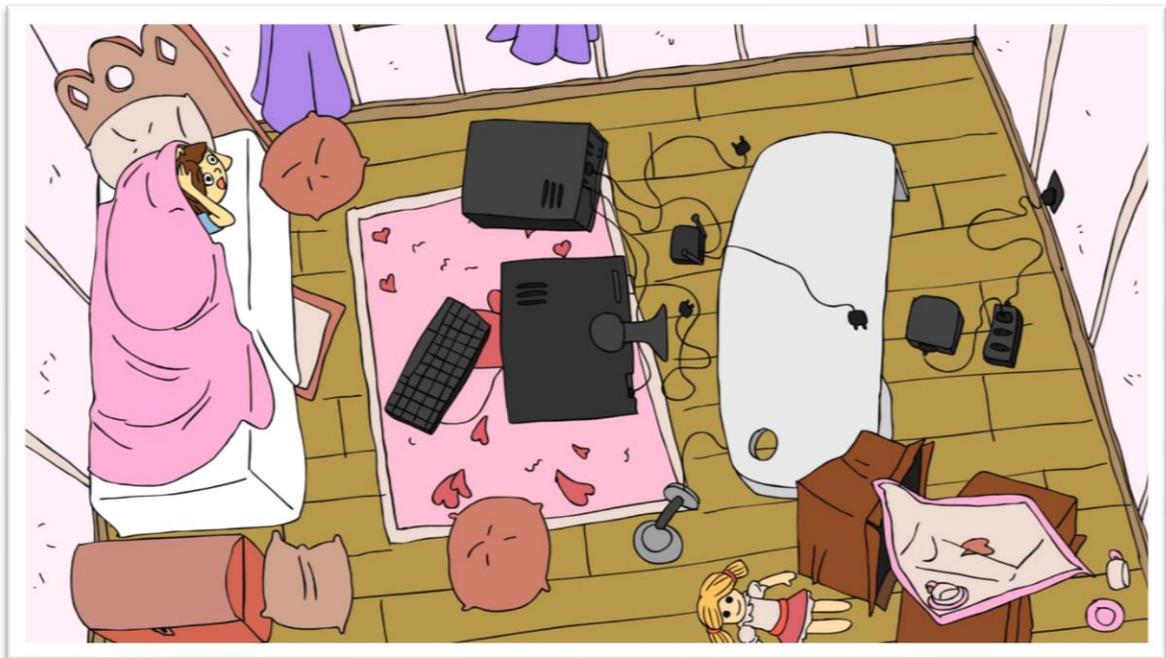
Quando Raquel se deu conta do que estava acontecendo, entrou em pânico e desatou a chorar. Ela estava, literalmente, no olho do furacão. Por sorte se lembrou de uma história que certa vez sua mãe leu para ela antes de dormir. O Mágico de Oz. A garotinha dessa história também passara por situação bastante semelhante. Raquel não se lembrava de como Dorothy se safou daquela enrascada, então correu para o seu quarto para procurar o livro. Correu pelo corredor e quase caiu em um momento que sua casa virou com um ângulo de quase noventa graus para a esquerda, de forma que a parede tomou o lugar do chão e o chão ficou no lugar da parede. Mas logo o vento ajustou a casa em sua posição original, e Raquel pode prosseguir sua busca.

Chegando em seu quarto, assustou-se com toda a bagunça. Seu computador novo havia sido arremessado no chão. Estava com medo de verificar os danos, pois seu pai não compraria um novo assim tão cedo. Agora, porém, não era tempo para isso. Ela tinha algo mais urgente para resolver. Revirou o seu baú e finalmente encontrou o livro que queria. *L. Frank Baum*, estava escrito na capa, em cima do título. A parte que ela precisava ler era o final do capítulo 1, assim iria saber como lidar com aquela situação. Conseguiu achar a página e rapidamente se pôs a ler:

“Horas e horas se passaram, e aos poucos Dorothy foi perdendo o medo; mas sentia uma grande solidão, e o vento uivava com tanta força à sua volta que quase ficou surda. Num primeiro momento, ela se perguntou se a casa iria se despedaçar quando tornasse a cair no chão; mas, com o passar das horas, como nada de terrível acontecia, parou de se preocupar e resolveu esperar com toda a calma para ver o que o futuro iria lhe trazer. Finalmente, arrastou-se pelo chão até a sua cama e deitou nela; Totó foi atrás e se estendeu ao seu lado. Apesar do balanço da casa e do barulho do vento, em pouco tempo Dorothy fechou os olhos e adormeceu profundamente.” (L. Frank Baum, 1900).

Ela ficou durante HORAS esperando e então DORMIU?!, pensou Raquel consigo mesma, *só pode ser brincadeira!* Raquel então escondeu-se embaixo da coberta, onde ficou tremendo e chorando por tanto tempo que, assim como Dorothy, acabou por se acostumar com a situação.

FIGURA 34 – Raquel em pânico



Fonte: Marcio Lucas

Um repentino e fortíssimo estrondo que chacoalhou de vez toda a casa foi o sinal de que aquela fatalidade havia chegado ao fim. O silêncio repentino dos ventos que tanto massacraram sua casa era tão reconfortante que trouxe de volta o otimismo de Raquel. Afinal, ela estava viva, e era isso o que importava.

A situação da casa era agonizante. O computador não foi o único objeto a ser arremessado durante a catástrofe. Toda a louça de porcelana havia se transformado num grande quebra cabeça espalhado por todo o chão, desde a sala até o final do corredor. Em alguns cômodos a estrutura de sustentação não deu conta do recado e o forro havia desabado sobre o chão, erguendo uma nuvem de poeira que tentava timidamente esconder toda aquela desordem. A maioria dos aparelhos domésticos não sobreviveu para contar história. O cristal líquido da tela da televisão de LED, estirada no chão, vazava por ela como se ela houvesse sido vítima de um homicídio. Os alimentos da geladeira todos haviam sido comprometidos, pois a porta do aparelho doméstico desaparecera de tal forma que Raquel até desistiu de procurar. As portas de todos os armários também foram arrancadas e jogadas para longe, e algumas, feitas de vidro, se despedaçaram.

Meus pais vão ficar uma fera quando chegarem em casa!, pensou Raquel. Mas ao abrir a porta de entrada, percebeu que essa seria a menor de suas preocupações. A casa não estava mais no seu devido lugar, na cidade. O furacão havia aterrissado a casa no meio de uma densa floresta, muito distante de qualquer lugar que Raquel um dia conheceria.

Raquel olhou atentamente em volta, verificando se a casa não havia esmagado nenhuma bruxa malvada. Estava tudo limpo. Nenhuma criatura fora atingida pela construção, apenas algumas árvores, que tombaram e se curvaram a sua volta.

FIGURA 35 – Floresta



Fonte: Marcio Lucas

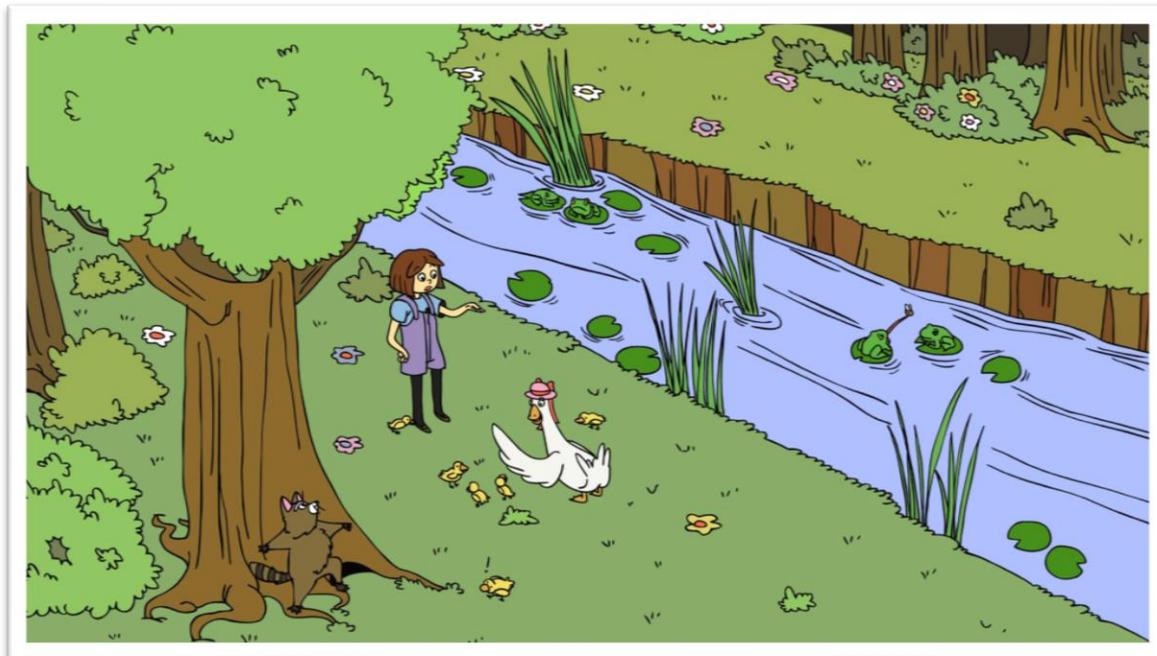
O cheiro daquele ar puro e relva verde eram novidades para Raquel. Nunca havia visto um lugar tão verdinho, com árvores imponentes competindo entre si para ver qual era a mais bela. Aves de plumagem exótica cantarolavam e agitavam as asas nos galhos e arbustos espalhados por toda parte. Havia uma diversidade tão grande de plantas à sua volta que causaria inveja em qualquer jardim botânico da cidade.

Não muito longe dali havia um riacho que produzia um doce som enquanto a água corria por entre as pedras, como se estivesse cantarolando. Raquel seguiu o som daquela melodia e ao chegar lá, foi muito bem recepcionada por vários bichinhos engraçados, moradores locais. O coelhinho parecia uma nuvem, de tão fofinho que era a sua pelagem. O guaxinim era tímido, ficava à espreita observando como se fosse um ladrão esperando uma oportunidade de avançar e roubar algo, mas no fundo ele era boa gente e só estava com medo. A mamãe pata foi a mais receptiva com a Raquel. Aproximou-se da garota já fazendo piada, para quebrar o gelo:

– Quantas patas tem um pato? Hihih.

– Com licença, senhora pata – interrompeu Raquel. – Você sabe me dizer onde estou? Acho que acabei me perdendo de casa e não sei como voltar.

FIGURA 36 – Animaizinhos da floresta



Fonte: Marcio Lucas

A mamãe pata observou Raquel por um momento, percebendo pela sua vestimenta e pelo seu jeito que ela não se encaixava naquele lugar. Mas a mamãe pata deu de ombros. Ela tinha seus próprios problemas para resolver. Os seus filhotes retornaram para perto dela depois de ficarem a manhã toda brincando perto do rio, mas a mamãe pata não conseguia identificar se todos haviam retornado ou se ainda faltava algum. Ela estava muito preocupada com isso.

– Por que você não faz uma contagem dos filhotes? – disse Raquel, percebendo a inquietude da mamãe pata.

– O quê? – perguntou a mamãe pata.

– Eu disse para você contar os filhotes. Tipo... antes deles saírem para brincar você pode contar quantos filhotes você tem ao todo. E então, quando eles voltarem, você conta novamente para ver se não está faltando nenhum.

A mamãe pata não entendeu nada. Ela não sabia contar. Não conhecia o conjunto dos números naturais. Não que ela fosse burra, apenas não possuía conhecimento algum em matemática.

– Veja só... – disse Raquel, compreendendo o problema. – Você não conhece os números, porque você é um bicho. Mas tudo bem, podemos lidar com a situação da seguinte forma: toda vez que um filhote sair para brincar, você pega uma pedrinha. Pegue uma pedrinha para cada um dos filhotes que se afastarem de você. E quando um filhote retornar, jogue fora a pedrinha. Jogue fora uma pedrinha para cada um dos filhotes que retornar para você. No final, se não sobrar nenhuma pedrinha com você, significa que todos os filhotes retornaram. Mas se você ainda estiver com alguma pedrinha, então isso indicará que algum dos seus filhotes está perdido.

– Como foi que... como você bolou essa estratégia tão robusta? – disse a mamãe pata, impressionada com aquela linha de raciocínio. Certamente aquilo a ajudaria, mas ela jamais conseguiria pensar naquilo sozinha, caso a menina não lhe ajudasse.

– Isso é apenas matemática básica – disse Raquel. – Nós, humanos, chamamos isso de “contagem”. As pedrinhas que nós utilizamos representam “números”. Mas nós mantemos esses números dentro da nossa cabeça, pois seria estranho se todo mundo andasse o tempo inteiro com um saco cheio de pedrinhas.

– Tem um monte de pedrinhas dentro da sua cabeça? – questionou a mamãe pata. – Por isso você é tão inteligente? Mas como cabe tanta pedrinha dentro de uma cabeça tão pequena?

– Não é nada disso – disse Raquel. – Quer dizer... os números são imaginários. Eles existem somente nos meus pensamentos. Assim fica mais fácil de utilizar. Às vezes, quando é uma conta muito grande, dá para escrever esse número em algum lugar, para não ficar tudo armazenado na cabeça. Tudo isso faz parte da matemática.

Números. A mamãe pata achava aquela palavra impressionante. *E matemática.* Ela não sabia direito o que era, mas ela queria aprender mais. Por que ninguém nunca havia ensinado essas coisas para ela antes? Isso com certeza facilitaria muito sua vida.

– Impressionante! – disse o guaxinim, que havia ouvido tudo atrás da árvore onde ele estava escondido. – Você certamente possui um intelecto muito avançado!

FIGURA 37 – Guaxinim



Fonte: Marcio Lucas

– Não sou mais esperta do que vocês – disse Raquel. – Eu apenas estudei mais e acabei aprendendo coisas como a matemática lá na escola. Mas eu não sabia que algum dia essas coisas me seriam úteis.

– Útil? – espantou-se o guaxinim – Essa pequena demonstração que você fez para nós é impressionante! Se você sabe mais coisas como essa, certamente você as utiliza a todo momento, sem nem se dar conta.

O guaxinim estava certo e Raquel sabia disso. Ela detestava matemática, mas sabia sua importância. Lembrou-se de uma frase que Cadente tinha lhe dito durante aqueles últimos dias:

“A matemática é a arte da razão pura; a estrutura lógica fundamental de tudo o que existe e também de tudo o que não existe. Bem distante dos cálculos simples que permitem controlar gastos diários e administrar assuntos cotidianos, a matemática nos auxilia a organizar e compreender tudo o que podemos imaginar na vida.” (Richard Brown).

– Preciso de sua ajuda – disse o guaxinim. – É um assunto realmente muito importante. Foi uma benção você ter chegado aqui neste momento de crise.

– Eu vou ajudar no que eu puder, sr. Guaxinim – disse Raquel, prontamente.
– Do que você precisa?

– A história é um pouco longa... mas eu vou resumir para você – o guaxinim sentou-se sobre o gramado fofinho e fez sinal para que Raquel fizesse o mesmo. Ela então se acomodou de joelhos e a mamãe pata e os seus filhotes ficaram em volta, aguardando a história se dar início.

– Há um terrível monstro nessa floresta – continuou o guaxinim. – É uma criatura enorme e assustadora, cuja aparência tétrica é indescritível. Tal criatura desce do céu, voando, e fica diante de um animal infeliz à sua escolha, como eu, ou esta família de patos ou de qualquer bicho desta floresta. Então ela encara esse animal e dá uma chance para que sua vida seja poupada. É aqui que entra a parte interessante! O monstro faz uma charada, uma pergunta de lógica, que somente um bicho “esperto pra burro” poderia responder. Se a resposta do animal for correta, o monstro promete ir embora e deixar todos desta floresta em paz para sempre! Mas se a resposta estiver errada... o monstro devora o animalzinho sem dó, até os ossos. Até hoje, ninguém nunca conseguiu desvendar o enigma do monstro.

Que tipo de pergunta será que esse monstro faz?, pensou Raquel. Se for de ciências ou de história talvez seja fácil. Quer dizer... desde que não seja sobre “história dos bichos”... na escola só ensinam história geral, que é sobre gente, e história do Brasil, que também fala sobre gente. Ninguém nunca falou qual era a história dos animais. Mas então Raquel lembrou-se que o guaxinim falou que era uma pergunta de lógica, e logo descartou a temática sobre “história dos bichos” ou “história do Brasil”.

– Vamos fazer um teste – disse o guaxinim. – Vou fazer algumas perguntas de lógica para você. Se você as responder corretamente, então existe alguma chance de você derrotar o monstro e salvar a todos nós.

Raquel topou. Logo, o guaxinim deu início ao teste.

Neste momento da história, os alunos farão apenas uma espécie de “aquecimento” antes da real atividade deste capítulo. Aqui eles tentarão adivinhar qual é o próximo termo de cada uma das sequências. A classe deverá responder em conjunto a atividade, pois ela não é individual.

Qual o próximo termo:

6, 12, 18, 24, ...

A primeira sequência é uma Progressão Aritmética (PA). Os alunos do 6º e 7º ano ainda não conhecem. Mas espera-se que eles percebam que esses números são os múltiplos de 6, então são os números da tabuada.

Qual o próximo termo:

2, 4, 8, 16, ...

A segunda sequência é uma Progressão Geométrica (PG). Os alunos do 6º e 7º ano ainda não conhecem. Mas espera-se que eles percebam que esses 6 números são potências do 2.

Qual o próximo termo:

1, 4, 9, 16, ...

A terceira sequência é formada pelos quadrados perfeitos. Seu padrão lógico é um pouco mais difícil de ser identificado.

Qual o próximo termo:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

A quarta sequência é a sequência de Fibonacci. Será mostrada aos alunos apenas como curiosidade, mas espera-se que ao menos algum aluno perceba qual é o padrão lógico nela presente.

Qual é o resto da divisão de

2^{2018} por 5?

A pergunta final do guaxinim não é uma sequência. Este é o enigma que será feito pelo monstro durante a atividade 2 deste capítulo. Provavelmente nenhum aluno saberá a resposta para esta pergunta. Porém, com a linha de raciocínio que o aluno desenvolverá ao longo da atividade 1, deste capítulo, espera-se que ele tenha condições de voltar para esta pergunta e respondê-la corretamente posteriormente.

Raquel acertou quase todas as perguntas. Só ficou confusa na última. Mesmo assim, o guaxinim achou seu desempenho satisfatório. Desde que o monstro não fizesse uma pergunta como aquela última, Raquel teria grande chance de acertar.

– Filhote de humano! – disse a mamãe pata, referindo-se à Raquel. – Eu quero lhe apresentar as minhas amigas. Venha conhecê-las!

Raquel aproximou-se da mamãe pata e ficou diante de cinco aves bastante simpáticas. Então a mamãe pata começou a falar:

– Meninas, esta é a humana que eu lhes falei. Ela ainda é só um filhote, mas é muitíssimo esperta!

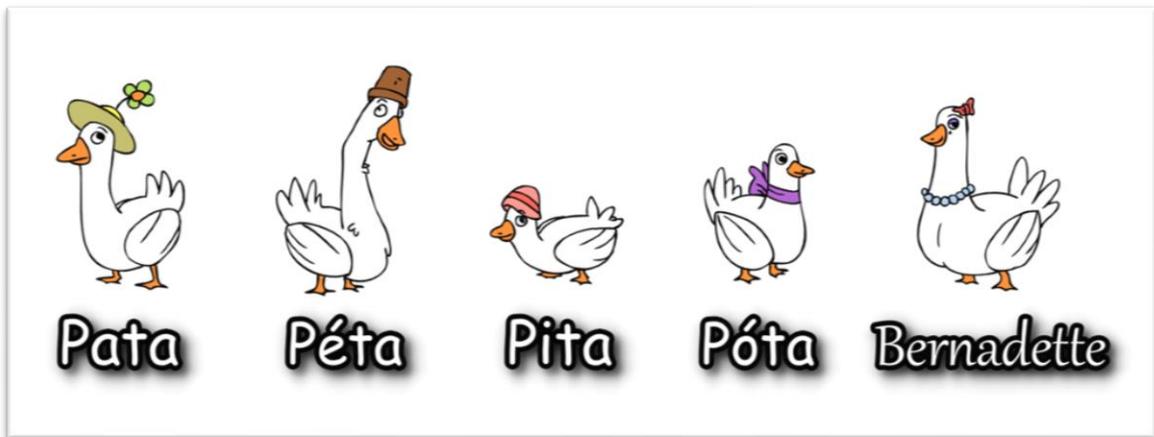
– Oi. Eu sou Raquel, muito prazer – disse a garota, fazendo uma reverência um pouco tímida. Então a mamãe pata continuou:

– Agora deixe-me apresentar minhas amigas, você vai adorá-las. Esta aqui se chama Pata, esta é a Péta, esta é a Pita, está é a Póta... e a última é a...

– Tudo bem – disse Raquel –, eu acho que já entendi.

– Deixe-me continuar, não me interrompa – disse a mamãe pata. – A última é a Bernadette.

FIGURA 38 – Amigas patas



Fonte: Marcio Lucas

Raquel gostou muito de conhecer cada uma das amigas da mamãe pata. Eram todas muito atenciosas e divertidas.

Então o guaxinim chamou novamente Raquel, levando-a para perto do riacho, onde ele havia preparado uma porção de novos testes para treinar a garota para vencer o desafio do monstro.

FIGURA 39 – Sequência de sapos



Fonte: Marcio Lucas

Neste momento da história, os alunos farão a atividade 1 do capítulo 2, sobre “Sequências”

Raquel ficou praticamente a tarde inteira conversando e resolvendo enigmas de lógica com aqueles animaizinhos. Foi tudo muito divertido. Porém, o pôr do sol, que normalmente é sua parte predileta do dia, chegou com uma surpresa bastante desagradável. Dava para sentir uma sensação ruim no clima, uma espécie de mal pressentimento que deixava um misterioso gosto amargo na papila da língua. Alguns animais começaram a ficar agitados, seus instintos de sobrevivência se ativaram com força total, mandando-os correr para bem longe dali. As aves foram as primeiras a sair voando para longe. Um tremor violento na terra foi o alerta que fez com que até a toupeira cega se esbranquiçasse e fugisse para dentro de sua toca. Então as árvores começaram a ser arrancadas de suas raízes e arremessadas a esmo pela floresta. A pressão de Bernadette caiu e ela desmaiou. Enquanto ela era acudida pela mamãe pata e suas outras amigas, o guaxinim puxava Raquel pela roupa e gritava:

– Pelas barbas do urso pardo, ele chegou!! ELE CHEGOU!!

FIGURA 40 – Monstro chegando



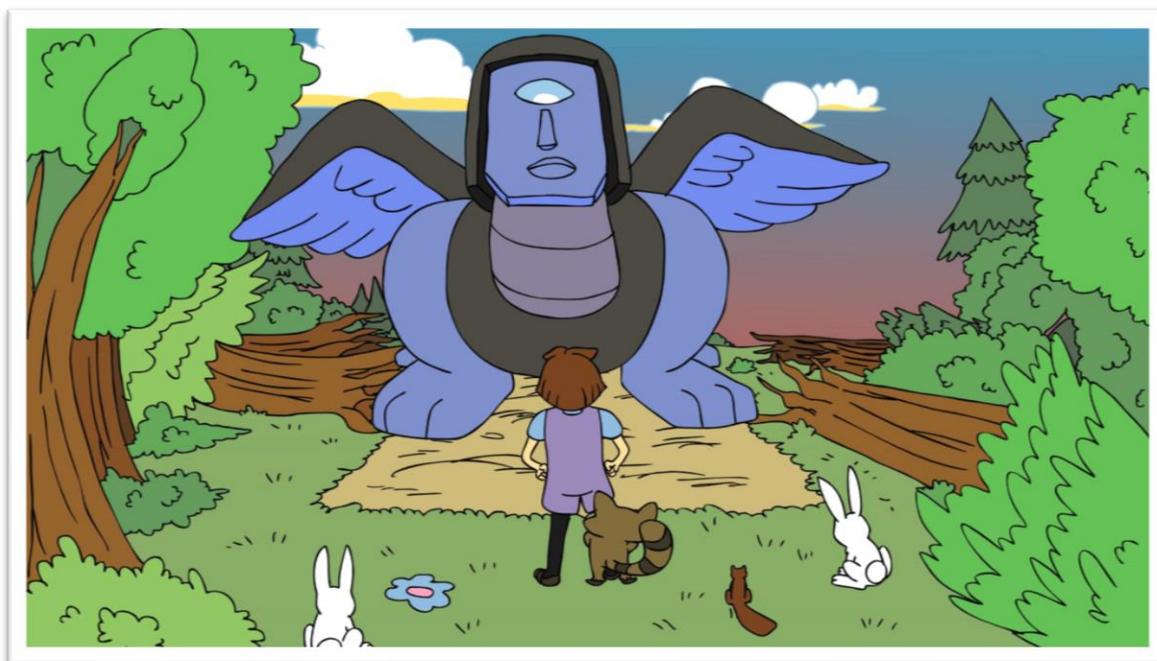
Fonte: Marcio Lucas

Os gritos amedrontados do guaxinim, em meio a lágrimas de desespero, fizeram com que Raquel despertasse de uma espécie de transe. Aquilo era real. Ela estava mesmo numa floresta, com animais falantes, onde um monstro estava destruindo tudo, se aproximando cada vez mais, vindo devorá-la. *Não!*, pensou ela, *eu não serei devorada! Eu só preciso responder corretamente à pergunta dele.*

O monstro enfim se relevou. Veio voando e aterrissou delicadamente na frente de Raquel. Ele sabia que era ela quem o desafiaria. Sua aparência era realmente indescritível. Uma espécie de ciclope alado misturado com esfinge, com mais de três metros de altura e com um tom azul tétrico que coloria toda a superfície de sua pele. Seu olhar era penetrante, quase hipnotizador. Sua expressão facial não demonstrava crueldade ou ansiedade, apenas revelava que ele se sentia uma divindade diante de sua oferenda. Raquel, para ele, era apenas mais um sacrifício que aquela floresta imunda estava lhe fornecendo.

Aproximou-se em meio às árvores que ele mesmo havia desmatado. Seu olhar estava vidrado na garota, queria muito devorá-la. Não se tratava apenas de uma presa indefesa que iria caçar. Não... aquela menina era diferente. Diferente do urso que havia devorado na semana anterior, ou do burro que devorara há dois dias atrás. Aquela garota, um mero protótipo de ser humano, era especial. O monstro sentia algo por ela. Raiva? Inveja? Admiração? O monstro não sabia. Talvez o fato que mais o impressionava era que aquela garota não havia compreendido os seus poderes divinos. Espere... ela também era uma deusa? Não... ninguém naquela floresta estaria aos seus pés, jamais! Ele era todo poderoso e já estava se cansando de esperar.

FIGURA 41 – Desafiando o monstro



Fonte: Marcio Lucas

Piscou seu grande olho duas vezes, então abriu a boca lentamente e disse com uma voz metálica e aterradora:

– DECIFRA-ME OU DEVORO-TE! – toda a floresta estremeceu quando tais palavras foram proferidas.

Raquel não estava com medo. Seu olhar estava determinado, tinha confiança de que conseguiria responder a qualquer pergunta. *Quem dera eu também tivesse toda essa confiança diante das provas da escola*, pensou ela.

A esfinge enfim fez o seu enigma. A pergunta foi:

Qual é o resto da divisão de

$$2^{2018} \text{ por } 5?$$

Neste momento da história, os alunos farão a atividade 2 do capítulo 2, sobre “Sequências”

Que droga!, pensou Raquel. *Justo a pergunta do guaxinim que eu não sabia responder!* O monstro, na realidade, havia trapaceado. Entre seus vários dons

majestosos, estava a telepatia. Logo, ele sabia que Raquel havia se preparado durante o dia inteiro para aquele momento. Sabia que a única pergunta do dia que ela não soube nem por onde começar, era aquela. O monstro riu por dentro, vibrou com a comemoração antecipada de sua vitória. Agora aquela pequena garota seria sua e ele faria o que quisesse com ela.

Raquel não desistiu. Pegou um graveto de uma das árvores caídas e começou a rabiscar a areia. Examinou o problema com bastante calma. Primeiramente tentou compreendê-lo. O que ele estava pedindo? Quais foram as informações dadas? Quais são as condições propostas? Era uma conta de divisão. Divisão de um número infinitamente grande por 5, e a pergunta era sobre qual seria o RESTO. Raquel sabia que quando dividimos qualquer número por 5, o resto pode ser 0 (caso seja uma divisão exata), ou 1, ou 2, ou 3, ou 4. Nesse caso, se ela fosse chutar a resposta, teria 20% de chance de acertar. As chances ainda não estavam a seu favor, ela teria que descobrir mais alguma coisa.

Então Raquel decidiu bolar uma estratégia de resolução. Ela sabia que o dividendo era uma potência de 2, mas o único problema é que a potência de 2 aqui era muito grande e impossível de se calcular. Nem mesmo se ela tivesse uma calculadora aquilo daria certo. Talvez se a potência de 2 dada pelo problema fosse mais baixa, seria mais fácil de fazer a conta. Então ela pôs em prática a sua estratégia! Tentou calcular a divisão de 2^1 por 5 e verificou que o resto era 2. Aí fez 2^2 dividido por 5, chegando no resto 4. Depois fez 2^3 dividido por 5, que dava resto 3, 2^4 dividido por 5, que dava resto 1, 2^5 dividido por 5, que dava resto 2, 2^6 dividido por 5, que dava resto 4, e assim sucessivamente. Os restos dessas divisões sucessivas estavam formando um padrão interessante:

2, 4, 3, 1, 2, 4, 3, 1, 2, 4, 3, 1, ...

Era uma sequência com repetição, assim como aquelas que ela havia treinado com o guaxinim. Ela só teria que encontrar o termo número 2018 dessa sequência, e isso ela sabia fazer! Após terminar a conta, revisou a solução e verificou se sua resposta fazia sentido. Era um número menor do que 5, então

estava dentro dos resultados previstos. Então ela levantou a cabeça, encarou o monstro e disse:

– O resto da divisão de dois elevado a dois mil e dezoito por cinco... é 4.

Quatro, quatro, quatro, quatro... a última palavra dita por Raquel ecoava por toda a floresta. Um longo silêncio pairou no ar. Os animais se entreolhavam, todos com o mesmo pensamento na cabeça: *será que ela acertou?*

Todo mundo estremeceu quando um grito rasgou o ar e quebrou aquele silêncio. Foi o monstro, ele estava inconformado. Ficava berrando e se lamentando por ter sido derrotado. *Não é possível!,* pensou ele, *como uma criaturinha insignificante como aquela conseguiu me derrotar? Talvez aquela garota realmente seja uma deusa. Somente uma divindade para superar outra.* Mas agora aquilo não mais importava.

– Adeus! – disse o monstro. Não conseguiu falar mais do que isso, pois estava muito envergonhado com sua derrota. Jamais um ser vivo havia conseguido superá-lo. Mesmo com sua trapaça, seus poderes, sua astúcia... ele perdeu. Teria que ir para bem longe daquela floresta. Não iria conseguir suportar se um daqueles animais que presenciaram sua humilhação o vissem novamente no futuro. Então, levantou voo e foi embora, para sempre.

Os animaizinhos deliraram de tanta alegria! Raquel havia vencido, salvou a floresta! Todo mundo estava muito feliz... menos a ovelha. A pobre ovelhinha negra observara tudo do seu canto, atrás de uma árvore. Ela era conhecida na floresta por ser muito invejosa.

FIGURA 42 – Salvando a floresta



Fonte: Marcio Lucas

Então os animais aproveitaram o êxtase daquela grande vitória e fizeram uma festa dos bichos para comemorar. Cada convidado levou um aperitivo. O urso preparou um suculento bolo de mel, os coelhos levaram torta de cenoura, a mamãe pata e suas amigas cuidaram da salada. Bernadete não pôde ficar para a festa, teve que voltar para casa, pois ainda não estava se sentindo bem depois de toda aquela situação estressante.

Enquanto o guaxinim se encarregava de acender a fogueira, a ovelha aproveitou para se aproximar de Raquel. Ela se apresentou e logo começou a conversar a respeito de vários assuntos com a garota. Mas o que mais chamou a atenção de Raquel foi quando a ovelha mencionou uma antiga lenda da floresta. Tratava-se de uma caverna mágica, localizada ali perto, conhecida como “caverna das maravilhas”.

– Aquele que entrar na caverna das maravilhas poderá realizar qualquer desejo que quiser! – disse a ovelha.

– Hmm... mas eu já realizei todos os meus desejos – disse Raquel. – Meu melhor amigo é uma estrela cadente.

– Ora essa... – disse a ovelha. – Você está pensando pequeno, garota! Se você entrar na caverna das maravilhas, você não mais dependerá de seu amigo para ter tudo o que você quiser. Você simplesmente poderá estalar os dedos e fazer com que qualquer coisa na sua mente se torne realidade. Você poderia, com esse simples estalar de dedos, dizimar metade dos seres vivos do universo!

– O quê?! Por que razão eu faria uma coisa dessas? – espantou-se Raquel.

– Calma, calma... foi só um exemplo – disse a ovelha, tentando tranquilizá-la.
– Você pode então, com apenas um estalo, dobrar os recursos de todo o universo, para que ninguém mais tenha fome.

– Isso parece mais interessante... – concordou Raquel. – Como eu faço para chegar nessa tal caverna das maravilhas?

FIGURA 43 – Festa dos bichos



Fonte: Marcio Lucas

– Ah, isso é muito simples – disse a ovelha, com um largo sorriso. – Você só precisa me seguir, fica aqui pertinho. Temos apenas que nos afastar desses animais imundos, pois não quero que nenhum deles nos siga. Vai saber lá o que mentes tão pequenas e estúpidas quanto a deles iria fazer com tanto poder assim...

Ao dar o primeiro passo em direção à ovelha, algo aconteceu. Como a noite caía por completo, estava na hora de um grande amigo aparecer. Os olhos de Raquel chegaram a lacrimejar quando Cadente desceu do céu e apareceu bem em sua frente. Ela imediatamente o abraçou com toda sua força. Havia ficado o dia inteiro sozinha e com medo, passara por muita coisa. Era muito bom, enfim, ver um rosto familiar.

– Como me encontrou? – perguntou Raquel.

– Foi fácil de te enxergar lá do espaço – disse Cadente. – Desculpe o atraso, eu passei o dia viajando numa galáxia vizinha. Tive que resolver alguns assuntos estelares.

Enquanto Cadente contava os detalhes de sua jornada para Raquel, a ovelha saiu de fininho, sem ninguém perceber. Tudo o que ela queria era ficar a sós com a garota, por isso havia contado algumas mentiras para iludi-la. Não existia aquela tal caverna das maravilhas, existia apenas uma mina de carvão ali perto, onde nunca havia ninguém por perto. Mas agora seria impossível continuar com seu plano. A garota jamais sairia de perto daquela maldita estrela. Aquela estrela havia estragado tudo.

A ovelha foi sozinha para a mina de carvão e ficou ali por um tempo, se lamuriando. *Maldita menina*, pensou ela. *Como ela se atreve? Ela chega aqui do nada, invade minha floresta sem minha permissão, humilha e expulsa o meu grande guardião e ainda dá uma festa junto aos meus servos? COMO ELA OUSA?* A ovelha tremia e salivava, tamanha era sua ira.

O ódio estava consumindo aquele pobre animalzinho. Tanta raiva, tanto desespero, tanto desejo de vingança, não foram capazes de serem contidos dentro daquele pequeno corpo ovino. Dessa maneira, a ovelha se transformou e revelou sua verdadeira forma. Ela não era um simples animal como os outros seres daquela floresta. Na realidade, aquele era o diabo disfarçado em pele de cordeiro.

FIGURA 44 – Revelação do diabo



Fonte: Marcio Lucas

– Eles vão pagar!! – praguejou o diabo, furioso. – Aquela menina enxerida e seu amigo celestial vão sofrer minha ira!! Vão se arrepender de terem cruzado o meu caminho!!

Assim, Raquel e Cadente adquiriram um poderoso e cruel inimigo.



5.3 CAPÍTULO 3: OUTRA DIMENSÃO

Depois de um dia muito cansativo, Raquel e Cadente finalmente retornaram para casa. Mas isso não significava que tudo estava resolvido. Na verdade, os problemas estavam apenas começando. Depois de ser levada pelo furacão, a casa não estava mais em seu devido lugar na cidade. Estava no meio da floresta, a uma distância completamente desconhecida de sua localização original.

FIGURA 45 – Casa na floresta



Fonte: Marcio Lucas

– Essa não! – disse Raquel de forma aflita. – Cadente, agora são 20:15. Meus pais vão chegar do trabalho por volta das 22:00! Se eles voltarem e perceberem que eu desapareci, junto com a casa e com todos os móveis, eles vão ficar muito preocupados! Temos menos de duas horas para arrumar um jeito de atravessar a floresta e levar a casa junto com a gente!

Cadente não mostrava nenhum sinal de preocupação. Na verdade, ele nunca demonstrava sinal de nada. Não era só pela falta de qualquer tipo de expressão facial em sua face (considerando que ele não possuía boca, olhos ou músculos faciais), mas seu coração parecia ter dificuldade de sentir as coisas. Mas ele também não era insensível e frio, pois estava o tempo inteiro ajudando Raquel e se importando com seus problemas. Então ele se aproximou da casa, e Raquel foi logo

atrás dele. Ficou encarando a construção por alguns segundos. Levou a mão ao queixo e tentou imaginar a solução mais prática e lógica para aquele tipo de situação. Pronto. Ele já sabia o que fazer para resolver todo o problema.

Com as duas mãos levantadas, Cadente concentrou-se por alguns instantes e logo colocou os seus poderes cósmicos em prática. Primeiramente daria um trato na casa, pois a tempestade havia deixado uma bagunça e tanto por ali. Uma poeira cósmica voou percorrendo toda a casa, parecendo o pó mágico de uma fada madrinha. Por onde quer que o pó passasse, a ordem era restaurada. Os pedaços de porcelana se juntaram e formaram toda a coleção de louça de volta, que se organizaram por ordem de tamanho e entraram no armário que havia se levantado do chão sozinho e consertado as portas. O rombo no forro foi reestruturado quando a laje fresca apareceu voando e se encaixou junto à madeira e aos tijolos. Até o computador do quarto de Raquel foi consertado, com o cristal líquido retornando ao monitor e o computador flutuando de volta para a escrivaninha, com a trajetória sendo guiada pela poeira cósmica, pousando com delicadeza e elegância.

– *Bibidi Babidi Bo* – disse Raquel, boquiaberta.

Cadente lançou um olhar indicando que não havia entendido a referência. Então Raquel explicou:

– É o que a fada madrinha da Cinderela disse quando usou o pó mágico para arrumar tudo para ela ir ao baile.

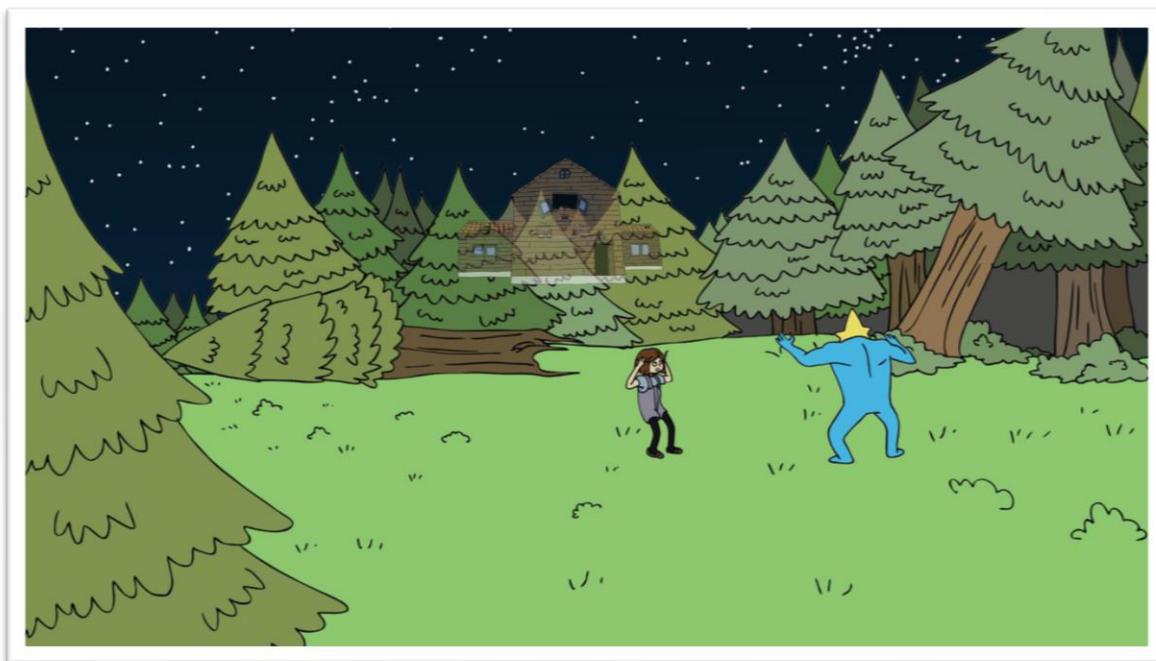
– Isso não é pó mágico – disse Cadente, que nunca havia assistido ao desenho da Cinderela e por isso não entendera a referência mesmo com a explicação da garota. – São nano partículas cósmicas que possuem conexão com os meus pensamentos, permitindo-me dar comandos de forma que eu possa utilizá-las como se fossem vários mini-trabalhadores.

– Para mim parece pó de pirlimpimpim – disse Raquel.

Cadente também não compreendeu essa segunda referência, então continuou seu trabalho. Após consertar e arrumar a casa inteira, começou a levitá-la. Fez uma pausa de alguns segundos e concentrou-se mais profundamente, pois o que ele faria agora não seria nada fácil. A estrutura da casa inteira começou a se

alterar, de forma que foi diminuindo, diminuindo, diminuindo, até que ficou do tamanho de uma casa de bonecas. Não só o tamanho da casa se alterou, como também sua massa e densidade, tornando-se tão leve quanto um simples brinquedo.

FIGURA 46 – Encolhendo a casa



Fonte: Marcio Lucas

– Essa eu entendi como você fez! – exclamou Raquel! – Você utilizou partículas pym!

Cadente olhou novamente de forma confusa. Mais uma vez, não tinha pego a referência.

– As partículas pym foram criadas pelo Hank Pym... que é o homem formiga (o primeiro deles), super-herói da Marvel – explicou Raquel. – A partícula pym pode alterar a distância entre os átomos e mudar o tamanho das coisas.

– Não... bom, na verdade foi isso mesmo que eu fiz – disse Cadente, surpreso que Raquel tivesse deduzido aquilo sozinha. – Mas eu não usei essa tal “partícula pym”. Utilizei apenas partículas cósmicas oriundas do meu próprio corpo. Agora podemos carregar a casa junto conosco em nossa viagem.

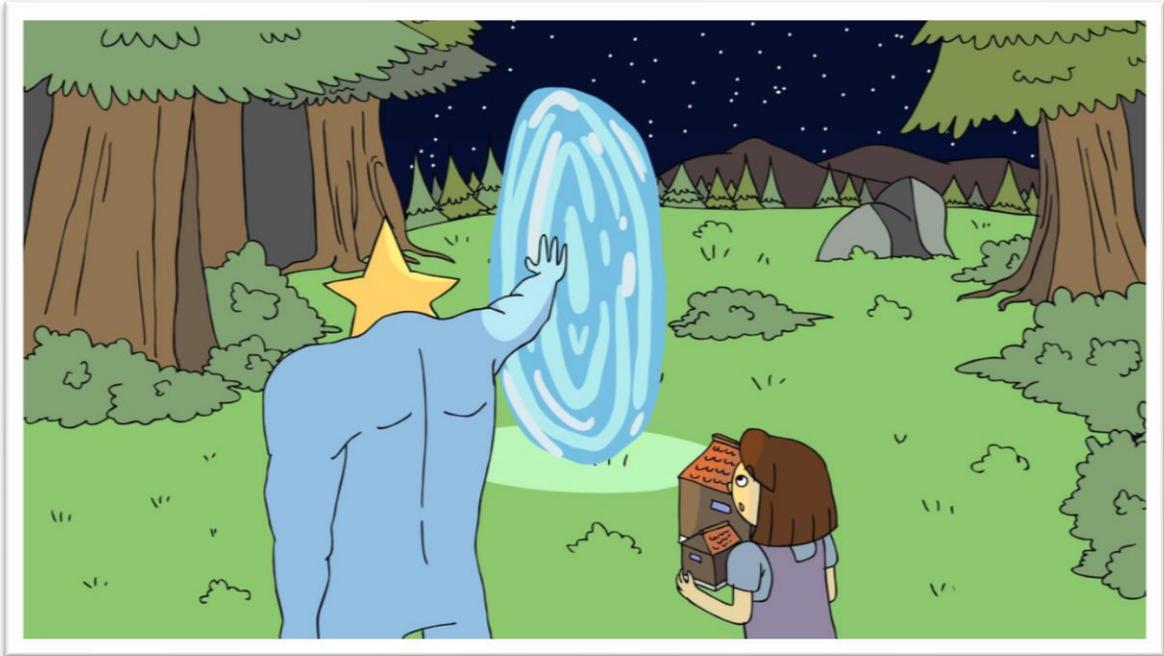
Dois problemas haviam sido resolvidos com os poderes de Cadente, mas ainda faltava o principal deles. Como eles encontrariam o caminho de volta para casa e atravessariam toda aquela floresta, a pé, em menos de duas horas? Se estivessem na floresta amazônica, eles teriam que percorrer aproximadamente 2700 km de distância para voltar à cidade. Mantendo uma caminhada constante a passos largos, daria para atingir uma velocidade de 5 km/h a pé, o que levaria 540 horas para que eles chegassem. Eles teriam de encontrar uma forma de economizar 538 horas, caso contrário, não conseguiriam chegar antes dos pais de Raquel retornarem.

Cadente mais uma vez tinha a solução para o problema.

– Se estivermos na floresta amazônica, nunca conseguiremos chegar em casa a tempo! – disse Raquel, temendo o pior.

– Não se precipite – disse Cadente, tentando acalmá-la. – Na geometria euclidiana, a menor distância entre dois pontos é uma linha reta. Se seguirmos em linha reta até o nosso destino, com certeza não conseguiremos chegar a tempo – Cadente esticou seu braço direito e começou a concentrar energia estelar na palma da mão. – O que eu planejo fazer é uma espécie de “atalho”, interligando esses dois pontos, o ponto de partida e o ponto de chegada, através de uma dobra no espaço e tempo – dito isso, uma espécie de portal começou a se abrir na frente deles.

FIGURA 47 – Abrindo o portal



Fonte: Marcio Lucas

– Uai! – espantou-se Raquel. – É um portal mágico!

– Não – disse Cadente. – É apenas um buraco de minhoca. Vamos, precisamos atravessá-lo antes que se feche.

Atravessar aquele buraco de minhoca não era algo tão simples quanto atravessar uma porta. Na verdade, a sensação era mais parecida com a de cair num abismo muito profundo. Raquel tentou olhar à sua volta enquanto seu corpo disforme era materializado em um local distante do plano da nossa realidade. Era tudo muito colorido e psicodélico, não dava para distinguir direito as formas à sua volta. No início parecia que as paredes daquele local estavam repletas de prateleiras com objetos aleatórios sobre elas, como potes de geleia, livros e até mesmo aquelas garrafas com um barquinho dentro. Mas então tudo se desfez e deu lugar a diversas formas geométricas, como num caleidoscópio. Havia polígonos regulares tais como um hexágono, um octógono e um eneágono, que flutuavam sem rumo por todo o ambiente, como se estivessem dançando no ritmo de uma música imaginária. Raquel estava se esforçando para desvendar o que estava acontecendo ao seu redor, mas o nível de insanidade daquilo tudo era demais para o seu cérebro. Então ela apagou.

Enquanto esperamos Raquel recobrar sua consciência, temos uma coisa importante para aprender. Algo que nos ensinará a lidar e compreender melhor essa outra dimensão para a qual Cadente e Raquel estão indo.

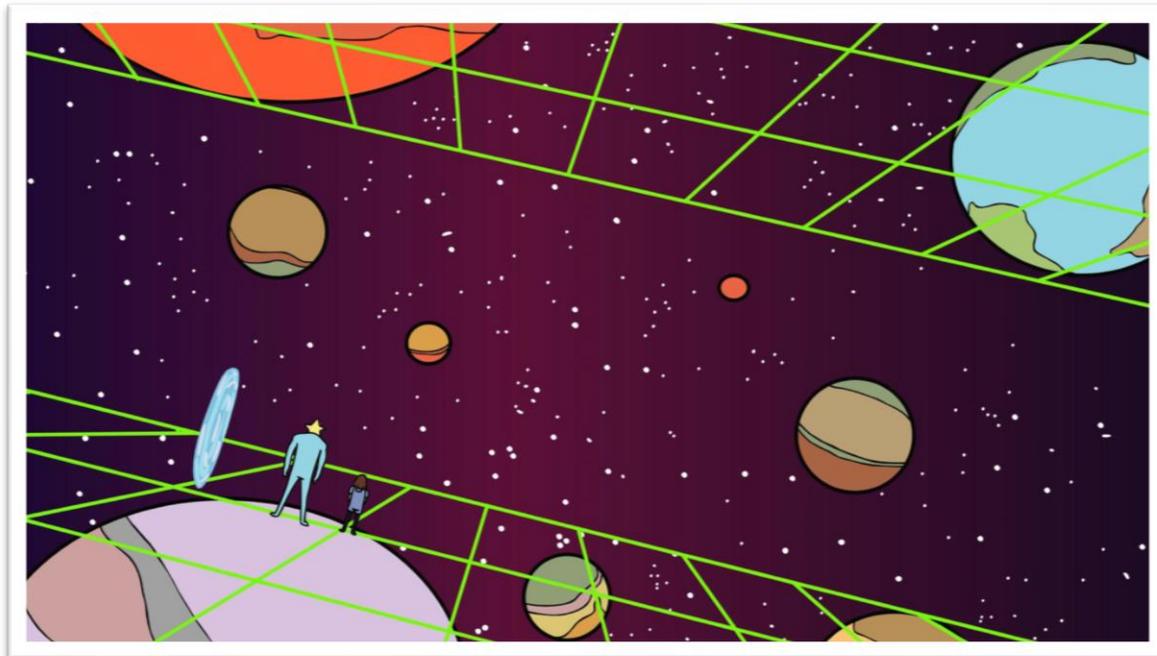
Neste momento da história, os alunos farão a atividade 1 do capítulo 3, sobre “Transformações geométricas”

Quando Raquel acordou, estava num lugar totalmente diferente de tudo o que já vira. Havia planetas e estrelas por toda parte, como se estivesse no meio do espaço sideral.

– Onde estamos? – perguntou ela.

– Estamos em outra dimensão – disse Cadente. – Este lugar é uma interseção entre todos os universos existentes. Ou seja, é um ponto comum de todo o multiverso.

FIGURA 48 – Em outra dimensão



Fonte: Marcio Lucas

– Há outros universos além do nosso? – espantou-se Raquel.

– Sim. Os humanos pouco descobriram a respeito do multiverso. Para vocês, isso não passa de uma simples teoria. Mas há uma infinidade de universos

paralelos. Existem tantos universos, que alguns deles são parecidos com o nosso, podendo haver versões alternativas das pessoas que conhecemos em nosso mundo, mas com algumas diferenças. Como este local é um ponto de encontro de todos os universos existentes, é possível que encontremos outras versões de nós mesmos.

– Há outras Raquéis e Cadentes andando por aí?

– Talvez... – disse Cadente, levando a mão ao queixo.

– Mas por que estamos aqui? – perguntou Raquel. – Não devíamos ter nos teletransportado de volta para a cidade?

– Ajustar a precisão de um buraco de minhoca é algo extremamente complexo, que vai além das minhas habilidades – disse Cadente, observando as estrelas daquela estranha dimensão. – Sempre que eu quero me teletransportar para outro ponto do universo, primeiro eu venho para este lugar, pois aqui mora o “Guardião de todas as dimensões”.

– Esse tal guardião pode nos ajudar? – perguntou Raquel.

– Sim – disse Cadente. – Ele é o único ser que eu conheço capaz de abrir um buraco de minhoca ligando quaisquer dois pontos do multiverso. Ele já me ajudou diversas vezes no passado.

– Então ele é seu amigo?

– Não sei se posso chamá-lo de “amigo” – disse Cadente, pensativo. – Eu não tenho amigos.

– Eu sou sua amiga – disse Raquel, encarando-o.

– Sim. Mas seu caso é diferente. Temos um pacto devido ao seu desejo.

– Então você só passa o tempo comigo porque é obrigado?

– Não – disse Cadente, balançando a cabeça. – Eu converso com você e a visito todos os dias porque essa é a minha vontade. Eu ainda não compreendo como funciona a “amizade”, por isso não tenho outros amigos. Mas eu quero ser seu amigo...

– Eu sei – disse Raquel, com um sorriso sincero no rosto.

A estrela sentia que cada vez mais podia compreender aquela menina. Mas, ainda assim, ela continuava imprevisível e misteriosa. Cadente tinha a incrível capacidade de visualizar todos os átomos de um objeto ou ambiente fechado, podendo assim prever todos os acontecimentos que ocorreriam num futuro próximo nos locais onde ele observava com muita atenção. Ele podia, por exemplo, prever qual número sairia ao jogarmos um dado, pelo simples fato de conseguir calcular perfeitamente sua trajetória. Podia fazer uma previsão do tempo de forma quase exata, mais eficiente do que qualquer previsão humana. Podia adivinhar qual seria o resultado de basicamente qualquer evento “aleatório”. Porém, não conseguia prever as ações e pensamentos de Raquel. Por mais que a observasse, por mais que se concentrasse, ela continuava sendo uma incógnita. Ele escaneou e analisou cada um dos neurônios do cérebro da garota e nem mesmo assim conseguiu decifrá-la. Isso o deixava muito intrigado. Será que outros humanos também seriam indecifráveis, ou Raquel era um caso único? Ele não sabia. Nunca havia passado tanto tempo observando um outro determinado ser humano, então era difícil dizer.

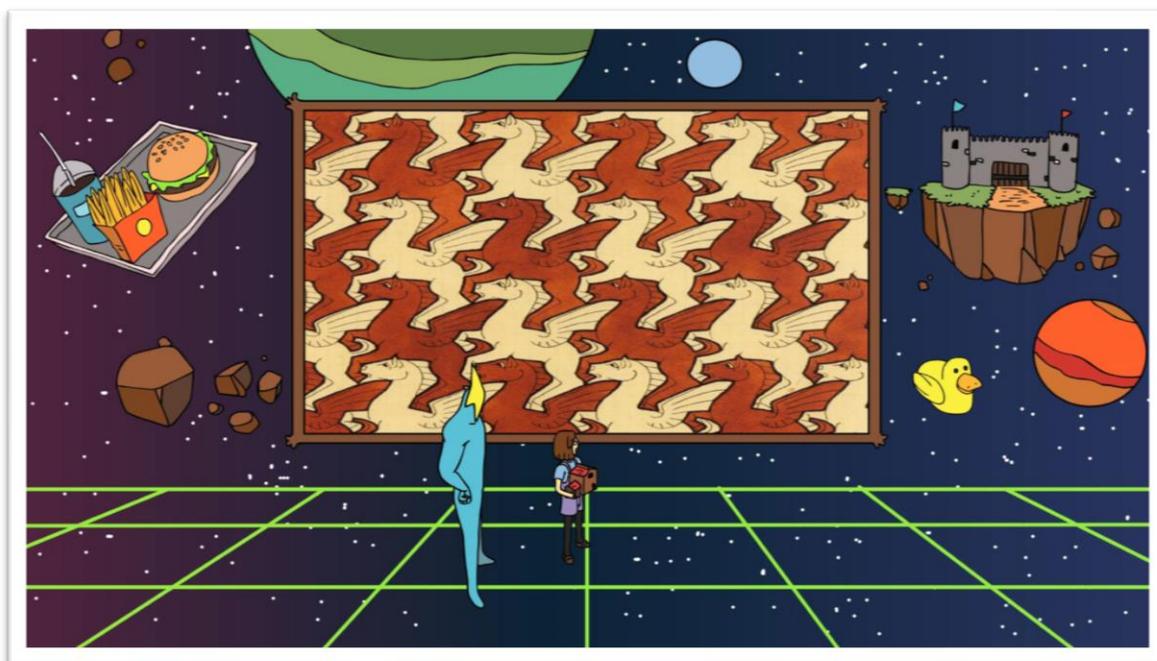
Mesmo repleto de dúvidas, Cadente prosseguiu com a jornada. Acreditava que em algum momento conseguiria fazer as ligações necessárias para compreender tudo o que ainda não entendia. Conhecimento para ele era tudo e seu maior desejo sempre foi possuir conhecimento absoluto sobre o funcionamento de tudo o que há no universo.

Então os dois amigos voltaram à jornada, onde agora deveriam procurar pelo “Guardião de todas as dimensões”.

Cadente podia sentir a presença do Guardião não muito longe dali, mas era difícil dizer com precisão onde ele estava, pois seus poderes e sentidos eram bastante limitados nessa dimensão. Logo adiante, eles encontraram uma paisagem bastante insólita, que chamou a atenção de Raquel. Diversos objetos aleatórios flutuavam, em inércia, como se estivessem isentos de forças, fora do campo gravitacional daquele lugar. Havia comida de fast food, um pato de borracha, uma televisão de tubo de 20 polegadas, entre outros vários objetos mundanos que estavam circundando o ambiente. Mas, o que mais chamava atenção, era um

misterioso quadro flutuante. Raquel parou um instante para examiná-lo. As figuras nele contidas eram misteriosas e intrigantes.

FIGURA 49 – Quadro de Escher



Fonte: Marcio Lucas

– Esses objetos pertencem à Terra do nosso universo – disse Cadente.

– Até o quadro? – perguntou Raquel.

– Sim. A pintura desse quadro é de um artista holandês, do século XX, chamado Maurits Cornelis Escher – explicou Cadente. – As principais obras de Escher são mosaicos que consistem no preenchimento regular do plano partindo de figuras geométricas, formando belos padrões geométricos.

– Padrões geométricos? – perguntou Raquel. – Tem matemática nos desenhos dele?

– Com toda certeza – respondeu Cadente. – Seus mosaicos são formados utilizando basicamente três tipos de transformações geométricas: translação, reflexão e rotação. Observe com atenção esse quadro e veja se você consegue identificar que tipo de transformação ele utilizou.

Raquel inclinou-se diante do quadro e observou-o com toda a atenção que conseguia.

**Neste momento da história, os alunos farão a atividade 2 do capítulo 3, sobre
“Transformações geométricas”**

– Hmm... – disse Raquel, pensativa. – Agora estou conseguindo ver.

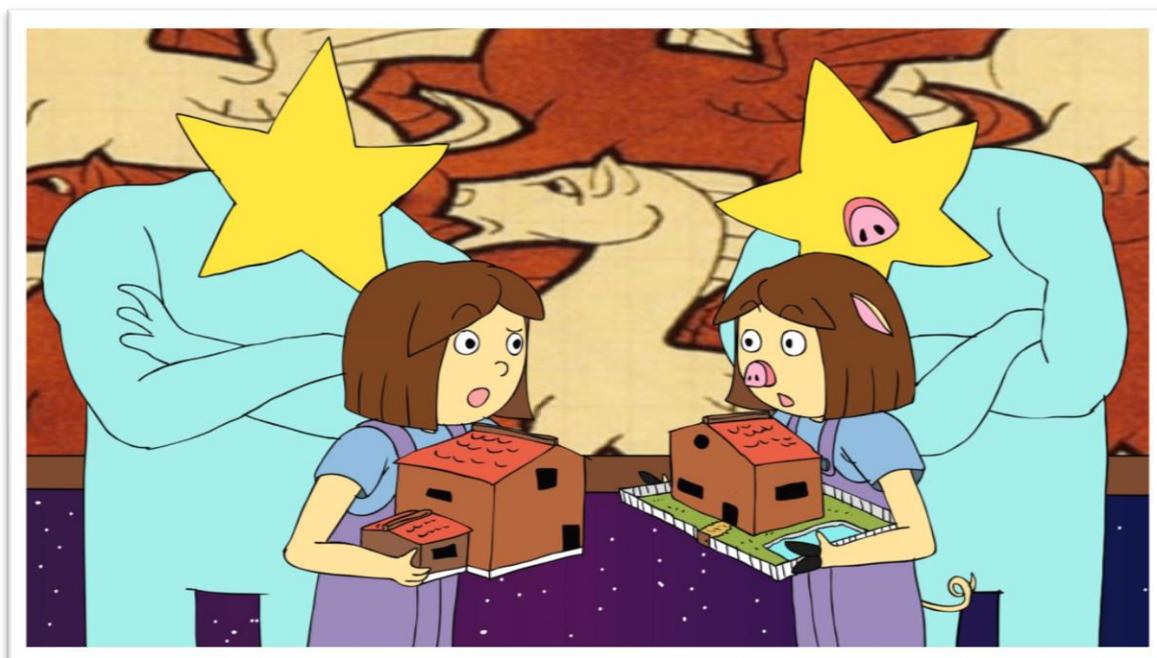
– Viu como a matemática também está presente na arte? – disse Cadente. – Vários artistas utilizam princípios matemáticos para produzir arte. A razão áurea é outro exemplo muitíssimo utilizado para a construção de belas obras de arte...

A explicação de Cadente foi interrompida por algo bastante inusitado. Eles perceberam que não estavam sozinhos observando aquele quadro. Agora havia duas estrelas e duas garotinhas observando aquela pintura. Mas logo eles pararam de dar atenção para o quadro de Escher e começaram a se encarar. Havia duas duplas de Cadente e Raquel ali.

Nossa, é como me olhar no espelho, pensou Raquel, ou quase isso. Quem são esses? Então Raquel se lembrou que Cadente disse que era possível que eles poderiam encontrar versões alternativas deles próprios, oriundas de universos paralelos. Mas ela nunca imaginou que ela fosse ver sua versão de outro universo assim tão de perto. Era quase perturbador. Tudo era idêntico em sua duplicata, até a roupa. O único detalhe diferente era o nariz, as orelhas e o... *espere, ela tem rabo?*

Com um rabo enrolado e nariz e orelhas de porco, as versões alternativas da Raquel e do Cadente vinham do universo suíno, um universo quase idêntico ao nosso, com a única diferença de que lá todos os seres vivos são metade porcos.

FIGURA 50 – Universo suíno



Fonte: Marcio Lucas

– Isso é muito estranho! O que aconteceu com seu rabo? – perguntou a Raquel do universo suíno.

– No lugar de onde eu venho ninguém tem rabo – respondeu a Raquel normal. – No seu planeta Terra todo mundo é igual você?

– Eu não sou do planeta Terra. Sou do planeta Buringo – disse a Raquel suína.

Assim, as duas Raquéis ficaram muito entretidas conversando e verificando quais eram as diferenças e semelhanças entre os seus respectivos universos. Os Cadentes ficaram apenas observando as duas conversando e trocando experiências.

– Eu acabei parando aqui porque um terremoto terrível ocorreu, do nada, e levou minha casa para o centro do planeta – disse a Raquel suína.

– Que loucura! – disse a Raquel do nosso universo. – Eu vim parar aqui porque aconteceu uma tempestade, também do nada, e um furacão sugou minha casa e a levou para o meio da floresta!

– Nossa... Mas tudo isso é tão estranho e difícil de acreditar – disse a Raquel suína, observando bem aquela pessoa que era quase idêntica a ela, com a mesma roupa, mesma voz, mesma personalidade e aparência muitíssimo igual.

– É mesmo... – concordou a Raquel original de nossa história, observando os mesmos pontos que a outra Raquel estava observando. De repente, seu olhar se deparou com a casa da outra garota, reparando que havia uma piscina no lugar da garagem. – Hey, sua casa parece bem legal, tem até piscina!

– Sim – concordou a garota do universo suíno. – Mas a sua é mais legal! Parece mais aconchegante tem garagem.

– Prefiro sua piscina.

– Quer trocar?

– Trocar o que? Nossas casas?

– Sim – sugeriu a Raquel suína. – Não vejo nada de mal que possa acontecer com isso.

– Acho que você tem razão.

No momento de realizar a troca, porém, Raquel lembrou-se de algo que a impediu de continuar:

– Ah... desculpe eu não posso – disse Raquel, falando baixinho para que nenhum dos Cadentes ouvisse. – Eu preparei uma festa surpresa para o Cadente, porque hoje ele completa um bilhão de anos, e a casa tá toda enfeitada.

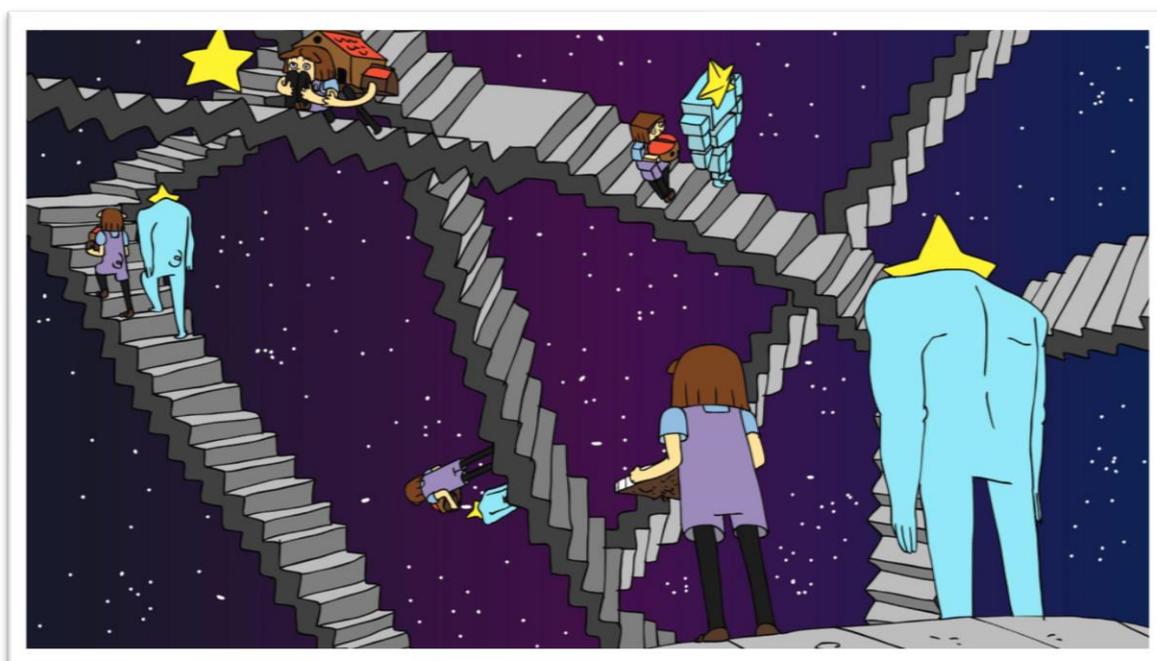
– Hihi, não se preocupe com isso – disse a Raquel suína, com um sorriso amigável. – Hoje também é o aniversário de um bilhão de anos do meu Cadente, então eu também preparei uma festa surpresa para ele.

– Ah! Então acho que podemos prosseguir com a troca então! – disse Raquel, animada com a ideia de ganhar uma piscina.

Dessa forma, as duas casas foram trocadas com sucesso. Então as Raquéis se despediram e cada uma seguiu o seu próprio caminho.

Seguindo adiante pela busca do guardião de todas as dimensões, Raquel e Cadente se depararam com outras versões alternativas deles próprios, de universos paralelos. Havia um universo onde tudo era feito de bloco, e o Cadente e a Raquel pareciam ser feitos com peças de LEGO. Havia também um universo onde as pessoas eram casas, e as casas eram pessoas. Havia outros universos onde a espécie dominante da Terra eram os artrópodes, e todas as pessoas eram insetos. Havia uma infinidade de Raqueis e Cadentes, e era um tanto quanto estranho vê-los e compará-los com as versões vistas em nossa história.

FIGURA 51 – Versões alternativas de Raquel e Cadente



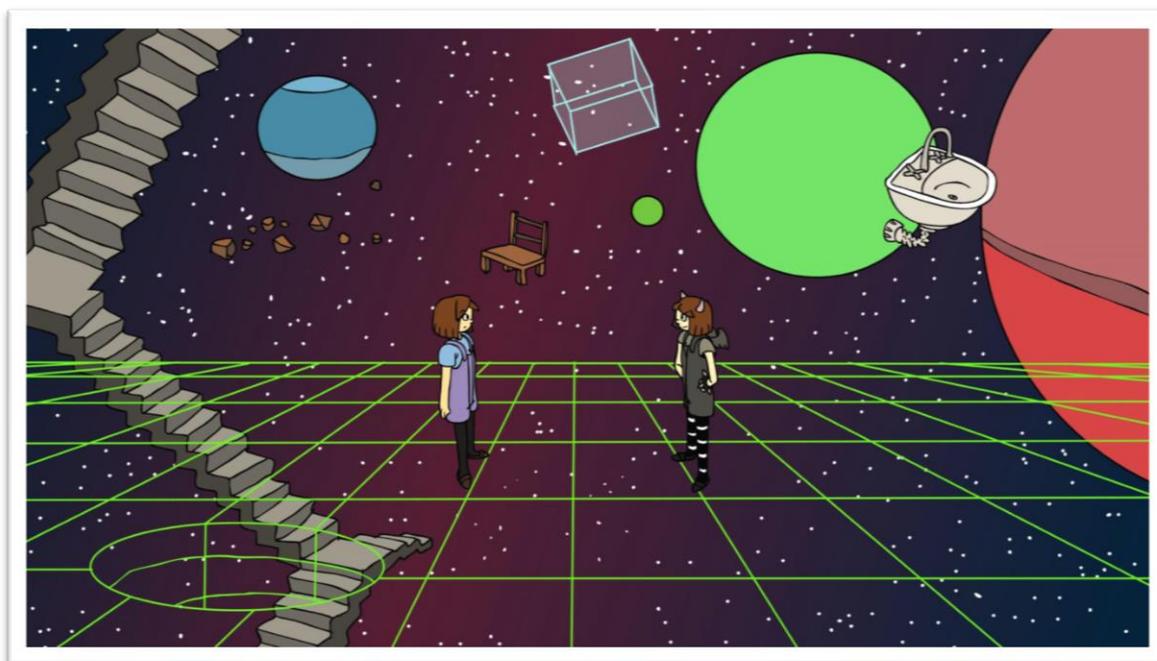
Fonte: Marcio Lucas

Raquel, impressionada, afastou-se um pouco de Cadente, mas não o suficiente a ponto de se perder. Ela estava durante o tempo inteiro dentro do radar da estrela, pois se perder em um outro universo seria algo catastrófico. Havia cubos, pias, cadeiras, entre outros destroços e objetos aleatórios flutuando pelo ambiente, totalmente isentos da força gravitacional. Na verdade, era estranho imaginar como Raquel estava respirando em um local que nem sequer possuía uma atmosfera. *As regras da natureza devem ser diferentes por aqui*, pensou ela, ao perceber que nem todas as leis da física estavam sendo aplicadas naquele lugar.

Então, alguém se aproximou. Aparentemente era mais uma daquela estranha diversidade de Raqueis de universos paralelos. Essa se vestia toda de preto, com

meias listradas, pele pálida e uma aparência meio obscura, parecendo a Lydia do “Beetlejuice” (Raquel sempre tomava cuidado para não repetir esse nome três vezes seguidas, se não ela sabia que a situação com certeza poderia ficar ainda pior). A menina também possuía um par de pequenos chifres e duas asas de morcego nas costas.

FIGURA 52 – Raquel gótica



Fonte: Marcio Lucas

– Oi – disse a nossa Raquel ao se aproximar da garota sombria. – De que universo você vem?

– Olá – respondeu a garota. – Eu sou a Raquel do universo gótico. Meu universo é um lugar onde comemoramos o Halloween todos os dias, e todos ficam acordados durante a noite e dormem durante o dia. É... eu acabei percebendo que essas características não são muito comuns nos outros universos ao conversar com umas Raquéis por ai. E o seu universo, o que tem de especial?

– Bom... – pensou Raquel. – No meu universo tudo é estranhamente normal. As crianças passam quase o dia inteiro na escola, os adultos passam o tempo inteiro trabalhando, com dor de cabeça e pensando em pagar contas, e todo mundo fica correndo e fazendo um monte de negócios que pensam ser importantes, mas nunca conseguem enxergar as coisas que realmente merecem atenção.

– Nossa... parece chato! – disse a Raquel do universo gótico.

– Sim... mas com o tempo a gente acostuma.

– Posso te contar um segredo? – disse a Raquel do universo gótico, falando baixinho, quase sussurrando.

– Pode. Não vou contar para ninguém.

– Neste lugar que estamos existe um objeto capaz de alterar o seu próprio universo.

– Alterar para melhor ou para pior? – perguntou Raquel, curiosa.

– Para a forma que você desejar – respondeu a Raquel gótica.

Raquel parou um pouco para pensar. Cadente já lhe havia alertado, algumas horas atrás, que quando a esmola é demais, o santo desconfia. Então ela perguntou:

– Qual é o truque?

– Não há truque – respondeu a Raquel gótica, com tranquilidade em sua voz e em seu olhar. – É uma pequena caixinha que fica logo ali na frente, dentro daquele buraco. Você só precisa pegar ela, levar para o seu universo e abrir. Se você duvida de mim, vai lá e veja você mesma!

Raquel ainda estava desconfiada, então a garota sombria continuou:

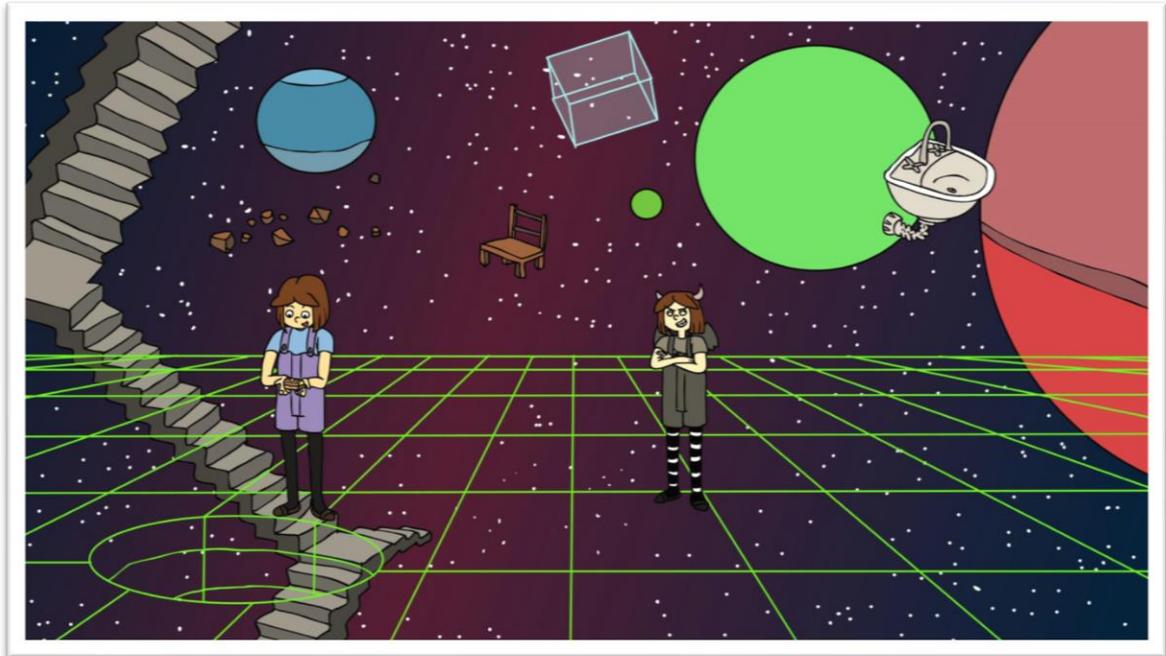
– Não tenha medo. Eu não vou te empurrar para dentro do buraco e nem aprontar nenhuma maldade se você quiser ir ali e dar uma olhada. Se alguma coisa ruim te acontecer, o seu Cadente vai aparecer instantaneamente e te salvar.

– Ele não me pertence. É só meu amigo.

– Eu sei. Eu quis dizer que ele é o Cadente do seu universo, e não que você é a dona dele.

O argumento foi bom. Se houvesse qualquer tipo de perigo ali, Cadente viria voando para salvá-la. Então Raquel se convenceu a verificar se realmente havia uma caixinha naquele buraco... ou uma grande armadilha.

FIGURA 53 – Caixinha misteriosa



Fonte: Marcio Lucas

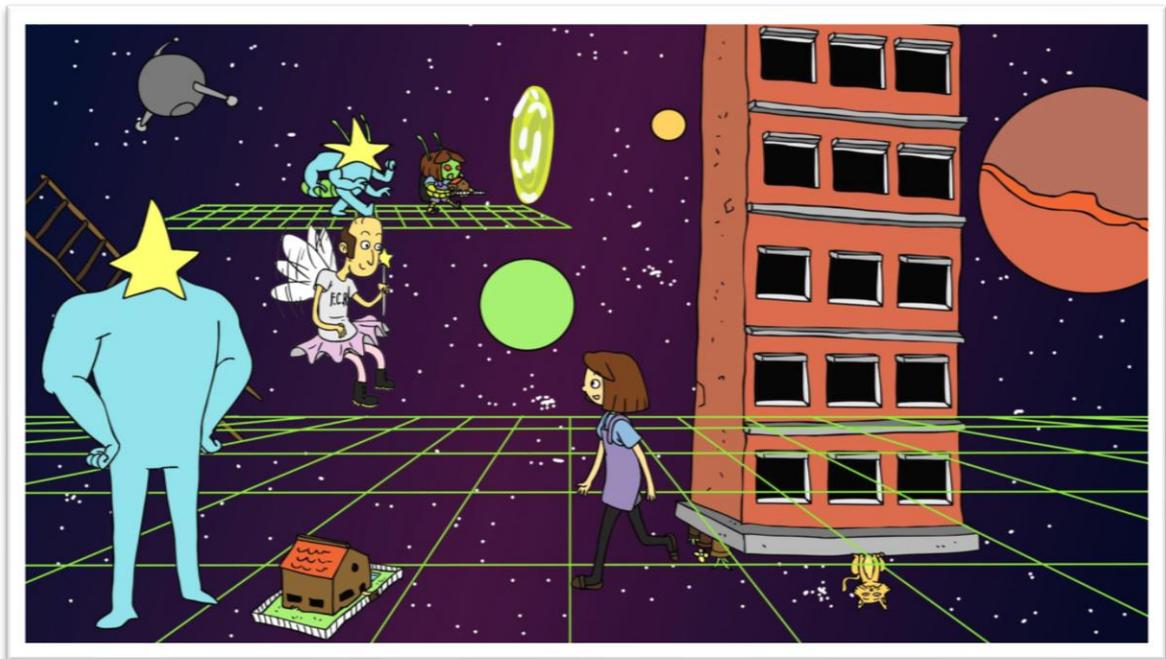
Para sua surpresa, a primeira opção era a correta. Havia uma caixinha bastante misteriosa dentro do buraco. Raquel a pegou e guardou em seu bolso. Antes de se dirigir para a Raquel gótica, uma voz lhe chamou:

– Raquel, eu o encontrei. Venha ver! – era Cadente. Ele havia encontrado o guardião de todas as dimensões.

Raquel se despediu de sua versão alternativa e foi encontrar seu amigo cósmico. A Raquel gótica sentiu-se realizada. Seu objetivo estava completo. Ela, na realidade, não era uma versão alternativa da Raquel oriunda de outro universo. Aquela garota sombria vinha do mesmo universo que Raquel. Aquela misteriosa personagem era ninguém mais ninguém menos do que o próprio diabo. Novamente ele estava disfarçado e agora ele havia dado início ao seu plano de vingança. A semente do caos havia sido plantada, agora era só esperar para que ela crescesse e seu plano maligno desse resultado.

Ao avistar o grandioso guardião de todas as dimensões do multiverso, Raquel não pode esconder sua decepção. Ele parecia um tiozinho de meia idade, com tutu de bailarina, varinha de condão, calvo e com asas de fadas. Mas se Cadente estava dizendo que aquele estranho homem era tão poderoso e confiável, e que era o único capaz de ajudá-los, então Raquel acreditava em seu potencial.

FIGURA 54 – O guardião de todas as dimensões



Fonte: Marcio Lucas

– Para onde desejam ir, meus queridos? – perguntou o guardião, ostentando um simpático sorriso no rosto.

– Eu quero voltar pra casa – disse Raquel. – Quer dizer... minha casa está logo ali, no chão... mas eu quero voltar pra minha rua, na minha cidade, no meu universo.

– Não diga mais nada – respondeu o guardião. – Estou vendo através da assinatura cósmica da sua forte e atraente amiga estelar de qual universo vocês originalmente pertencem. É o universo 617, vizinho do universo 616.

– Oba! Pode nos levar de volta pra lá? – disse Raquel, animada.

– Infelizmente não – disse o guardião, cabisbaixo.

– O quê?! – espantou-se Raquel.

– Zoeirinha! Mas é claro que eu posso te levar de volta para lá – disse o guardião, dando risadinhas de sua própria brincadeira. – Sou o guardião de todas as dimensões, eu consigo abrir dois portais interligando quaisquer dois pontos de multiverso. É só você pedir e “plam!”, eu te teleporto para onde você quiser.

– Ótimo! – disse Raquel. – Então me leve para casa, meus pais já estão voltando e eu preciso chegar antes deles.

– Tudo bem – disse o guardião. – Só preciso ouvir antes as palavras mágicas.

Raquel pensou por alguns instantes. Será que havia algum tipo de senha? Talvez ele fosse fazer algum tipo de feitiço que precisasse de uma palavra de ativação, igual nas histórias que a mãe de Raquel lia para ela antes de dormir. Então ela fez algumas tentativas que lhe ocorreram em sua mente:

– Abrakadabra! Abre-te sésamo! Shazam! É alguma dessas?

– Pff... não – respondeu o guardião. – Não, querida. Não está chegando nem perto.

– Qual é a palavra mágica então?

– A palavra mágica é... – então o guardião levantou os braços e fez uma pausa dramática. Mas então percebeu a impaciência de seu público e logo revelou o segredo. – A palavra mágica é “por favor”, hihi!

Cadente e Raquel se entreolharam. O guardião era exótico, mas se ele era o único capaz de abrir aquele portal, então eles fariam qualquer coisa que ele pedisse.

– O senhor poderia abrir um portal para a minha dimensão, por favor? – disse Raquel, de modo extremamente delicado.

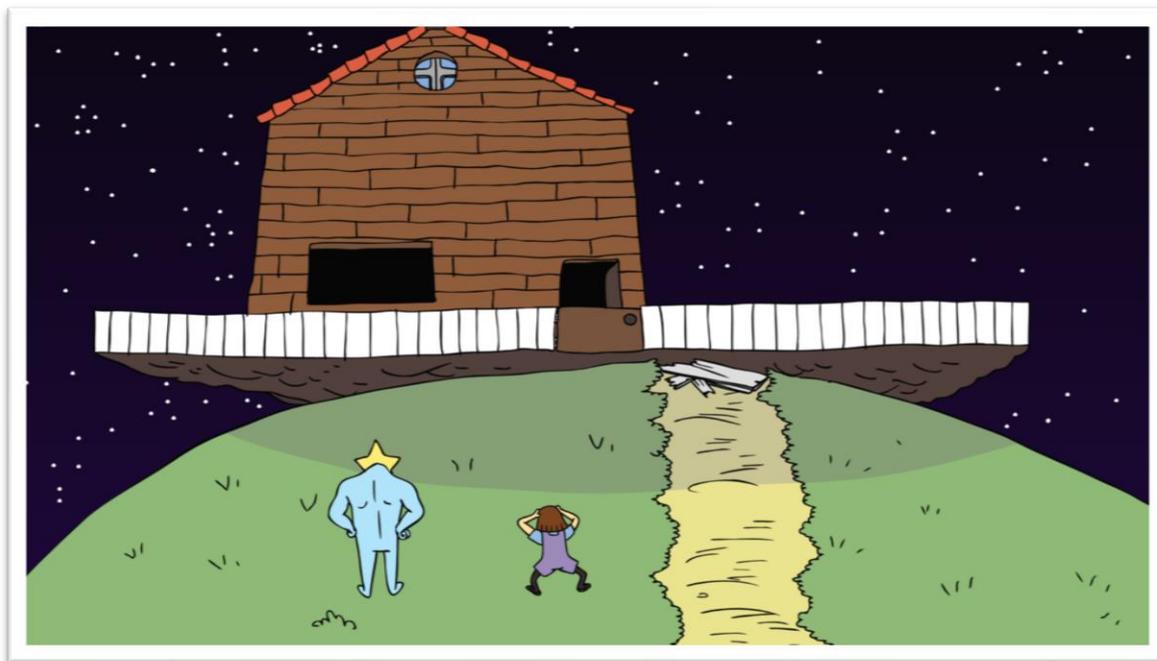
– Plift ploft still, o portal se abriu! – disse o guardião ao abrir o portal interdimensional.

– Muito obrigada! – agradeceu Raquel antes de entrar no portal. Ela percebera que mesmo em momentos tensos e complicados, não se deve faltar com educação.

Finalmente os dois retornaram para o seu universo de origem. Os pais de Raquel ainda não haviam chegado. Então deu tempo de Cadente posicionar a casa em seu devido lugar e devolver a ela o seu tamanho original. Tudo parecia perfeito, exceto pelo que ocorreu depois da casa voltar ao tamanho normal. Como Raquel havia trocado de casa com a Raquel do universo suíno, a estrutura da casa havia

alterado, e sua base não mais cabia no lugar correto. Isso certamente causaria muitos problemas para os seus pais... mas eles provavelmente dariam um jeito na situação. Não daria tempo de voltar para a outra dimensão, encontrar a Raquel do universo suíno e destrocá-las. Agora todos teriam que se acostumar com as coisas do jeito que estavam.

FIGURA 55 – Casa trocada



Fonte: Marcio Lucas

Ao entrarem na casa, o espanto foi ainda maior. Não só Cadente ficou surpreso com a decoração da comemoração aos seus um bilhão de anos, mas Raquel também ficou boquiaberta ao ver que a decoração não estava exatamente da forma como ela gostaria que estivesse. Isso porque no universo suíno, além de utilizar bexigas e serpentinas como enfeite, os porquinhos também acham muito bonito usar como decoração um pouco de terra, lama e outras coisas da cor marrom. E havia isso tudo espalhado por toda a sala de estar, na maior bagunça.

O bolo pelo menos estava bonito. Era apetitoso e grande, com dois andares. A Raquel desse universo havia sido mais eficiente ao colocar as velinhas: ao invés de colocar um número “1” seguido por nove números “0”, totalizando dez velas, ela escreveu o mesmo número utilizando apenas três. Como? Ela simplesmente colocou uma vela com o número “1”, seguida por uma vela com o número “0” e

finalizando com uma pequena vela com o número “9”, um pouco mais acima do “0”, formando a potência 10^9 , que é o equivalente a um bilhão.

FIGURA 56 – Decoração de lama



Fonte: Marcio Lucas

Mamãe vai me matar!, pensou Raquel.

Cadente olhava para tudo aquilo sem saber como encarar a situação. Nunca ninguém havia preparado uma festa surpresa para ele. Na verdade, lá no espaço ninguém nem sequer comemorava aniversários. Não sabia exatamente como agir diante daquela surpresa toda. Então resolveu analisar Raquel, para tentar copiar sua reação diante de uma situação desse tipo. Ela parecia desesperada. Tal sentimento não correspondia, em teoria, com o sentimento que se deve sentir em uma festa, se é que existe um sentimento específico de “festa”. Talvez ele estivesse interpretando de forma incorreta as emoções de Raquel naquele momento. Seria aquilo euforia? Talvez ansiedade?

– Cadente, faça alguma magia para limpar tudo isso! – disse Raquel, em pânico. – Temos que dar um jeito nessa bagunça antes de meus pais voltarem... e eles podem chegar a qualquer momento!

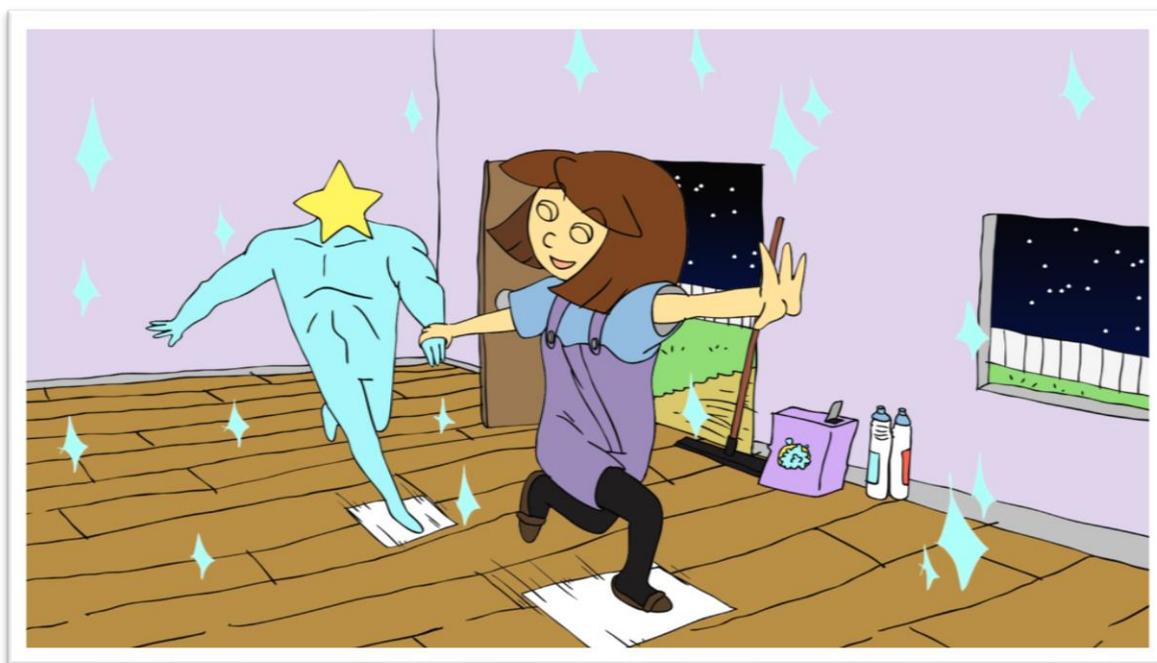
– Desculpe Raquel, mas não possuo nenhuma habilidade especial de limpeza. – disse Cadente, sentindo-se inútil. – Nunca precisei faxinar o vácuo do espaço.

Raquel não tinha tempo para discutir. Correu para o armário de limpezas (felizmente estava localizado quase no mesmo lugar que em sua antiga casa), pegou um esfregão, panos de chão e vários produtos de limpeza. Encarou Cadente por alguns segundos e por fim disse:

– Hora da faxina!

Apesar de limpar a casa normalmente não ser uma tarefa tão agradável, os dois fizeram de forma extremamente divertida. Após Cadente afastar todos os móveis, Raquel espalhou produto de limpeza por todo o chão e os dois foram deslizando sobre o detergente como se estivessem num ringue de patinação no gelo.

FIGURA 57 – Limpando a casa



Fonte: Marcio Lucas

Aquela brincadeira era nova para Cadente. Era estranho fingir estar patinando num chão escorregadio, utilizando panos ao invés de patins. De início, ele apenas tentou copiar a forma de agir de Raquel. Rapidamente pegou o jeito e os dois pareciam medalhistas olímpicos da patinação artística. Na realidade não era para

tanto, mas eles estavam agindo como se fosse. Talvez fosse daquela forma que funcionava o “faz de conta”. Fingir que o chão era gelo, fingir que o pano era um par de patins, fingir que eles eram patinadores artísticos. Mas por qual motivo exatamente eles estavam fazendo aquilo? Ah, sim... para limpar o chão da sala. Mas o faz de conta não fazia parte da limpeza. Qual seria então a justificativa de todo aquele teatro? Só de olhar para o sorriso no rosto de Raquel, Cadente compreendeu tudo. Pela primeira vez, ele a compreendia.



5.4 CAPÍTULO 4: UNIVERSOS FRACTAIS

Na manhã seguinte, Raquel ficou de castigo. Tudo havia dado certo no dia anterior. Ela retornou para seu universo, conseguiu fazer toda a limpeza a tempo, Cadente subiu de volta aos céus, e tudo isso antes de seus pais chegarem em casa. Entretanto, ainda havia aquele problema insolúvel: a mudança repentina da casa e todo o transtorno gerado pela troca. Cadê a garagem? De onde veio aquela piscina? Como a casa mudou de repente? Esses eram alguns dos questionamentos que os pais de Raquel fizeram.

A garota explicou tudo para eles, detalhadamente. Mas este é um daqueles casos em que a verdade parece irreal demais. Não havia como a mãe e o pai de Raquel acreditarem que a casa foi levada por um furacão, que a filha deles derrotou um monstro de mais de três metros na floresta, viajou para outra dimensão, conheceu versões de si mesma vindas de realidades paralelas e ainda retornou sã e salva para casa, graças à ajuda de sua amiga estrela. A mãe de Raquel pegou o telefone do psicólogo em sua agenda para marcar uma consulta.

FIGURA 58 – Tomando bronca



Fonte: Marcio Lucas

Agora Raquel estava presa em seu quarto, para aprender a não contar mentiras e não construir uma piscina e trocar de casa enquanto seus pais estivessem no trabalho.

O novo quarto de Raquel era bem diferente do antigo. Apesar de possuir o mesmo tamanho, a decoração era outra. O papel de parede com tons de amarelo era enfeitado com alguns pôsteres de cantores do outro universo como o Elvis Porco e a Hannah Porcana, alterego da Miley Suína. Não havia computador, apenas alguns livros sobre a história dos bichos (finalmente Raquel aprenderia um pouco da história dos bichos!), e algumas coisas sobre matemática, que era idêntica a de seu universo, com exceção de alguns símbolos que se alteravam. A cama era bastante confortável e o tapete tinha carinhas de porco estampadas por ele.

Após se cansar de explorar seu novo quarto, o tédio absoluto reinou no interior de Raquel. Ela estava apenas deitada, olhando para cima. *A vida é chata e injusta, pensou ela. Como é possível meus pais não acreditarem em mim, sendo que eu disse somente a verdade e de forma bastante detalhada?* O universo era mesmo muito chato. Havia tantos outros universos mais divertidos na outra dimensão, como por exemplo o universo da riqueza, onde todo mundo possuía dinheiro à vontade, ou o universo dos supermodelos, onde todo mundo parecia essas pessoas de capa de revistas. Tinha também o universo da diversão infinita, onde todo mundo só se divertia o tempo inteiro, e nunca ficavam de castigo, nem tinham que trabalhar e muito menos ir à escola.

FIGURA 59 – Quarto suíno



Fonte: Marcio Lucas

De repente, Raquel se lembrou de algo muito interessante. De acordo com a Raquel do universo gótico, era possível alterar o próprio universo e moldá-lo a seu bel prazer. E a ferramenta para isso estava com ela, guardada em seu bolso! Então pegou a pequena caixinha vindo da outra dimensão e começou a observar. Parecia um pequeno baú, com certeza havia um segredo muito grande escondido dentro dele. Ela precisava abri-lo.

No exato instante em que Raquel ia abrir a pequena e misteriosa caixa, alguém a interrompeu. Desde o surgimento da humanidade, aquele ser jurou jamais interferir diretamente com aquela raça, mas agora não havia alternativas, pois muita coisa estava em jogo. Foi a Lua quem impediu Raquel de abrir aquela caixa. Parecia inacreditável, mas a Lua estava ali em seu quarto, flutuando sobre o tapete de porquinho, encarando-a de forma imponente e assustadora.

FIGURA 60 – Visita da Lua



Fonte: Marcio Lucas

– O q-que é isso? V-você é a Lua?! – perguntou Raquel, espantada.

– Eu não sou o primeiro astro a entrar pela sua janela – disse a Lua. – Não precisa ficar assim tão assustada.

O que a Lua está fazendo no meu quarto?, pensou Raquel. Será que ela também quer fazer amizades? Alguém para conversar?

– Garotinha, por favor, não abra essa caixa em hipótese alguma.

– A caixa que muda o universo? – perguntou Raquel.

– Seja lá quem foi que te disse isso, é mentira – disse a Lua. – Essa caixa não muda o universo. Ela o destrói.

– É a caixa de pandora? – perguntou Raquel, assustada.

– Não. Mas é um artefato cósmico infinitamente perigoso. Não sei onde você conseguiu isso...

– Eu achei no chão. Quer dizer, na verdade estava dentro de um buraco, em outra dimensão.

– Certo... mas isso não deve estar em mãos humanas.

– Ok, pode ficar com ele então – disse Raquel, entregando-lhe a caixa.

A Lua recusou. Então disse:

– Isso é sua responsabilidade. Você e a sua estrela cadente vão ter que dar um fim apropriado para isso. Por falar nisso, precisamos da sua “amiga” para continuarmos esta conversa. Irei revelar o segredo dessa caixa para vocês.

– Tudo bem – concordou Raquel.

Alguns segundos de silêncio se estenderam, enquanto os dois ainda se olhavam. Até que a Lua disse:

– Pode chamá-lo. Onde está a estrela?

– Ah... ela só aparece de noite. Vamos ter que esperar. Você quer voltar mais tarde?

– Não posso correr o risco de deixar essa caixa desprotegida. Enquanto a estrela não aparecer, ficarei aqui.

– Mas são oito e meia da manhã. O Cadente só vai aparecer daqui umas dez horas.

– Tudo bem, eu espero – disse a Lua.

E assim a Lua fez. Dez horas é um intervalo de tempo relativamente curto para alguém que já viveu alguns bilhões de anos. Mas é um tempo realmente longo para alguém que viveu apenas 12 anos. Era um pouco desconfortável ficar com a Lua no quarto. Ela era bem diferente de Cadente. Não era muito de falar, nem de brincar, e não fazia o menor esforço para compreender Raquel. Muito raramente tentava puxar um assunto:

– Sua casa mudou. Você fez uma reforma?

– Não, eu troquei com uma menina de outro universo. Como você sabe que minha casa mudou? Você nunca me visitou antes.

– Eu já te vi lá do espaço.

– Você estava me espionando?

– Eu sou o vigia da Terra. Eu passo os meus dias observando todos os seres vivos deste planeta.

– Ah, que legal...

Mas logo o assunto morria e novamente eles ficavam apenas olhando um para a cara do outro, torcendo para que o tempo passasse rapidamente. Até que finalmente o sol de pôs. Com isso, Cadente chegou. Inicialmente ele se sentiu um tanto confuso por ver a Lua junto de Raquel.

– O que isso significa? – perguntou ele.

– Não fique com ciúmes – disse a Lua. – Você é o único amigo cósmico desta garota. Eu não sei lidar com humanos.

– Eu não sei sentir ciúmes – disse Cadente. – Mesmo que eu quisesse, eu não conseguiria.

– Ciúmes é o incômodo que você teve ao me ver no território desta garota que você pensa ser exclusividade sua – disse a Lua.

– Você está enganado... – respondeu Cadente.

– Tá bom, já chega! – interrompeu Raquel. – Vocês têm bilhões de anos, não precisam ficar se comportando igual criança. Cadente, a Lua quer nos dizer algo importante.

Então os dois pararam de brigar e voltaram a atenção para aquilo que realmente importava naquele momento, a caixa.

FIGURA 61 – Caixinha de universos



Fonte: Marcio Lucas

– Eu vou dizer o que há dentro dessa caixa – disse a Lua. – Essa misteriosa e simples caixinha de madeira abriga dentro de si todo um universo. Sim, vocês não ouviram errado. Há um universo aí dentro, cheio de estrelas, galáxias, planetas e seres vivos.

– Igual aqueles tantos outros universos paralelos que vimos na outra dimensão? – perguntou Raquel.

– Não exatamente – disse a Lua. – A diferença aqui é que o universo dentro desta pequena caixa é uma cópia idêntica do nosso próprio universo. Ou seja, tudo o que está acontecendo aqui, agora, está acontecendo dentro desta caixa também. Isso significa que dentro desta caixa também há uma Lua, uma estrela teimosa e uma garotinha curiosa segurando uma caixinha de importância inimaginável, que também possui um universo dentro dela. E esse universo da caixinha dentro da

nossa caixa também é uma cópia do nosso universo, e também há outra caixa dentro dele, com outro universo, e assim sucessivamente, havendo infinitos universos dentro de caixas, uma cópia do outro, como se fossem uma espécie de fractal.

Raquel estava confusa e com a cabeça doendo. Seus pensamentos haviam se perdido diante de tanto delírio. Assim, perguntou aquilo que mais havia se destacado em sua mente:

– O que é um fractal?

– “Um fractal é um objeto abstrato ou físico que exhibe uma estrutura similar em diferentes aplicações” (Richard Brown) – respondeu a Lua. – A propósito, o nosso próprio universo também está dentro de uma caixa, de um universo superior ao nosso, que também é cópia do nosso. Ou seja, há uma cadeia infinita de universos acima e abaixo do nosso, e todos eles são idênticos.

A explicação parecia ficar cada vez mais maluca e Raquel estava totalmente desorientada. Mas ela prosseguia na conversa como se estivesse compreendendo tudo.

– Agora que compreendemos a grande importância dessa caixa – continuou a Lua –, vamos falar sobre o grande perigo que há nela. Existe um dispositivo no fecho da caixa que serve de armadilha para olhos curiosos. Ao abrir a caixa, existe 50% de chance desse dispositivo ser ativado. Se isso acontecer, o mecanismo de autodestruição será ativado e todo o conteúdo dentro dela será totalmente destruído. Ou seja, será o fim de um universo.

– Puxa vida! – surpreendeu-se Raquel.

– E as notícias ruins não param por aí – continuou a Lua. – Se o universo dentro desta caixa for destruído, o nosso universo também será, pois ele é uma cópia idêntica do que está aí dentro, e tudo o que ocorre lá também ocorre aqui. Dessa forma, toda a sequência infinita de universos fractais dentro das caixas será destruída, e será o fim para todos nós.

O fim de todo o universo! Agora Raquel parecia compreender verdadeiramente a gravidade da situação. Se aquilo que a Lua disse era real (e com

certeza era, pois a Lua não tinha o costume de mentir e nem de falar sobre assuntos de que não tinha conhecimento), então aquela caixinha não poderia ser deixada em qualquer lugar. Se Raquel a deixasse em cima da cômoda, talvez sua mãe a abrisse enquanto estivesse limpando o quarto e, com isso, o universo todo poderia ir pelos ares.

– O que devemos fazer, senhora Lua? – perguntou Raquel.

– Você e a estrela devem levar essa caixa para o local mais seguro que existe: a “Biblioteca dos Mundos”, que fica no centro do nosso universo. Essa biblioteca armazena conhecimentos de todo o universo, e possui também vários artefatos cósmicos que estão muito bem guardados ali.

Não havia muito o que discutir. Estava decidido que Raquel e Cadente partiriam numa jornada para salvar o universo e, mais uma vez, retornariam antes que os pais de Raquel voltassem do trabalho.

– Biblioteca dos mundos, lá vamos nós! – disse Raquel, empolgada.

Certamente, embarcar em uma aventura seria muito mais divertido do que ficar trancada no quarto, de castigo. Chegar até o centro do universo foi bastante simples e rápido. Tudo o que eles tiveram que fazer foi se teleportar para a outra dimensão, encontrar novamente o Guardião de todas as dimensões (que desta foi bastante simpático e ficou muito contente ao revê-los) e pedir para que ele abrisse um portal que os levasse para lá.

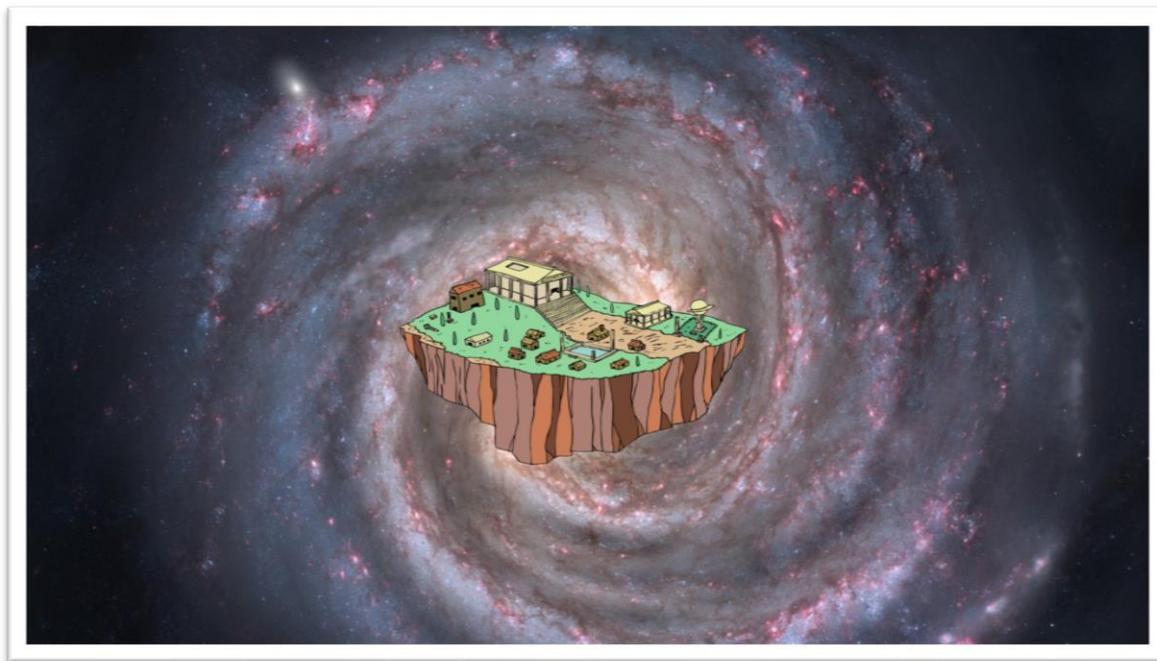
Certa vez Raquel perguntou para Cadente: *se uma nave espacial sair da Terra e viajar sempre em linha reta, sem nunca parar, o que vai acontecer quando ela chegar na “borda” do espaço? O que há lá?*

Então, Cadente respondeu: *o universo não possui bordas. O espaço é curvo, dessa forma, se viajarmos bilhões de anos luz em linha reta, eventualmente chegaríamos ao ponto de onde partimos.*

Isso tudo parecia um tanto contraditório para Raquel. Se o universo não possuía bordas então, conseqüentemente, não poderia possuir um centro. Mas Cadente logo lhe explicou que “Centro do universo” era apenas uma denominação dada para aquele local, cujo apelido e importância estavam no fato de ali conter a

estrutura principal para toda a existência daquela dimensão. Aquele local continha artefatos que faziam funcionar todas as leis da física no universo. Era o local ideal para armazenar uma caixinha como aquela que Raquel possuía.

FIGURA 62 – Centro do universo



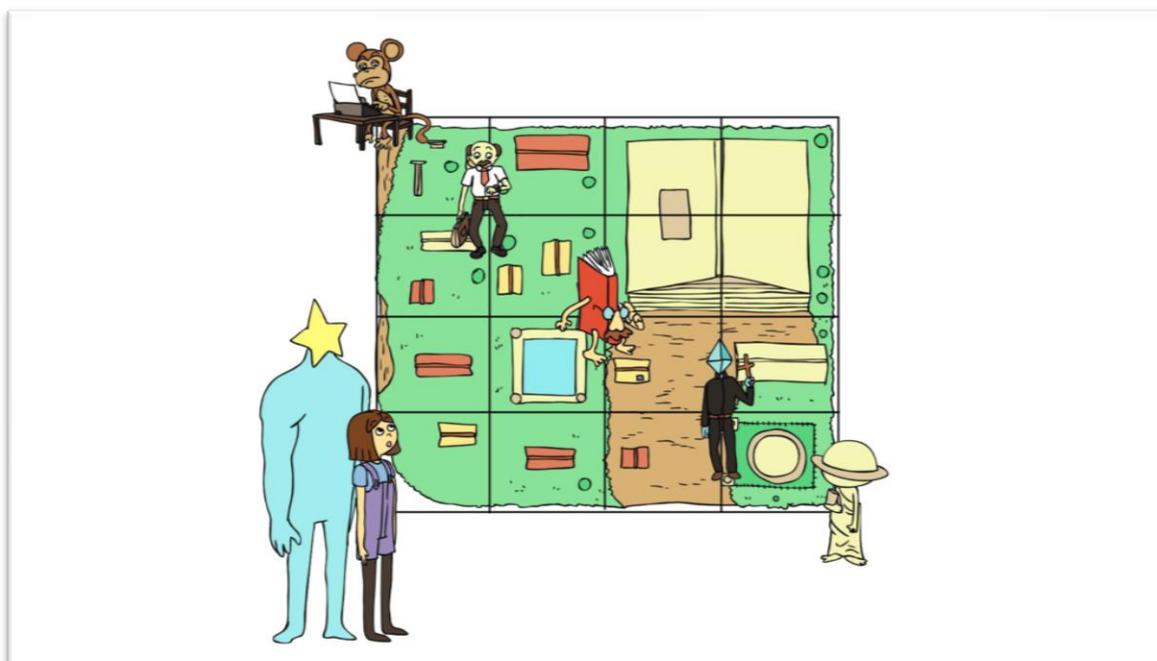
Fonte: Marcio Lucas

Ao chegarem lá, Raquel logo percebeu que tudo naquele lugar era muito sofisticado. Diferente do que se possa imaginar, não havia nada ali muito esdrúxulo, cheio de engrenagens ou que parecesse ter saído de dentro de um filme de ficção científica. O lugar de maior importância do universo, contendo todas as suas regras e relíquias de altíssima importância, era um lugar bastante simples e agradável. Havia uma vegetação parecida com a da Terra, com árvores e grama bem verdinha. Dava para notar sinais de formas de vida alienígena, pois a grama estava aparada, os arbustos estavam decorados e havia várias construções espalhadas, tais como casas, praças, pilares decorativos, fontes de água potável, etc. A arquitetura era bastante curiosa, pois se parecia muito com a arquitetura da Grécia Antiga, com grandes estruturas de mármore, havendo uma certa harmonia em cada construção.

Agora Raquel precisava encontrar a “Biblioteca dos Mundos” (Raquel sabia que esse nome também era apenas uma denominação dada a um lugar que armazenava o conhecimento absoluto do universo, e não um lugar onde se possa fazer carteirinha e alugar livros), mas encontrar uma biblioteca num lugar tão vasto

como aquele seria difícil. Havia muitas ruas e possíveis caminhos para serem seguidos. Como Cadente não sabia dizer exatamente qual era o caminho correto que os levaria até a Biblioteca, Raquel optou pelo seguinte método: a cada esquina que eles chegassem, jogaria uma moeda. Se saísse cara, seguiria para cima, e se saísse coroa, seguiria para a direita. Raquel e Cadente foram seguindo dessa forma, sempre jogando a moeda e verificando qual caminho deveriam seguir.

FIGURA 63 – Caminhos aleatórios



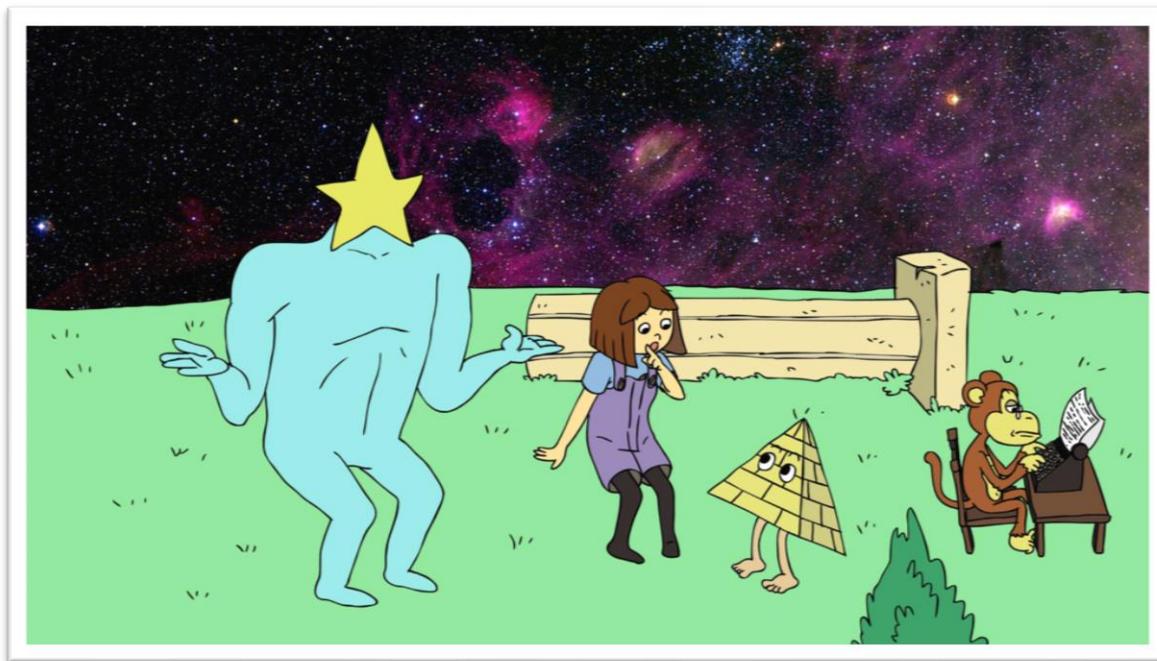
Fonte: Marcio Lucas

Neste momento da história, os alunos farão a atividade do capítulo 4, sobre “Introdução à estatística e probabilidade”

Após quatro lançamentos da moeda, Raquel chegou em um determinado local. Para a sua falta de sorte, não era a Biblioteca dos Mundos. Não havia construções naquela região, apenas algumas antigas pilastras ornamentadas com elementos decorativos curvos jogadas pela grama. Além desses e alguns outros escombros, havia um monte de macacos datilografando sem parar em máquinas de escrever. Eles pareciam muito concentrados naquela tarefa, digitando ininterruptamente, sem nem sequer olhar para os lados. Estavam sentados em pequenas cadeirinhas, do tamanho ideal de um chimpanzé, diante de uma mesinha de madeira, com uma máquina de escrever sobre ela. Aquilo era um objeto que Raquel nunca havia visto antes. Estava bastante acostumada com teclados de

computadores, notebooks ou até mesmo o teclado digital de seu celular, que funcionava através do touch screen. Mas uma máquina de escrever, para ela, era como se fosse uma relíquia de tempos antigos.

FIGURA 64 – Chimpanzé escritor



Fonte: Marcio Lucas

– Com licença, sr. Macaco – disse Raquel. – Você saberia dizer onde fica a Biblioteca dos Mundos?

– Não está vendo que estou muito ocupado, garota? – disse ele.

– Desculpe, eu não queria atrapalhá-lo. Se me permite perguntar, o que exatamente você está escrevendo?

– Hamlet. Estou escrevendo a obra Hamlet, de Shakespeare – disse o macaco.

– Nossa! – espantou-se Raquel. – Você deve ser um macaco muito inteligente. Os macacos do meu planeta não sabem nem ler.

– Acho que você está um pouco confusa, garotinha – disse o macaco, interrompendo por um instante a sua datilografia. – Assim como os macacos de seu planeta, eu também não sei ler ou escrever. O que estou fazendo aqui é simplesmente pressionar teclas aleatórias, uma atrás da outra, torcendo para que,

ao final de tudo isso, eu tenha por coincidência digitado exatamente o mesmo texto que William Shakespeare escreveu em sua obra, Hamlet.

Raquel estava perplexa. Não sabia como explicar para aquele inocente macaco de que aquilo que ele queria seria impossível de se realizar. Afinal, qual seria a probabilidade de sair batendo no teclado, de forma totalmente aleatória, e acidentalmente digitar uma obra de Shakespeare?

– Você sabe que a chance disso acontecer é bem baixa, né? – disse ela.

– Sim – concordou o macaco. – Vamos assumir que a máquina de escrever tenha 50 teclas. Para digitar apenas a palavra BANANA, dessa forma que estou fazendo, já seria muito difícil. Afinal, a chance da primeira letra ser B seria 1 em 50, ou seja: $\frac{1}{50}$. Então a chance de as 6 letras formarem BANANA seria:

$$\frac{1}{50} \times \frac{1}{50} \times \frac{1}{50} \times \frac{1}{50} \times \frac{1}{50} \times \frac{1}{50} = \frac{1}{15.625.000.000}$$

– Isso quer dizer que – continuou o macaco –, a probabilidade de se digitar a palavra BANANA, de forma totalmente aleatória, seria de 1 em quinze bilhões e seiscentos e vinte e cinco milhões.

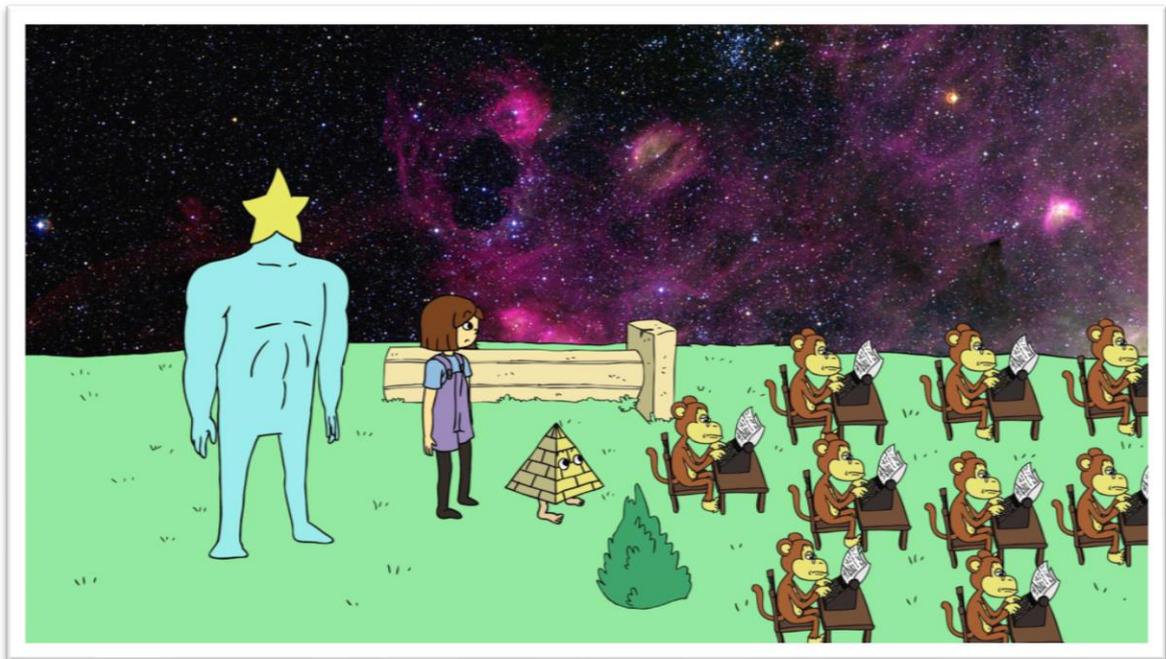
– Isso é uma loucura! – questionou Raquel – Se digitar uma simples palavra de seis letras já é assim tão difícil, então digitar um livro inteiro seria impossível!

– Impossível não – refutou o macaco. – Apenas improvável. Mas pense bem... se houver dois macacos tentando fazer isso, teríamos o dobro de chance de pelo menos um obter sucesso, concorda?

– Sim... mas o dobro de “quase nada” continuaria sendo “quase nada”.

– Certo, certo – disse o Macaco – Mas e se houver dez macacos trabalhando nisso? As chances não seriam maiores?

FIGURA 65 – Teorema do macaco infinito



Fonte: Marcio Lucas

– Você teria dez vezes mais chance de um deles conseguir digitar a obra de Hamlet. Mas mesmo assim seria improvável – disse Raquel.

O macaco sorriu. Estava conseguindo chegar onde desejava. Então continuou:

– Muito bem. Se as chances de pelo menos um macaco obter sucesso nessa tarefa aumentam à medida que a quantidade de macacos for aumentando, então vamos supor que existem infinitos macacos encarregados dessa tarefa...

– Infinito não é um número – interrompeu Raquel. – Não há como existirem infinitos macacos.

– Garota, você está no centro do universo. Tudo aqui é possível – afirmou o macaco. – Mas vamos simplificar um pouco as coisas. Voltemos a pensar no exemplo da palavra BANANA. Para um único macaco, sozinho, seria praticamente impossível de se digitar tal palavra. Mas agora pense que há um milhão de macacos tentando escrevê-la, de forma aleatória, em suas respectivas máquinas de escrever.

O macaco fez uma pequena pausa para calcular alguma coisa. Pegou um lápis e uma das folhas de sua máquina. Apesar de ser analfabeto, ele aparentemente era muito entendido de matemática. Após finalizar as contas, disse:

– As chances de pelo menos um dos macacos, entre o um milhão que temos, conseguir escrever a palavra BANANA seria de 99,99%.

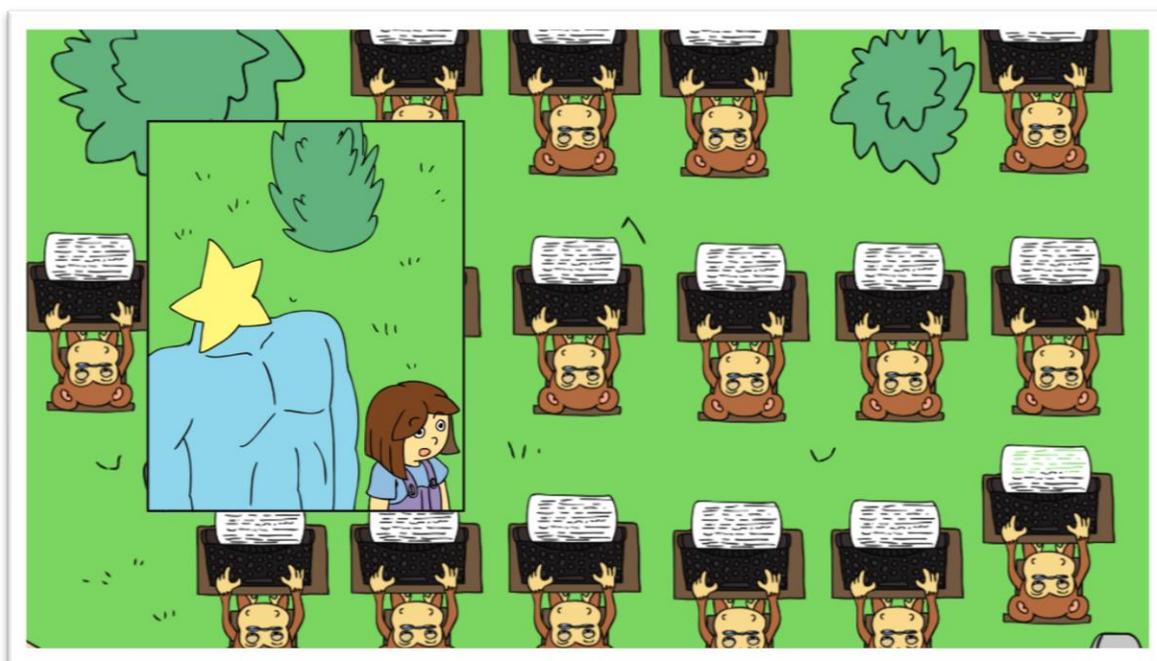
– Isso é impossível! – disse Raquel.

– Não, ele tem toda razão – confirmou Cadente. – Eu conferi os cálculos que ele fez, estão totalmente corretos.

Raquel estava atônita. Aquilo tudo parecia absurdo demais.

– Agora olhe à sua volta – continuou o macaco. – Há infinitos macacos aqui, cada um com uma máquina de escrever, digitando caracteres totalmente aleatórios, um após o outro. Posso afirmar, com total segurança, que certamente um de nós será bem-sucedido nessa tarefa.

FIGURA 66 – Muitos macaquinhos



Fonte: Marcio Lucas

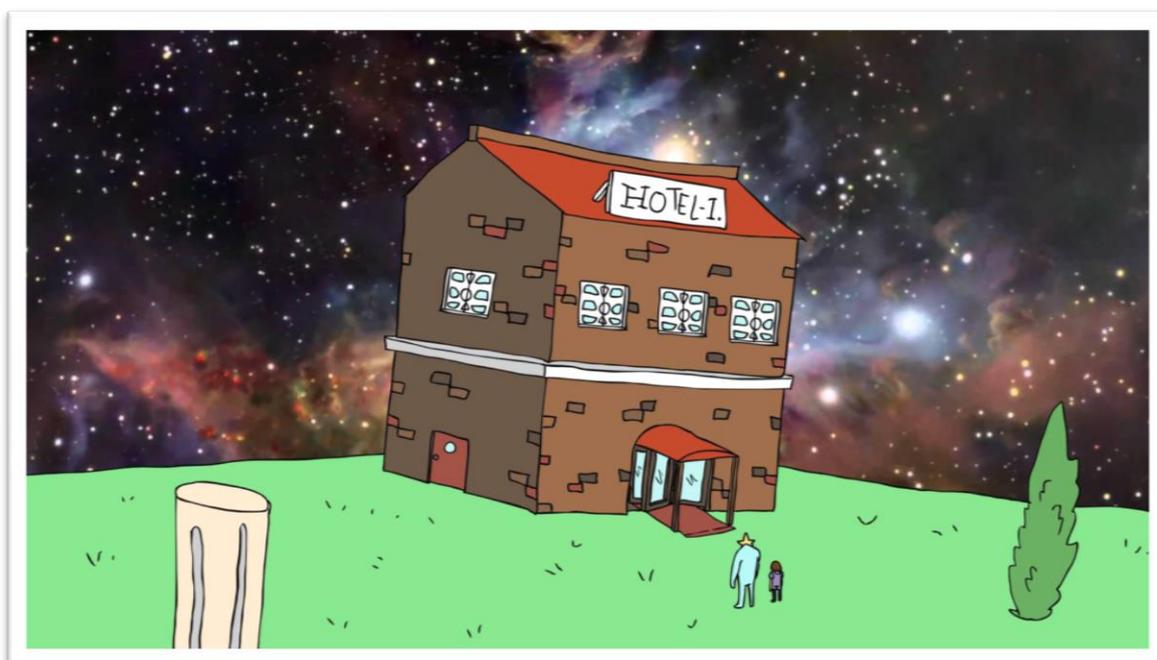
Raquel olhou mais adiante e percebeu que, de fato, havia muitos macaquinhos com máquina de escrever por ali. Todos eles estavam datilografando freneticamente na esperança de, pelo menos um deles, conseguir escrever a obra completa de Hamlet, sem nenhum erro sequer.

– Agora me deem licença, por favor – disse o macaco, encerrando suas explicações e se negando a responder qualquer outra pergunta. – Como podem ver, estou muito ocupado. Hamlet não vai se escrever sozinho.

Não adiantava insistir. Então Raquel continuou o seu caminho.

Mais adiante, ela encontrou um estranho hotel. Decidiu entrar para pedir informações. Talvez alguém ali dentro soubesse explicar qual era o caminho para a Biblioteca dos Mundos.

FIGURA 67 – Hotel de Hilbert



Fonte: Marcio Lucas

Por fora, o local parecia ser pequeno e humilde, com tijolos à vista, dois andares e uma entrada pelos fundos. Mas por dentro, era totalmente diferente. O piso era todo de mármore, com aquela decoração grega parecida com o resto da cidade, havendo pilastras ornamentadas e elegantes estátuas decorando o salão principal. E quanto ao tamanho, essa era a parte que mais causava espanto. Enquanto por fora ele tinha o tamanho de um boteco, por dentro possuía um tamanho gigantesco. O salão principal era tão imenso que o limite da vista não conseguia enxergar o seu fim, aparentando ser infinito.

O gerente estava logo adiante, sentado em uma cadeira com estofado vermelho, que mais parecia um trono, detrás de uma grande mesa, contendo seu

livro com as informações dos quartos e hóspedes do hotel. Ele tinha um aspecto misterioso, usava luvas brancas e um terno preto. Mas o mais estranho era que sua cabeça estava coberta por uma caixa de papelão com um ponto de interrogação marcado com canetão na sua parte frontal.

FIGURA 68 – Infinitos quartos



Fonte: Marcio Lucas

– Bem-vindos ao Hotel de Hilbert – disse o gerente. – Somos o maior hotel de todo o universo. Temos infinitos quartos à disposição de hóspedes vindos de qualquer ponto do universo, qualquer galáxia, qualquer planeta, sem preconceitos.

– Infinitos quartos? – questionou Raquel. – Do lado de fora não parece caber tantos quartos assim.

– Sim, sim, eu compreendo – concordou o gerente. – Aqui dentro, porém, as regras são diferentes e nós realmente possuímos uma quantidade infinita de quartos. Todavia, porém, entretanto, infelizmente todos os nossos quartos estão ocupados.

– Se há infinitos quartos, como todos estão ocupados? – perguntou Raquel.

– Muito simples. No momento estamos com infinitos hóspedes.

Essa questão de infinito ainda confundia muito Raquel. Mas desta vez ela decidiu não perder tempo discutindo sobre isso. Apenas queria perguntar logo onde ficava a Biblioteca.

– O senhor por acaso saberia me dizer onde fica a Biblioteca dos mundos?

O gerente revirava as anotações em seu diário de hóspedes. Ele estava atendendo um casal de tartarugas no momento em que Raquel e Cadente chegaram, então estava um pouco ocupado.

– Eu adoraria ajudar – disse ele. – Mas estou um pouco atarefado neste momento. Estou tentando fazer o check-in deste adorável casal de répteis. Porém, como mencionei anteriormente, estou tendo um pouco de dificuldade pois todos os quartos estão ocupados.

– Ora essa... então não há como acomodá-los – disse Raquel.

O Casal de tartarugas sentiu-se bastante ofendido com a insensibilidade da garota. Eles não tinham onde dormir e estavam bastante cansados devido à longa viagem que fizeram. Precisavam muito de um quarto. Antes que o senhor tartarugo se manifestasse, o gerente se pronunciou:

– Errado. Temos infinitos quartos, já se esqueceu disso?

– Eu sei – disse Raquel. – Mas todos eles já estão ocupados, não é mesmo?

– Exato! Mas tenho a absoluta certeza de que existe uma forma de acomodar estes hóspedes. Seria deselegante demais pedir para que eles dividissem o quarto com alguém, ou se utilizássemos uma sala que não seja um quarto para abrigá-los. Mas eu sei que existe uma forma de hospedá-los de forma adequada.

Neste momento da história, os alunos serão desafiados a encontrar uma solução para este enigma. A solução para o problema está na continuidade da história.

Raquel pensou, pensou e pensou. Nenhuma ideia lhe ocorreu. Olhou para Cadente, mas ele também não havia conseguido criar nenhuma solução. De repente, surgiu uma ideia!

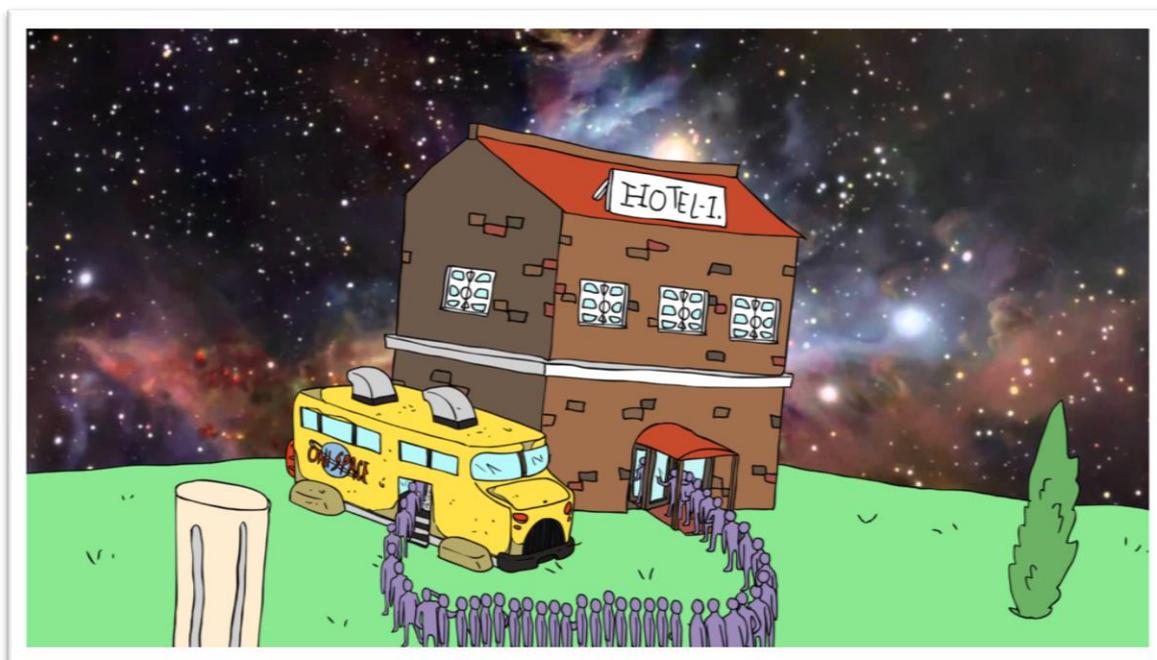
– Com licença – disse Raquel, se dirigindo ao gerente. – E se pedirmos para que a pessoa que está no quarto 1 se mudasse para o quarto 2? E a pessoa do quarto 2 pode se mudar para o quarto 3, e a do quarto 3 para o 4, e assim por diante...

– Sim, sim, sim... – disse o gerente acompanhando o raciocínio, adorando a solução proposta por Raquel. – Podemos transferir todo mundo para um quarto à frente. Um hóspede do quarto N poderia ser transferido para o quarto $N + 1$, dessa forma o quarto 1 ficaria vazio, pronto para ser ocupado por novos hóspedes. Genial!

Raquel estava orgulhosa de si mesma. Até o mês passado ela era a aluna com as notas mais baixas em matemática, e agora estava conseguindo desvendar enigmas de monstros da floresta e ajudar criaturas cósmicas do centro do universo com os seus problemas de lógica.

Mas então um misterioso tremor que assolou todo o salão principal do hotel interrompeu seu momento de alegria. Mal sabia ela que os problemas naquele hotel estavam prestes a se complicar. Um ônibus contendo infinitos passageiros chegara ao hotel. Todos aqueles passageiros precisavam descansar e decidiram alugar um quarto naquele hotel.

FIGURA 69 – Ônibus infinito



Fonte: Marcio Lucas

Agora o hotel com infinitos quartos, mas com todos os quartos ocupados, precisava acomodar mais infinitos hóspedes. Isso certamente era um problema bastante inconveniente, pois se fosse um ônibus com umas 50 pessoas, seria muito fácil de dar um jeito naquela situação. Seria só usar o mesmo raciocínio proposto para o caso da tartaruga, pedindo para que cada hóspede avançasse 50 quartos para frente, onde as pessoas que estivessem num quarto N qualquer iriam para o quarto de número $N + 50$. Assim, a pessoa do quarto 1 iria para o 51, a do 2 para o 52, a do 3 para o 53, assim sucessivamente, livrando os 50 primeiros quartos para as pessoas do ônibus. Seria possível utilizar essa mesma solução para qualquer quantidade finita de pessoas. O problema aqui era que agora havia infinitos potenciais hóspedes precisando de quartos, e seria impossível pedir para que todos os hóspedes avançassem infinitos quartos, pois assim eles ficariam a vida inteira caminhando e jamais conseguiriam se hospedar em um outro quarto.

– Um minuto! Um minuto! Não adianta ficar tocando a campainha, já estou bolando uma solução para a situação de vocês, senhores – dizia o gerente, enquanto atendia uma fila interminável de, literalmente, infinitas pessoas.

FIGURA 70 – Infinitos hóspedes



Fonte: Marcio Lucas

Raquel queria, de alguma forma, ajudar. Mas será mesmo que desta vez seria possível hospedar todas aquelas pessoas?

Neste momento da história, os alunos serão desafiados a encontrar uma solução para este enigma. A solução para o problema está na continuidade da história.

Desta vez foi Cadente quem deu a sugestão:

– Eu tive uma ideia – disse ele, chamando a atenção do gerente. – E se nós simplesmente mandarmos o hóspede do quarto número 1 passar para o quarto 2? E a pessoa do quarto 2 poderia ir para o quarto 4. A pessoa do quarto 3 vai para o 6, a do 4 vai para o 8, a do 5 para o 10, e assim por diante.

– Sim, sim, sim... – disse o gerente acompanhando o raciocínio, adorando a solução proposta agora por Cadente. – Podemos transferir todo mundo para um quarto que seja o dobro do seu quarto atual. Um hóspede do quarto N poderia ser transferido para o quarto $2N$, dessa forma todos os quartos com números pares ficariam ocupados, e todos os quartos de números ímpares ficariam vazios, prontos para serem ocupados por novos hóspedes. Isso realmente é genial!

Temendo que agora chegassem mais infinitas pessoas, ou ainda pior, poderiam chegar infinitos ônibus com infinitos passageiros dentro, e todos eles querendo um quarto para aquela noite (se isso ocorresse, Raquel não teria a menor ideia de como resolver a situação), Raquel se apressou em pedir informação:

– Por favor, senhor gerente, agora que nós lhe ajudamos, será que o senhor poderia nos dizer onde fica a Biblioteca dos Mundos? Precisamos ir para lá com urgência.

– Ah, sim, claro! – disse o gerente enquanto fazia o check-in dos novos hóspedes. – A grandiosa Biblioteca dos Mundos fica aqui perto. É só você seguir adiante pela rua principal e você chegará lá em cinco minutos de caminhada.

– Muito obrigada! – agradeceu Raquel, com um pouco de pena daquele gerente que agora passaria o resto de sua vida fazendo check-ins infinitos para uma fila que jamais chegaria ao fim.

Raquel e Cadente saíram animados do hotel. Eles estavam finalmente chegando! Tudo o que tinham que fazer era continuar caminhando. *Mas espere! Onde está a caixinha dos universos?*, pensou Raquel, desesperada, verificando

seus bolsos dezenas de vezes. *Estava bem aqui agora de pouco e agora não está mais!! Oh meu Deus!!*

– Algum problema? – perguntou Cadente, percebendo sua inquietação.

– Sim! – respondeu Raquel, quase sem fôlego de tanto pânico. – Não estou encontrando a caixinha em lugar algum! Deve ter caído do meu bolso...

– Devemos voltar para o hotel e verificar se não caiu por lá. – sugeriu Cadente. – Se não encontrarmos, vamos refazer todo o trajeto que fizemos desde que chegamos neste lugar.

– Eu sei onde está o que vocês estão procurando! – disse um misterioso ser que surgiu repentinamente diante Cadente e Raquel. Era uma espécie de gosma, com meio metro de altura, com um chapéu de pirata sobre a cabeça.

FIGURA 71 – Cadê a caixinha?



Fonte: Marcio Lucas

Raquel olhou para aquela estranha gosminha, esperançosa.

– Por favor, então nos diga! – implorou ela.

Aquele estranho ser pigarreou duas vezes e então começou a falar:

– Eu não sabia se era amigo de vocês ou não, por isso não falei nada na hora. Mas enquanto vocês estavam dentro daquele hotel, ajudando o gerente a hospedar todo mundo, uma criatura muito estranha surgiu das sombras. Ela ficou um tempo observando vocês. Me perdoem, mas não tinha como eu saber que suas intenções eram malignas. Pensei até que aquele estranho ser fosse boa gente, pois estava tão entusiasmado olhando para vocês, com um sorriso que ia de orelha a orelha. Não dá para dizer que alguém é mau só porque se veste todo de preto e tem chifres, isso seria preconceituoso da minha parte...

– Certo, certo... mas e então? – disse Raquel, apressando a gosminha em sua história. Ela estava ansiosa demais para saber o que ocorrera.

– Ah... e então aquela criatura puxou de seu bolso uma caixinha muito bonita. Fiquei até com vontade de ver o que tinha dentro.

– E para onde ele foi? – perguntou Raquel.

– Não sei... eu não vi. Me perdoe.

A gosminha não possuía mais nenhuma informação útil para fornecer de ajuda. Então Raquel e Cadente começaram a analisar a situação. Quem poderia querer roubar deles aquele artefato tão importante? E por que alguém faria isso? *Ele estava todo de preto...* essa informação ficava ricocheteando dentro da mente de Raquel, até que ela fez uma associação com a ovelha negra que conheceu na floresta. A ovelha parecia ser amigável, mas agia de forma muito estranha e provavelmente queria enganar Raquel por alguma razão. E ela também era bastante entusiasmada, e possuía um sorriso de orelha a orelha. Outra pessoa com características semelhantes era a Raquel do universo gótico. Ela também era bastante misteriosa, trajava preto e possuía um sorriso sinistro.

– Raquel – chamou Cadente –, eu encontrei isso em minhas costas...

Cadente havia removido um papel colado em suas costas. Quando haviam colado aquilo nele? Estava se sentindo um pouco mal por não ter percebido antes. Ao analisar o papel, percebeu que havia uma mensagem nele, dizendo:

“Obrigado pelo presente, seu grande otário!
Espero sua visita, não perca o horário.
Quando você chegar, certamente será hilário.
Ass. Diabo”

A situação era pior do que Raquel poderia imaginar. Ela não fazia ideia de que o diabo estava de olho nela durante todo esse tempo. Apesar de possuir certa suspeita, até então, ela não havia feito a ligação entre a ovelha, a menina gótica e aquele ladrão de caixas. Não sabia que os três eram a mesma pessoa e estavam sedentos por vingança, desde que Raquel derrotou e expulsou o monstro da floresta.

FIGURA 72 – A vingança do diabo



Fonte: Marcio Lucas

O diabo ria em seu covil. Ele estava tão satisfeito com o som da própria risada, que continuou rindo até o amanhecer. A caixinha agora estava em suas mãos. Não só isso, mas a própria garotinha e também a estrela estavam em suas mãos. Eles só não sabiam disso ainda, mas logo descobririam.



5.5 CAPÍTULO 5: PROBLEMA INFERNAL

– Qual é a probabilidade de salvarmos o universo? – perguntou Raquel.

Essa era a grande pergunta que ela estava fazendo sem parar desde a noite anterior. Estava muito preocupada com o fato do diabo ter roubado um artefato que poderia destruir todo o universo graças a um descuido seu.

FIGURA 73 – Bolando planos



Fonte: Marcio Lucas

– É impossível de determinar com exatidão – respondeu Cadente. – Uma modelagem matemática como essa seria extremamente difícil de se calcular, pois há muitas variáveis envolvidas. Há também algumas informações que nós não temos acesso, como por exemplo: quais são as verdadeiras intenções daquela criatura sombria?

Raquel estava inquieta. Andava de um lado para o outro em seu quarto. Não sabia o que fazer diante daquela situação.

– Não podemos utilizar alguma coisa matemática para nos ajudar? – perguntou ela. – Você não tem nenhum poder de estrela que possa salvar todo mundo? E se eu desejar que tudo vai ficar bem, não adianta?

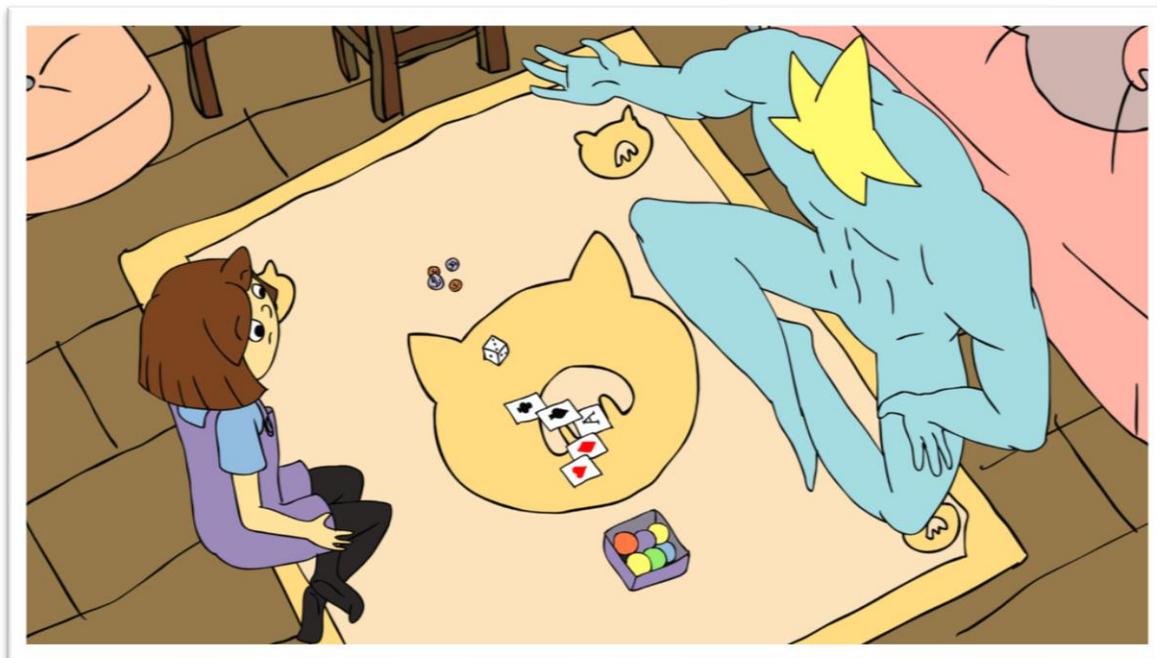
Cadente sentou-se no tapete do quarto e fez sinal para que Raquel fizesse o mesmo. Então começou a responder a cada uma de suas perguntas:

– A matemática é uma ferramenta que serve para nos auxiliar em vários assuntos do cotidiano. Ela não salva o mundo. Assim como o português ou o inglês, ela é um tipo de linguagem, que nos ajuda a compreender muitas coisas do mundo em que vivemos. Quanto aos meus poderes, eles não são tão ilimitados dessa forma. Assim como a matemática, eles seguem regras. Creio que fazer coisas simples como abrir portais ou encolher casas não nos seria útil neste momento.

Raquel ficou pensando naquilo, matutando as ideias. Estava tentando conceber um plano, mas estava difícil pensar em algo pois ela não dispunha de muitas informações a respeito do caso. Tudo o que sabia era que o diabo havia aparecido sorrateiramente e roubado dela um artefato capaz de destruir todo o universo. Talvez sua mente não conseguisse pensar em nada pois precisasse de um pouco de aquecimento. Alguns exercícios de lógica talvez a ajudassem a pensar melhor.

– Cadente, me ensine a calcular probabilidades matemáticas – disse ela.

FIGURA 74 – Calculando probabilidades



Fonte: Marcio Lucas

Muito bem – disse Cadente fazendo surgir em sua frente quatro tipos de objetos: moedas, dados, cartas de baralho e uma urna com bolas coloridas.

Cadente não questionou em momento algum Raquel sobre suas intenções com aquele pedido fora de hora pois, ao seu ver, sempre era o momento certo de se aprender novos conceitos e exercitar um pouco de matemática.

Neste momento da história, serão apresentados para os alunos 4 tipos de problemas de probabilidade. Um com moedas (com 2 elementos no espaço amostral), um com dados (com 6 elementos no espaço amostral), um com cartas (com 52 elementos no espaço amostral) e um com bolinhas numa urna (com uma quantidade qualquer de elementos no espaço amostral)

Após resolver alguns problemas matemáticos, Raquel estava se sentindo confiante igual ao Popeye após comer espinafre. Deixou seus temores de lado e disse:

– A probabilidade de salvarmos o universo, ficando dentro deste quarto de braços cruzados, é zero. O diabo nos fez um convite para sua casa. Precisamos ir até lá.

Ela tinha razão, mas essa era uma verdade que ninguém queria admitir. O bilhete deixado pelo diabo dizia explicitamente que ele os estava aguardando. Estava fazendo a caixinha de refém e suas exigências eram bastante claras. Cadente sabia que isso seria muito perigoso. Mas não havia outra alternativa. Raquel e Cadente teriam que ir para o inferno.

Chegar lá não seria problema. Assim como viajar para o centro do universo, foi só Cadente abrir seu portal interdimensional. Na outra dimensão, novamente, eles tiveram que encontrar o guardião de todas as dimensões. Agora estava mais fácil encontrá-lo. Raquel percebeu que era só cantar em alto e bom som a música “A Thousand Miles”, da Vanessa Carlton, pois essa era a música favorita do guardião. Quem lhe deu essa dica havia sido a Raquel do universo musical, na última vez que ela e Cadente estiveram por lá.

Não deu outra, logo no segundo verso o guardião de todas as dimensões apareceu ao lado deles, como se estivesse lá durante todo esse tempo, cantando junto com Raquel.

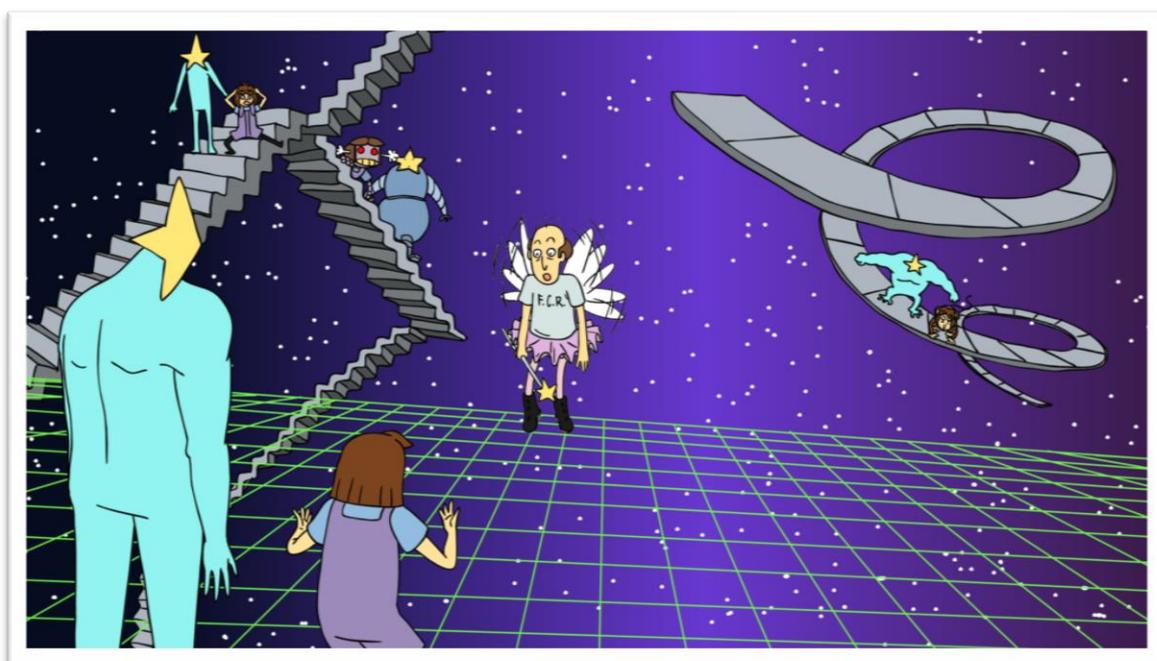
– Oh, céus... eu adoro essa música – disse ele. – Independente do universo, ela é boa em todos eles hihi! E então minha querida, no que posso ajudá-la desta vez?

– Vou precisar que você abra um portal... – disse Raquel, temendo dizer em voz alta o lugar para onde desejava ir.

– Ah vá... isso eu já sei, né! – disse o guardião. – Mas preciso saber qual a localização exata que você precisa. O que são essas olheiras, meu chuchu? Já sei... você está precisando de um pouco de férias. O que acha de eu abrir um portal para as praias do Caribe? Ou eu posso lhe abrir um portal para a Disney World do seu universo. Ou sejamos mais criativos... posso abrir um portal para o universo dos parques de diversões...

– Quero que você abra um portal que leve direto para o inferno – disse Raquel, interrompendo-o.

FIGURA 75 – De volta à outra dimensão



Fonte: Marcio Lucas

O guardião sentiu-se ofendido.

– Ora essa... não precisa ser tão grosseira. Eu estava apenas dando algumas boas sugestões a vocês.

– Não, não... você entendeu errado – explicou-se Raquel. – Aquilo não foi um xingamento. Eu realmente desejo visitar o inferno do meu universo. Você poderia, por gentileza, abrir o portal para mim?

O guardião de todas as dimensões não conseguia acreditar. Por que uma pessoa em sã consciência faria um pedido tão tolo? Não só ele ficou surpreso com aquilo, mas todas as versões alternativas de Raquéis e Cadentes que estavam passando por ali naquele momento ficaram bastante intrigados. Mas após alguns minutos de discussão sobre o assunto, o guardião havia topado o pedido de Raquel.

– Tem certeza que não quer um portal para a Disney? – perguntou o guardião, apenas para confirmar.

– Sim... quer dizer, eu também quero esse portal, mas vai ficar para minha próxima visita – respondeu Raquel.

– Muito bem... então lá vamos nós – disse o guardião, fechando os olhos e se concentrando para poder abrir o portal.

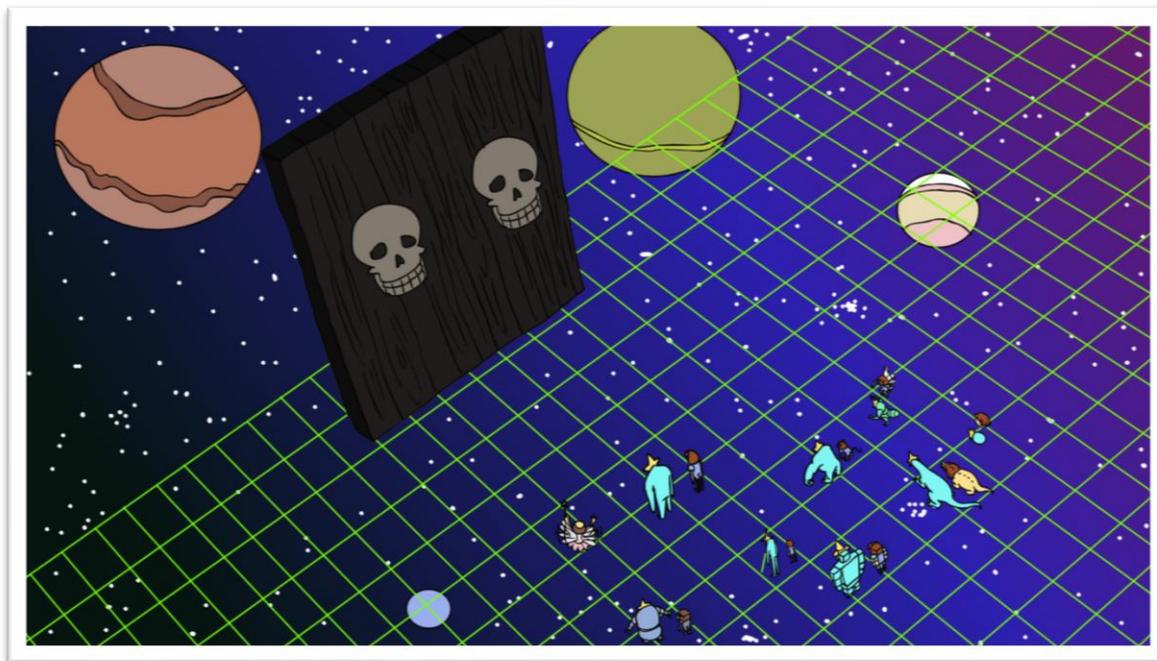
Aquilo não seria uma tarefa fácil. Normalmente as pessoas não querem ir para aquele lugar que Raquel havia pedido, por ser um local extremamente desagradável e assustador, com várias pessoas malvadas e perigos por toda a parte. Mas o guardião sabia que aquilo era uma exceção. Raquel não tinha outra escolha, pois todo o seu universo dependia disso.

– Acho que encontrei... – disse o guardião.

Então ele fez uma expressão igual a de alguém que faz muita força. O portal finalmente apareceu. Mas era bem diferente de todos os outros. Por ser um portal para um lugar extremamente perigoso, ele estava trancado. Tinha a forma de um portão de quase quinze metros de altura, com duas caveiras esculpidas em suas tábuas desgastadas. O portão era todo negro, com uma energia tétrica emanando

através dele. Era assustador só de olhar para ele. Havia uma multidão de Raquéis e Cadentes de universos paralelos em volta, observando tudo atentamente.

FIGURA 76 – Portal do inferno



Fonte: Marcio Lucas

A Raquel do universo jurássico começou a passar mal quando o portão apareceu. O Cadente do universo robótico tapou os olhos de sua Raquel, poupando-a daquela cena digna de um terrível pesadelo. Quando o portão começou a se abrir, muitos deles ficaram paralisados. O cheiro de enxofre impregnou naquela dimensão, acompanhado de uma extensa escuridão que parecia querer engolir a alma de tudo o que estava em seu caminho. O guardião de todas as dimensões quase se arrependeu do que fizera. Olhou para Raquel e Cadente, que também estavam assombrados, e gritou:

– Rápido, entrem! Eu não vou aguentar manter esse portal por muito tempo!

Raquel engoliu seco, pegou nas mãos de Cadente, olhou para ele por um instante, e seguiu em frente. Ela finalmente entrou naquele portal maligno. Sua consciência quase apagou no momento em que ela o atravessou. Mas ela estava sendo guiada por sua força de vontade. E seu amigo Cadente estava bem ao seu lado, de mãos dadas com ela, caso alguma coisa ruim ocorresse. Então o portal se fechou. Agora não havia como voltar atrás.

Lá dentro tudo era muito escuro, não dava para enxergar nem um palmo na frente do rosto. Cadente teve que utilizar a luz emitida por seu corpo para que eles pudessem enxergar alguma coisa. Mesmo assim, a escuridão era tão densa que engolia quase toda a luz de Cadente, fazendo seu brilho ficar equiparável a um palito de fósforo aceso no meio de uma noite sombria e sem estrelas.

Raquel sentia como se houvesse vários olhos à sua espreita, observando cada movimento seu, apenas esperando o momento adequado de atacar. Aquele lugar certamente era lar das criaturas mais terríveis de todo o universo e a maioria deles queria devorar aquela garotinha inocente e perdida.

FIGURA 77 – Nas sombras do inferno



Fonte: Marcio Lucas

No início foi difícil de encontrar o caminho correto. Porém, o diabo estava tão ansioso para encontrá-los, que deixou algumas flechas e marcações indicando por onde eles deveriam seguir. Além disso, o radar de Cadente confirmava que eles estavam se aproximando cada vez mais do inimigo. Era evidente que aquilo tudo se tratava de uma grande armadilha arquitetada por aquele ser maligno, mas eles não tinham outra escolha, a não ser mergulhar de cabeça.

Finalmente eles encontraram a porta que levava ao salão principal do inferno, que era onde provavelmente estava o anfitrião daquele lugar. Quando eles se aproximaram, porém, uma figura horrenda surgiu, bloqueando o caminho. A criatura

tinha cerca de dez metros de altura, com garras e dentes afiadíssimos, de um tamanho exageradamente grande, possuía três cabeças e o corpo coberto todo por uma pelagem marrom escura. Tratava-se de uma espécie de cachorro gigante. Aquele era Cérbero, o guardião do inferno.

FIGURA 78 – Encarando Cérbero



Fonte: Marcio Lucas

- Vejam o que temos aqui, meus irmãos – disse a cabeça do meio.
- Brilha, brilha estrelinha – caçoou a segunda cabeça.
- Vocês podem descrever para mim o que é? – disse a terceira cabeça. – Estou com catarata nos dois olhos e não consigo enxergar mais do que dois borrões se aproximando.
- É uma estrela acompanhada de uma criança – disse a cabeça do meio. – Muito bem, nos diga, estrelinha: o que diabos você e uma garotinha estão fazendo aqui? Acredito que vocês saibam que lugar é este e que não estão aqui por engano.
- Ah... Podemos devorá-los? Eu nunca comi uma estrela antes– disse a cabeça com catarata.
- Nós só viemos pegar algo que é nosso – disse Raquel. – Não queremos arrumar confusão.

As três cabeças se entreolharam por um instante, então começaram a rir.

– HAHHAHAHA!! Vocês ouviram isso irmãos? A criança disse que não quer arrumar confusão! Qual de nós vai dar a má notícia para ela? Ela não sabe que este lugar é o reino da confusão.

Raquel ficou um pouco envergonhada. Não sabia como agir diante de criaturas infernais.

– É sério gente, eu tô com lombriga pra comer essa estrela. Podemos avançar logo pra cima deles?

– Não seja tão impaciente, irmão. Vamos nos divertir um pouco com eles – disse a cabeça do meio, que aparentemente era o líder. – Querem passar por essa porta? Muito bem... então vocês terão que passar pelo nosso joguinho.

Em condições normais, Raquel adoraria participar de qualquer tipo de jogo. Mas naquela ocasião ela não estava muito no clima. Estava com medo daquele lugar, passando mal com toda aquela escuridão e energia negativa vinda dos seres malignos que estavam à sua espreita, e, acima de tudo, estava muito preocupada com o destino do universo, que dependia de seu sucesso naquela jornada.

– Nós vamos fazer o seguinte... – continuou a cabeça do meio. – Cada um de nós vai fazer um enigma, totalizando três, nos seguintes níveis: um fácil, um médio e um difícil. Se vocês acertarem todos, deixaremos vocês passarem. Se errarem ao menos um, devoraremos vocês.

– Conte para eles dos detalhes sobre nós, irmão – disse a segunda cabeça.

– Ah... sim. Existe outro detalhe – continuou a cabeça do meio. – Um de nós fala sempre a verdade. Outro de nós sempre mente, independente da situação. E o terceiro de nós, às vezes fala a verdade e às vezes mente. Isso você terá que descobrir por si só também.

– Eu tô falando a verdade, galera. Eu realmente tô com fome – disse a cabeça com catarata.

– Calado! E então... podemos começar? – disse a cabeça do meio.

Cadente olhou para Raquel. Ele sabia o que ela estava sentindo só de ver os seus olhos. Ele sentia o mesmo, não aguentava mais aquela situação. Não estava disposto a participar de nenhum tipo de jogo com os lacaios do submundo. Assim, Cadente simplesmente utilizou seus poderes estelares para dar um poderoso soco no inimigo, nocauteando o enorme cachorro e livrando o caminho para o salão principal.

FIGURA 79 – Derrotando Cérbero

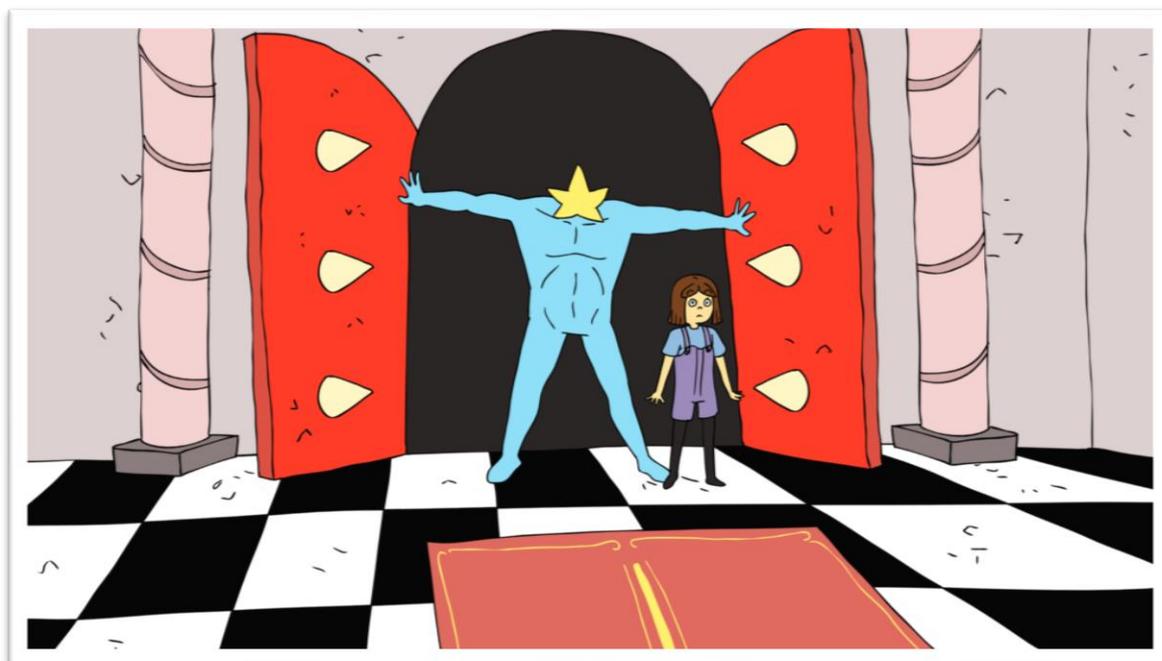


Fonte: Marcio Lucas

Raquel ficou aliviada por não ser obrigada a participar dos jogos daquele monstro, mas ficou curiosa para ouvir quais seriam os enigmas propostos por cada uma das cabeças. Agora que estava com o raciocínio lógico bastante treinado, tinha certeza de que seria capaz de chegar nas respostas corretas. Mas logo se lembrou de que estava numa importante jornada para salvar o universo (pensar nisso fazia com que ela se sentisse realmente importante) e não poderia ficar desperdiçando tempo.

Assim, os dois continuaram o caminho. A porta guardada por Cérbero era grande e vermelha, com enormes espinhos ornamentados em sua superfície. Era uma porta digna da sala de um grande chefe. Cadente a abriu com bastante cautela. O rangido escandaloso que a porta fazia ao se mover alertou a todos da chegada deles.

FIGURA 80 – O salão principal



Fonte: Marcio Lucas

Finalmente eles chegaram ao salão principal, que era bastante grande, por sinal. Diferente das outras salas, esta era bastante iluminada. O chão de mármore tinha um brilho reluzente, e um grande tapete vermelho se estendia pelo chão. Na outra ponta do tapete estava um trono, onde o anfitrião os aguardava sentado, com imensa ansiedade. O trono ficava em frente a uma cortina vermelha, bastante escandalosa, com algumas figuras diabólicas estampadas em seu tecido.

Era a primeira vez que Raquel via o diabo em sua verdadeira forma. Seu estilo era bastante elegante, vestia um terno smoking preto, combinando com a tonalidade escura de sua pele. Sua gravata era vermelha, do mesmo tom de seus olhos vazios. Seu senso de moda só havia falhado nas meias, que eram verdes e destoantes do resto de sua roupa, deixando-o um pouco brega. Seus chifres eram compridos e finos, mas o que mais chamava a atenção eram suas grandes asas. Em sua mão estava um cálice de cristal, contendo um líquido vermelho que Raquel estava torcendo para que fosse Tang de morango (mas ela sabia que dificilmente o diabo tomaria Tang, pois é aguado e provavelmente nem mesmo o diabo gosta do sabor).

Ele ficou muito entusiasmado ao ver a chegada de suas visitas. Havia sonhado diversas vezes com aquele momento. O diabo adorava ocasiões como

aquela, onde ele podia revelar sua verdadeira forma e desafiar criaturas mortais. Ele fez um gesto para que a estrela e a garota se aproximassem.

FIGURA 81 – Encontro com o diabo



Fonte: Marcio Lucas

– Finalmente vocês chegaram, eu esperei muito tempo por este momento – disse ele. – Vamos começar logo a diversão!

Desta vez Cadente não poderia utilizar seus poderes cósmicos para dar uma surra no inimigo. As forças obscuras do diabo eram desconhecidas, mas provavelmente seu poder era muito maior do que o de uma estrela. Entrar em um conflito direto com ele seria arriscado demais. Então agora eles precisariam participar de seus joguinhos e seguir todas as regras que ele determinasse.

– Com licença, senhor... err... como eu posso chamá-lo? – perguntou Raquel.

O diabo não conseguiu conter sua gargalhada. A verdade é que ele estava muito entusiasmado por finalmente aparecer nesta história. Apesar de ser uma entidade maligna, no fundo ele se sente muito solitário, ficando extremamente empolgado quando tem a oportunidade de interagir com seres vivos.

– Eu tenho muitos nomes – disse ele. – Pode me chamar de diabo, demônio, capiroto, tihoso, príncipe das trevas, a forma como você achar melhor.

– Tá bom... – disse Raquel – Então, senhor príncipe... eu gostaria que você devolvesse minha caixinha.

– GAROTINHA – gritou o diabo, de forma escandalosa –, você é muito engraçada! Mas me diga, por que você quer tanto essa caixa? Ah, espere... posso sentir isso dentro de você, seu olhar está gritando a resposta. Você quer salvar o universo, acertei?

– Sim...

– Por quê? – perguntou o diabo, intrigado. – O universo é uma porcaria, por que deseja salvá-lo?

– Porque eu moro nele – respondeu Raquel. – E meus pais também, e meus amigos, e todas as pessoas que eu amo. E eu gosto muito do mundo em que eu vivo.

O diabo ponderou por alguns segundos, balançou o líquido rubro dentro de seu copo umas duas vezes no sentido horário, então olhou para Raquel e disse:

– Você gosta de ir à escola? Acha que seus pais gostam de trabalhar de manhã até a noite só para pagar as contas no final do mês? Passar o ano inteiro torcendo para que o tempo passe logo, para chegar logo as férias, que passam num piscar de olhos, e aí voltar para aquela rotina incessante e novamente querer que o tempo avance o mais rápido possível?

O diabo fez uma pausa para beber um gole do líquido em seu cálice, então continuou:

– Vocês, humanos, estão presos e nem se dão conta disso. Como diria o meu grande amigo Ultron: vocês estão sendo todos controlados por cordinhas invisíveis. Há um monte de gente dizendo o que vocês devem e não devem fazer. Mas olhe para mim... eu não possuo cordões. Eu faço o que eu quero. Eu sou livre!

– Não – disse Raquel. – Você é egoísta e é mau.

– JÁ CHEGA!! – gritou o diabo emanando um fogo violento de seu corpo. Se a madeira de seu trono e o tecido de seu terno não fossem atômicos, aquilo com certeza teria provocado um incêndio.

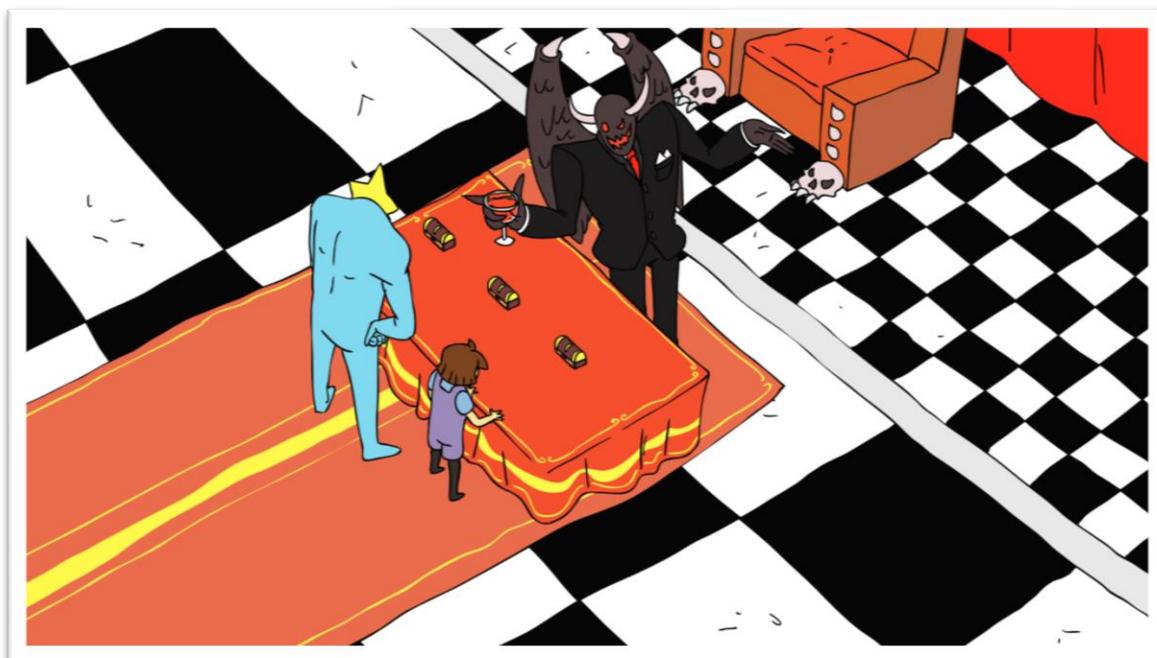
Então o diabo se acalmou, fazendo com que o fogo em seu corpo cessasse. Levantou-se de seu trono e continuou:

– Pode falar o que quiser, mas no fundo você me entende. Você pegou a caixinha da outra dimensão com a intenção de alterar o seu universo. Você queria cortar os cordões que a estão manipulando, assim como eu fiz com os meus, há muito tempo atrás. Mas agora você está com medo de seguir adiante com o plano.

– Você está errado. Devolva a caixinha, agora! – disse Raquel, com a voz firme e determinação em seu olhar. Ela não tinha medo dele, por mais que ele tentasse assustá-la.

O diabo sorriu. Ele levantou uma das mãos sobre a altura da cabeça, com o cotovelo flexionado, e então estalou os dedos. Isso acionou algum tipo de mecanismo incompreensível para Raquel, que fez com que aparecesse uma mesa sobre o tapete vermelho, entre ela e ele. Em cima da mesa havia três caixinhas idênticas. Qualquer uma delas poderia ser a caixa dos infinitos universos.

FIGURA 82 – O jogo diabólico



Fonte: Marcio Lucas

– Você quer a caixa de volta? Muito bem, então vamos jogar um joguinho – propôs o diabo.

Raquel e Cadente se aproximaram da mesa para ouvirem as regras:

– Muito bem, o jogo é bastante simples – explicou o diabo. – Há três pequenas caixas de madeira, idênticas, com mesma aparência, tamanho e peso. Não há como diferenciá-las só de olhar. Entretanto, uma delas é a caixa verdadeira, contendo todos aqueles infinitos universos fractais. As outras duas, são falsas. Nem mesmo eu sei qual é a caixa verdadeira. Este será um jogo sobre sorte e probabilidade.

Raquel ficou contente ao ouvir que se tratava de um jogo de probabilidades. Ela havia treinado justamente isso com Cadente antes de sair de casa. Então o diabo continuou:

– Na primeira rodada, cada um de nós deve escolher uma das três caixas. Vocês podem guardar a caixa de vocês ou fazer o que quiser com ela. Eu, assim que pegar a minha, irei abri-la, havendo uma probabilidade de 50% do mecanismo autodestrutivo dela ser acionado e todo o universo ser destruído, caso ela seja a caixa verdadeira.

Raquel desesperou-se por um momento ao se lembrar do quão séria era a situação. Absolutamente tudo o que ela amava estava em jogo e poderia acabar naquele instante, caso ela cometesse algum equívoco.

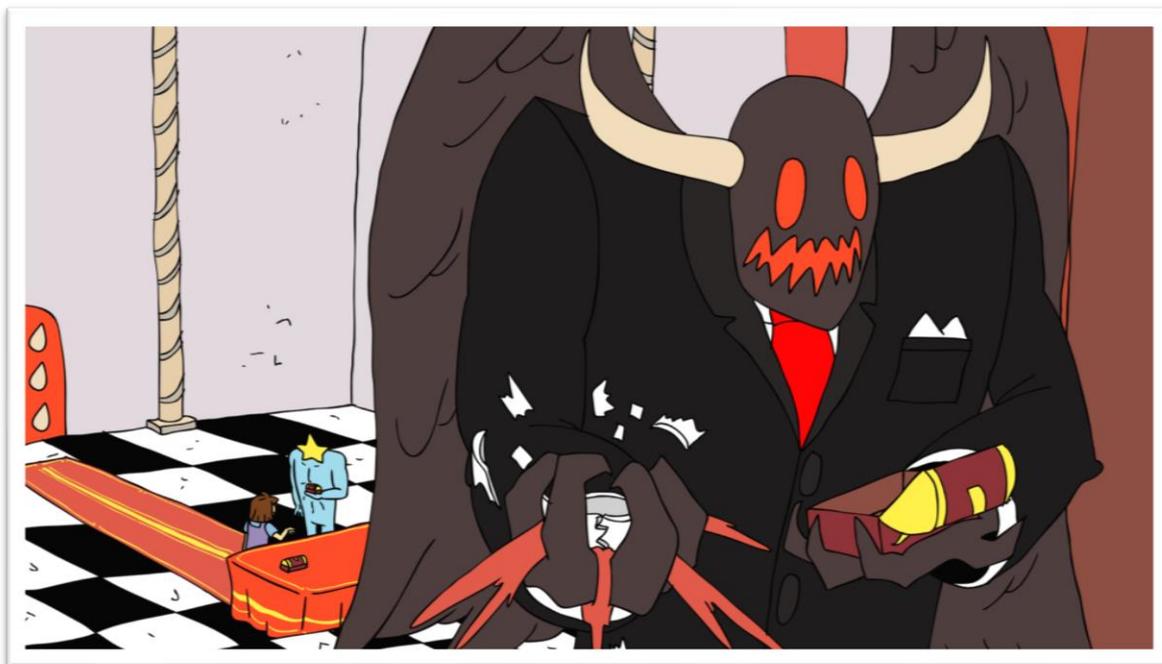
– Como eu sou um ser muito cortês, deixarei que vocês comecem escolhendo – disse o diabo.

Raquel e Cadente fizeram sua escolha com muita cautela. Como as três caixas eram idênticas, não havia muito o que pensar. Pegaram a do meio e ficaram na torcida para que aquela fosse a verdadeira. Não havia como confirmar, pois eles jamais a abririam. Em seguida, o diabo escolheu uma das duas caixas restantes. Ele se afastou da mesa do jogo e foi para um dos cantos do salão. Ficou encarando a caixa durante alguns segundos, com um sorriso diabólico. Então ele a abriu.

Neste momento da história, será perguntado para a turma o seguinte: qual a probabilidade do universo acabar naquele exato momento? O aluno terá que perceber que, para o universo acabar, o diabo deve escolher a caixa correta (1/3 de chance) e também deve dar a sorte (ou azar) de acionar o mecanismo da caixa ao abri-la (1/2 de chance). Juntando as duas probabilidades, teremos: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$. Logo, a probabilidade do universo acabar aqui e agora é de uma em seis.

A cada seis vezes que essa história é contada, em cinco delas há uma continuidade, e em uma das vezes o universo é destruído e todos morrem. Para a nossa sorte, desta vez o diabo deu azar. Sua caixa era falsa e nada aconteceu ao abri-la. Ele ficou extremamente irado ao descobrir. Ficou tão furioso que quebrou o copo que estava segurando em sua mão, ao apertá-lo com muita força.

FIGURA 83 – Frustração do diabo



Fonte: Marcio Lucas

Raquel e Cadente comemoraram, mas o jogo ainda não havia terminado. Haveria uma segunda rodada. O diabo descartou e removeu sua caixa falsa do jogo. Agora sobraram somente duas, uma que estava em cima da mesa e outra que estava nas mãos de Cadente.

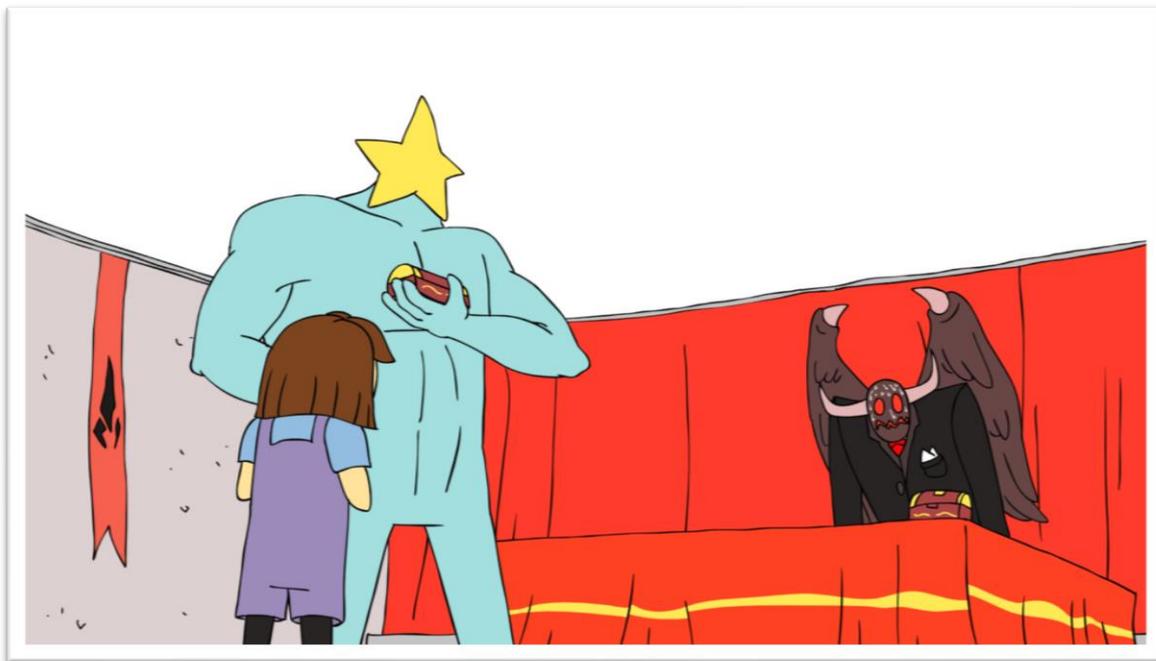
– Muito bem, parece que vocês deram sorte – disse o diabo, após passar sua frustração. – Mas agora vamos para o Round 2.

O diabo respirou fundo e logo começou a explicação:

– Agora, novamente, é a vez de vocês de escolher uma caixa. Como só há duas caixas em jogo, vocês devem escolher se desejam manter essa caixa em suas mãos, ou se desejam trocá-la por aquela que está na mesa. Após a escolha de vocês, eu pegarei a caixa que sobrar. Mais uma vez, vocês guardarão a caixa de vocês e eu abrirei a minha, havendo, nesse ato, 50% de chance do mecanismo dela

ativar e o universo ir pro bebeléu. Vão em frente, façam a sua escolha. Vocês desejam manter a caixa de vocês ou trocá-la?

FIGURA 84 – Escolha decisiva



Fonte: Marcio Lucas

Agora os alunos serão questionados com a seguinte pergunta: qual seria mais vantajoso: manter a caixa ou trocá-la? Qual seria a probabilidade de Raquel e Cadente escolherem a caixa correta em cada uma dessas escolhas? A resposta correta seria: trocar de caixa, pois aí a probabilidade de eles acabarem com a caixa correta em mãos seria de $2/3$

Raquel e Cadente então fizeram sua escolha e o diabo ficou com a caixa que restou. Ao pegá-la, ele não perdeu tempo e logo a abriu. Estava muito ansioso.

O diabo perdeu. Dentro de sua caixa não havia universo algum, a não ser um monte de vazio. Por eliminação, a caixa que estava nas mãos de Cadente era a caixa verdadeira. O jogo havia terminado.

Raquel comemorou sua vitória. Ela havia conseguido, salvou o universo! Porém, o diabo não aceitou sua derrota assim tão facilmente. Assim que ele compreendeu que havia sido derrotado em seu próprio jogo, seu corpo inteiro ardeu em chamas. As labaredas geradas pela combustão espontânea de seu corpo eram tão fortes que iam até o teto, aumentando a temperatura de toda a sala.

FIGURA 85 – O mau perdedor



Fonte: Marcio Lucas

– VOCÊS IRÃO PAGAR!! – disse ele, explodindo de raiva, literalmente.

O diabo sabotou o seu terno e o abriu. Dentro do terno não havia um corpo de carne e osso. Havia somente uma maldade muito densa e acumulada, um rancor guardado durante muitos e muitos anos, misturando com ódio e tristeza. Esses sentimentos malignos se juntaram com os órgãos de seu corpo, gerando um monstro horrível, que parecia ter saído de um filme de terror. Era uma espécie de minhoca gigante formada por tripas e maldade, com dentes afiadíssimos e aspecto nojento. Aquela fera estava faminta, não comia fazia anos.

Em seguida, tudo ocorreu de forma muito rápida e Cadente não teve tempo de reagir. O monstro avançou de forma violenta contra Raquel, que estava paralisada de medo, e a devorou num único bocado, engolindo-a sem nem mesmo mastigar. Soltou um leve arrotos como quem está com o estômago cheio. A alma inocente daquela criança havia sido suficiente para saciar sua fome. Há tempos o monstro não tinha uma refeição tão saborosa.

FIGURA 86 – Raquel devorada



Fonte: Marcio Lucas

Cadente não sabia no que pensar. Aquela era o fim. Sua única e melhor amiga havia sido devorada por uma criatura do inferno e ele era o culpado por tudo isso. Se houvesse seguido os conselhos da Lua, nada daquilo jamais teria acontecido. Agora ele compreendia a gravidade de tudo aquilo que a Lua dissera. Seres cósmicos realmente não podem interferir diretamente no mundo dos humanos, ou as consequências seriam imprevisíveis.

Mas agora era tarde demais.

Enquanto a gargalhada do diabo ecoava por toda a sala, Cadente mergulhava dentro de si mesmo. Estava tudo muito silencioso em seu interior, como se ele estivesse no meio do espaço, no vácuo. A sensação era parecida com a de estar boiando sobre as águas calmas de um lago, sozinho, distante do mundo exterior. Ele havia passado muito tempo com Raquel, era como se ela fizesse parte dele. E agora ela se foi. Um pedaço dele, um pedaço realmente importante, havia sido arrancado de seu coração.

Cadente lembrou-se dos momentos que passaram juntos. A noite em que se conheceram, no quarto de Raquel, quando ela fez o desejo que os uniria e os levaria a tudo aquilo. Todas as conversas e brincadeiras que tiveram juntos, como tomar chá com a senhora Marocas. O momento em que eles perceberam que o vínculo

entre os dois era tão forte que ia além daquele universo, havendo diversos universos paralelos onde aquela amizade se estendia, com diversas versões de Raqueis e Cadentes. O dia em que eles tiveram que limpar a casa de forma muito empolgante, fazendo de conta que eram grandes patinadores no gelo. O momento em que descobriram sobre a caixa dos infinitos universos e o grande perigo em que se meteram. E agora a jornada havia chegado ao fim, com uma amarga derrota e com Raquel sendo devorada pelo próprio diabo.

FIGURA 87 – Lembranças dolorosas



Fonte: Marcio Lucas

Cadente sentia-se culpado. Sentir. Isso era novo para ele. Mas agora estava tudo muito claro. Ele estava sentindo algo muito forte. Além do sentimento de culpa, estava sentindo claramente algo que o incomodava, algo que o deixava impotente e sem energias, algo que parecia um buraco negro dentro de seu coração. Talvez essa fosse a tristeza. Mas sentia também outra coisa bastante curiosa. Era uma espécie de desejo, uma vontade de fazer algo a respeito, algo que o deixava ansioso e fora de controle, querendo que o responsável pagasse por aquilo. Talvez essa fosse a raiva. Mas o que ele mais apreciava era um sentimento que estava um pouco menos intenso que os outros, um alívio que surgia quando ele olhava para aquelas lembranças em sua memória, uma sensação de que ele estava completo, não estava faltando nada em sua vida. Talvez essa fosse a felicidade, mas ela

estava desaparecendo de seu coração. A tristeza e a raiva estavam dominando seu interior.

A tristeza foi tão profunda, que algo aconteceu em seu coração. Seu núcleo acabou caindo dentro de si mesmo em seu interior, sendo sugado pela imensa gravidade daquela situação. Por incrível que pareça, isso é algo comum de se acontecer nas estrelas de todo o universo. Mas apenas com aquelas que possuem grande massa. Quando o núcleo da estrela cai dentro de si mesmo, acontece uma grande transformação. E foi isso o que aconteceu com Cadente naquele momento. Com toda a fúria acumulada dentro de si, ele se transformou numa supernova.

FIGURA 88 – Transformação em supernova



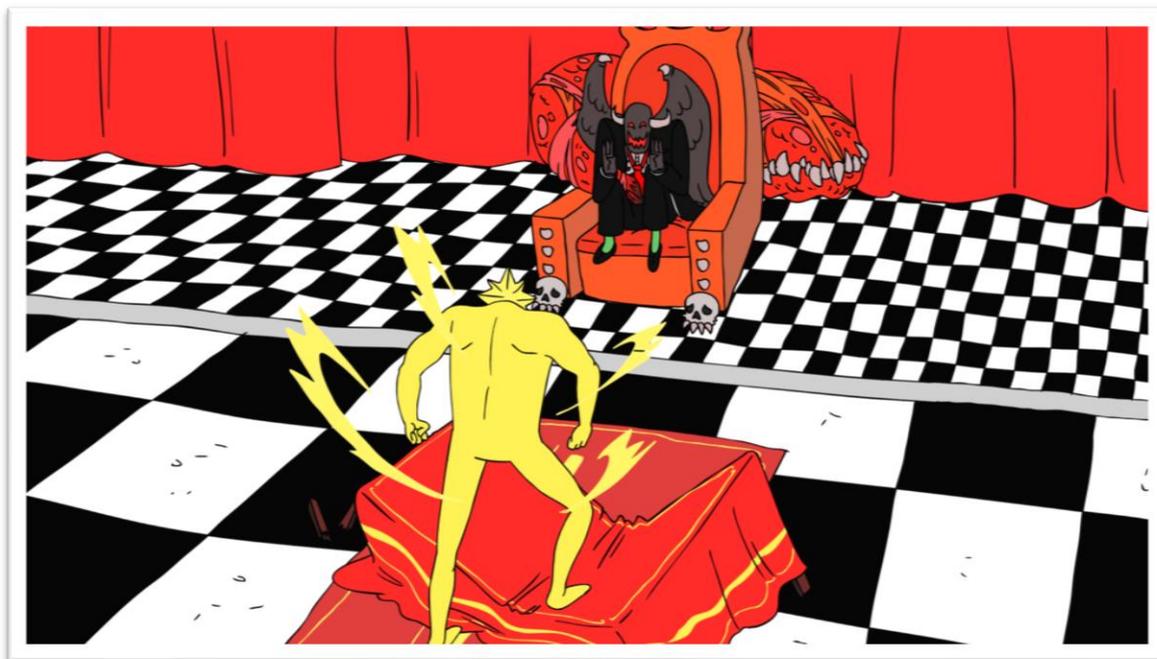
Fonte: Marcio Lucas

O brilho de uma supernova é mais intenso do que o brilho de todas as estrelas da galáxia juntas. Dessa forma, a luz produzida pelo seu corpo foi o suficiente para iluminar cada canto do inferno, expurgando todas as trevas ali existentes. Muitas das criaturas residentes naquele lugar não viam a luz há milhares de anos, ficando espantadas com aquela sensação estranha. Mas ninguém ficou mais assustado do que o próprio diabo. Jamais, em sua vida imortal, ele havia presenciado tanto poder acumulado. Aquela não podia ser a mesma estrela de

antes. Não... a estrela de antes era calma, fraca, inocente. Essa estrela de agora era algo mais imponente, assustador, de poder inigualável.

O diabo se contraiu em seu assento e tentou se desculpar. Enquanto o monstro em seu interior se escondia atrás de seu trono, ele tentava fazer uma oferta de paz.

FIGURA 89 – Hora da revanche



Fonte: Marcio Lucas

– Calma estrelinha... não vamos nos precipitar, não é mesmo? Você venceu, eu admito minha derrota. Pode ficar com a caixa. Pronto... você salvou o universo, parabéns! Agora pode ir embora. Não vamos esquentar a cabeça com esse mau entendido, não é mesmo?

Cadente simplesmente o ignorou. Pisou na mesa partindo-a em dois. Aproximou-se do diabo num piscar de olhos. O príncipe das trevas não conseguia nem sequer encará-lo. Começou então a chorar e implorar por perdão. Ele havia se rendido, não queria mais lutar. Mas isso não impediu Cadente de espancá-lo sem a menor piedade.

Após encher o pobre diabo de porrada, o monstro formado por seus órgãos e sentimentos malignos acabou regurgitando Raquel para fora de sua barriga. A garota ainda não havia sido digerida, estando viva e com plena saúde. Estava

somente um pouco atordoada, sem compreender direito o que estava ocorrendo. O diabo agora estava em um estado deprimente, com o corpo destruído, sem conseguir mover um único músculo. Ele havia sido derrotado.

FIGURA 90 – A volta de Raquel



Fonte: Marcio Lucas

– Quem quiser... me examinar... não há cordões em mim... – cantarolava o diabo, em seu estado catatônico.

Raquel abriu os olhos e viu Cadente em sua nova forma. Ela ficou impressionada, queria abraçá-lo, mas não tinha forças para se levantar. Cadente agora percebia o quanto ela significava para ele. Ele finalmente compreendeu o amor infinito que uma mãe ou pai sente por seus filhos, e o esforço inimaginável que pode ser feito para salvar sua prole de qualquer ameaça ou perigo.

Se alguém perguntasse, ele certamente negaria, mas toda aquela comovente cena parecia ter feito com que até mesmo o diabo compreendesse o verdadeiro significado do amor. Ele assistia de camarote aquela afetividade entre Cadente e Raquel, com uma expressão parecida com a do Grinch (personagem de Dr. Seuss) após enxergar o verdadeiro significado do natal.

– Eu vim aqui... fazer um show... o diabo eu sou... mas sou assim... – continuou cantando o diabo. Essa era uma modificação da música do Pinóquio,

cantada na animação produzida pela Disney em 1940. Na realidade, ele estava fazendo uma referência a um personagem da Marvel chamado Ultron, que é um robô maligno que se identifica muito com a história do boneco de madeira, pois seu sonho também sempre foi se tornar um homem de verdade. O diabo nunca quis ser um homem (possuía nojo da humanidade), mas concordava plenamente com Ultron sobre o fato de as pessoas serem controladas por cordões invisíveis regidos pela sociedade.

– O que você quer dizer com isso? – disse Cadente, agarrando o diabo pelo colarinho do terno. – Esses cordões que você tanto diz... são por acaso as regras e normas da sociedade? Eu também era assim, achava que podia fazer o que eu queria. Ignorei uma importante regra dos seres cósmicos e acabei sofrendo terríveis consequências. Talvez você seja tão infeliz assim porque não segue nenhum tipo de regra.

– NÃO!! ME DEIXE EM PAZ!! – gritava o diabo, tentando se afastar daquela estrela superpoderosa. – NÃO ME BATA, VOCÊ VENCEU!!

Cadente o soltou, sentindo pena daquela pobre criatura. O diabo se recompôs, abraçou os próprios joelhos, deitado no chão, e disse para si mesmo:

– Tudo o que eu queria era ser gordo e roxo, e cometer um genocídio em 50% do universo...

Cadente o ignorou. Seguiu em frente e pegou Raquel em seu colo, dizendo:

– Vamos embora.

Desta vez ele nem utilizou o teletransporte. Seu novo corpo transbordava tanto poder que resolveu ir embora voando. Saiu voando em meio às trevas, iluminando todas as criaturas malignas que ali existiam. O seu brilho intenso iluminou e fez com que cada uma daquelas criaturas enxergasse e compreendesse o mal que haviam causado em sua existência, implorando por redenção.

FIGURA 91 – Fugindo do inferno



Fonte: Marcio Lucas

Finalmente Raquel abriu os olhos. Não sabia exatamente quanto tempo havia se passado desde que perdera a consciência. Também não se lembrava direito do que havia ocorrido. Sua última lembrança era de estar participando de um jogo estranho com o diabo. *Espere um pouco!*, pensou ela, *por que razão o Cadente ficou loiro?!* Ela estava se referindo à transformação de Cadente em supernova. Não havia se habituado ainda com o novo visual. Mas certamente era mais elegante. Ela ainda estava entre os seus braços. Cadente havia acabado de aterrissar.

O lugar onde eles estavam era sereno e bonito. O chão era uma espécie nuvem cor de rosa, que se parecia com um grande algodão doce. Era macio e esquisito de se pisar. Estava de noite, o céu noturno estava utilizando um cobertor de estrelas muito bonito. Raquel não conseguia reconhecer nenhuma constelação entre aquelas que havia aprendido com seu pai. Isso a fazia questionar se aquele lugar realmente ficava no planeta Terra. Além disso, havia por todo lado algo que se assemelhava a grandes bolhas de sabão, também cor de rosa, dando um aspecto ainda mais engraçado para aquele ambiente. Mas por que Cadente a havia levado para aquele lugar?

– Raquel, precisamos conversar – disse ele.

– Tá – respondeu a garota. – Sobre o quê?

Cadente observava a vasta coleção de estrelas no céu. Todas elas, de certa forma, eram suas companheiras. Nunca havia conversado com nenhuma delas, mas isso não mudava o fato de que eles eram uma grande família. Em nenhum momento de sua vida ele havia dado valor para isso, mas agora, depois de descobrir os sentimentos que sempre existiram dentro de si, aquilo parecia importante. Então ele voltou a olhar para Raquel e continuou:

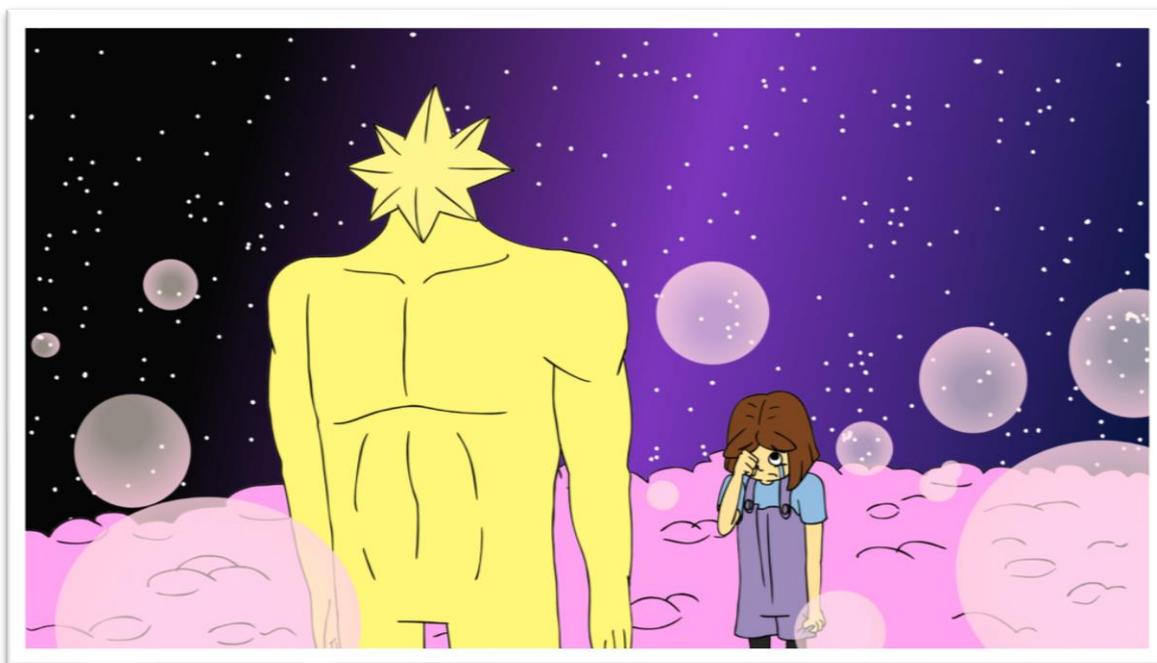
– Não poderemos mais nos ver daqui em diante.

Raquel demorou alguns segundos para processar aquela ideia. De início, apenas escutou aquelas palavras, mas não as conectou. Quando compreendeu a mensagem, ficou totalmente desolada:

– O quê?! Isso é sério?

– Infelizmente sim.

FIGURA 92 – A despedida



Fonte: Marcio Lucas

– Você... você não pode fazer isso! Seu traidor! Só porque agora você ficou mais brilhante e legal, não pode me abandonar! – dizia Raquel desesperadamente, segurando as lágrimas em seus olhos.

– Eu não vou te abandonar – disse Cadente, tentando acalmá-la. – Estarei o tempo inteiro lá no céu, guiando o seu caminho. Quando sentir falta de mim, basta olhar para cima e eu estarei lá.

– Eu não quero você no céu, quero você aqui do meu lado! – disse Raquel agora chorando, não havia conseguido conter suas lágrimas.

– Eu também queria estar o tempo inteiro ao seu lado... mas eu não posso. Existem certas regras que antes eu ignorava, mas agora percebo que preciso seguir.

Raquel enxugou as lágrimas, tentou se recompor, e então propôs:

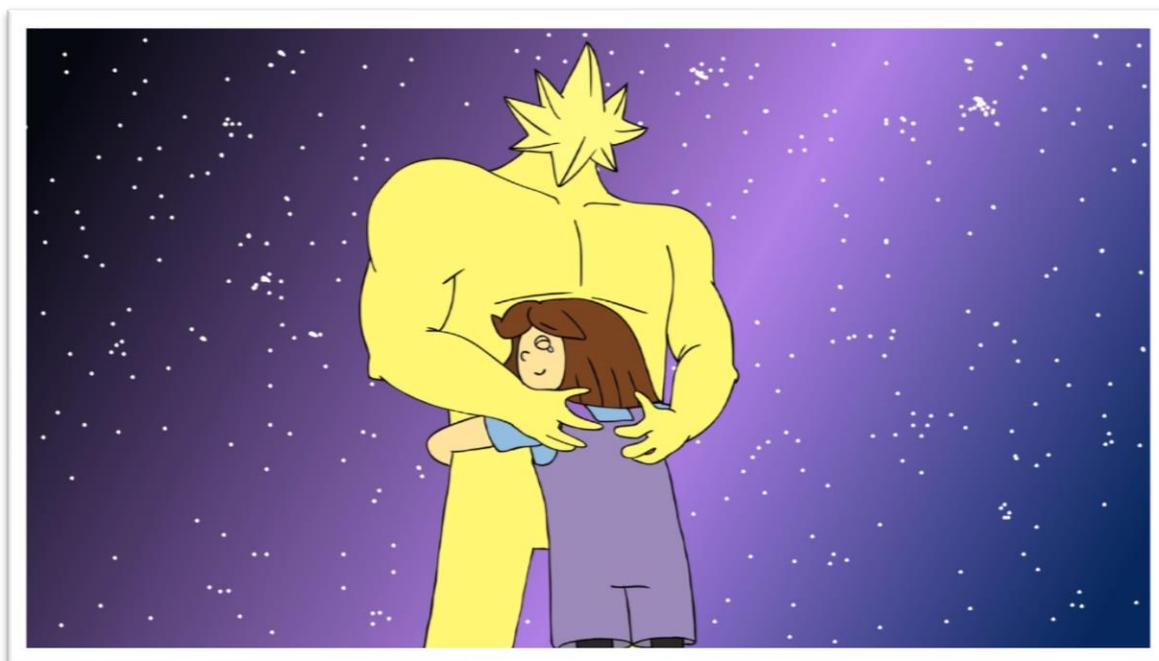
– Você não pode me visitar pelo menos uma vez por mês? Ou poderia ser uma vez por ano... tipo, em todo natal! O que acha?

Cadente se ajoelhou diante de sua amiga, colocou a mão sobre sua cabeça, olhou em seus olhos e disse:

– Eu espero que demore, mas quando sua vida humana se encerrar, daqui a algumas dezenas de anos, você se tornará uma estrela. Quando isso ocorrer, poderemos ser verdadeiros amigos. Vamos conversar e brincar muito, todos os dias, durante bilhões de anos.

Raquel abraçou com força seu amigo. Cadente sentiu as emoções que transbordavam da garota com bastante intensidade. Ela quem o ensinou a identificar os sentimentos dentro de seu coração. Cadente finalmente havia adquirido o conhecimento que mais desejava. Agora compreendia o que é ser um humano.

FIGURA 93 – Adeus, Cadente



Fonte: Marcio Lucas

Cadente levou Raquel para a porta de casa e então partiu.

Raquel conseguiu, novamente, chegar antes que seus pais voltassem do trabalho. Arrumou seu material escolar, deitou em sua cama e dormiu. Sonhou com todas as aventuras que teve ao lado de seu grande amigo estelar. Ela muito aprendeu com aquele astro, não só em questões matemáticas. Sabia que ele nunca a esqueceria. Ela também, jamais o esqueceria.



6 DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

A criação de todo esse projeto foi muito trabalhosa e cheia de imprevistos. O projeto era ambicioso desde a sua primeira concepção. Um produto como esse teria que ser desenvolvido por um escritor, desenhista, animador digital, editor de vídeo, músico, ator e contador de histórias. Porém, o autor deste projeto não possui o menor conhecimento em arte digital, e é extremamente amador no ramo da música.

Para contornar tal adversidade, as músicas foram todas pegadas de terceiros. As músicas utilizadas durante a aplicação deste TCC possuem as seguintes fontes:

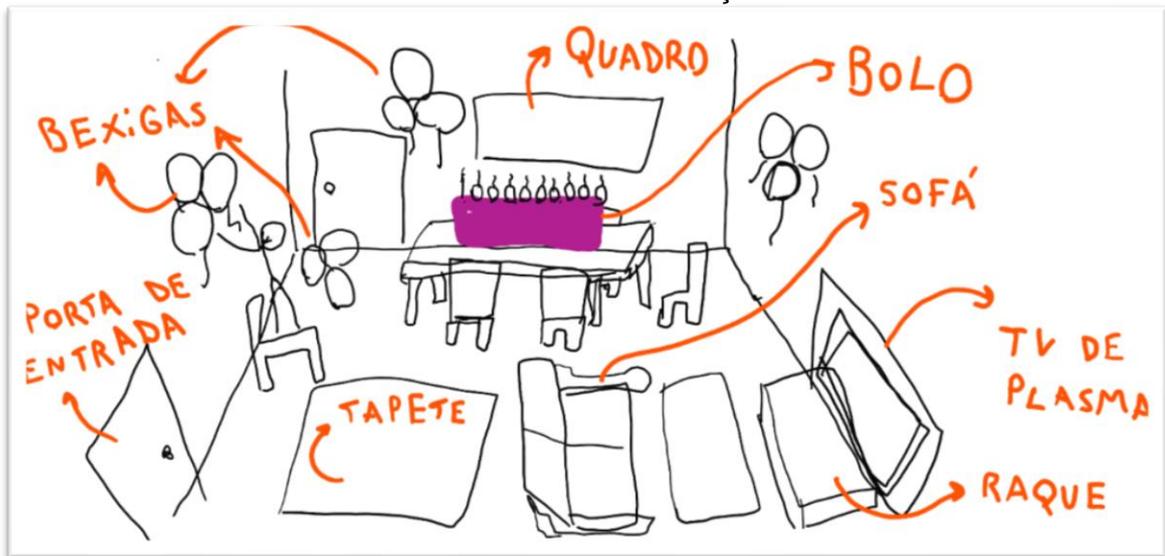
- String Player Gamer, youtuber que faz cover de músicas de games.
- Toby Fox, compositor e designer de games, criador de Undertale.
- Shiro Sagisu, compositor das músicas do anime Bleach.
- Nintendo Entertainment System, detentora dos direitos das músicas do game Earthbound, Super Mario Galaxy e Punch Out.
- Joakim Karud, youtuber e compositor.
- Microsoft, detentora dos direitos das músicas do game Cuphead.

Em relação às edições de imagem, animação e slides de PowerPoint, toda a produção foi feita pelo próprio autor. Toda a história, do início ao fim, também foi criada e escrita pelo autor. Obviamente houve algumas inspirações e homenagens a obras como Alice no País das Maravilhas (Lewis Carrol), O Mágico de Oz (L. Frank Baum), O Sítio do Pica Pau Amarelo (Monteiro Lobato), Undertale (Toby Fox), Earthbound (Shigesato Itoi), etc.

Outra parte que precisou da ajuda de terceiros foi a produção dos desenhos. Para tal tarefa, foi contratado os serviços do artista Marcio Lucas, que criou e vendeu os direitos de todos desenhos aqui encontrados para o autor deste projeto. Esse desenhista já havia trabalhado com o autor deste projeto em ocasiões anteriores, e os dois possuem outros projetos que estão trabalhando juntos até os dias de hoje, e que serão lançados futuramente.

Para orientar o trabalho do desenhista, o autor deste projeto fazia roteiros das cenas, acompanhadas de alguns esboços. Marcio Lucas então pegava esses esboços e, através de sua criatividade e habilidades artísticas, criava a obra final aqui apresentada, como vemos nos exemplos a seguir:

FIGURA 94 – Meu esboço 1



Fonte: o próprio autor

FIGURA 95 – Desenho final 1



Fonte: Marcio Lucas

FIGURA 96 – Meu esboço 2



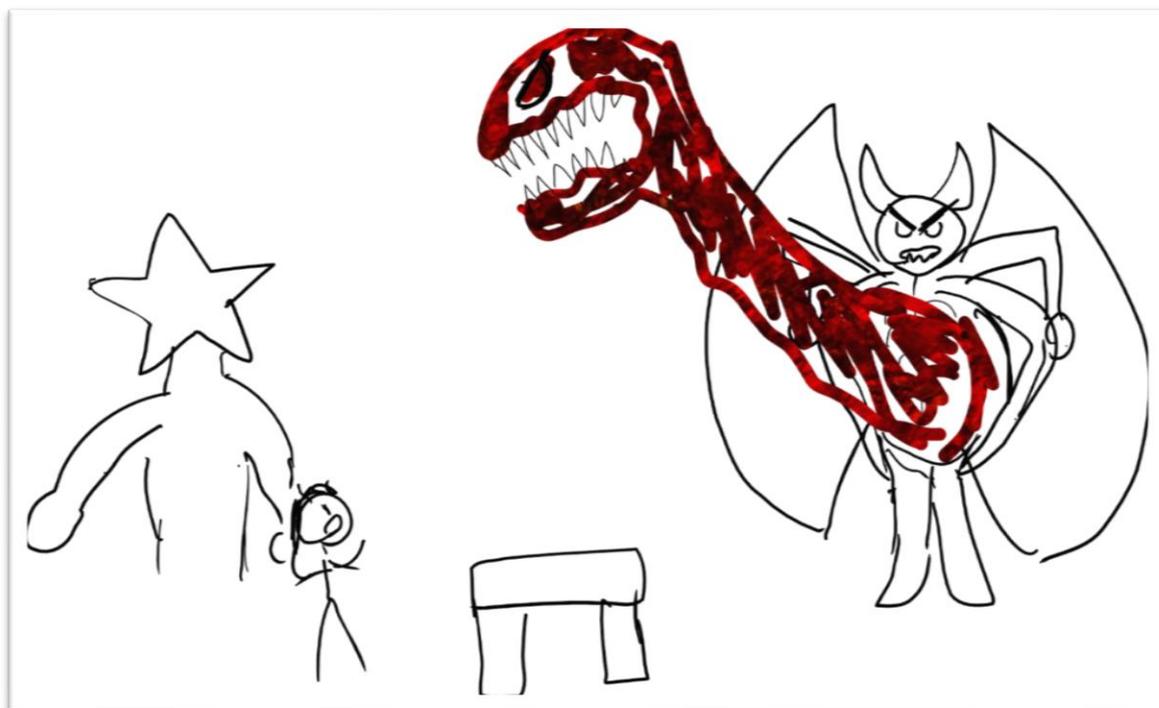
Fonte: o próprio autor

FIGURA 97 – Desenho final 2



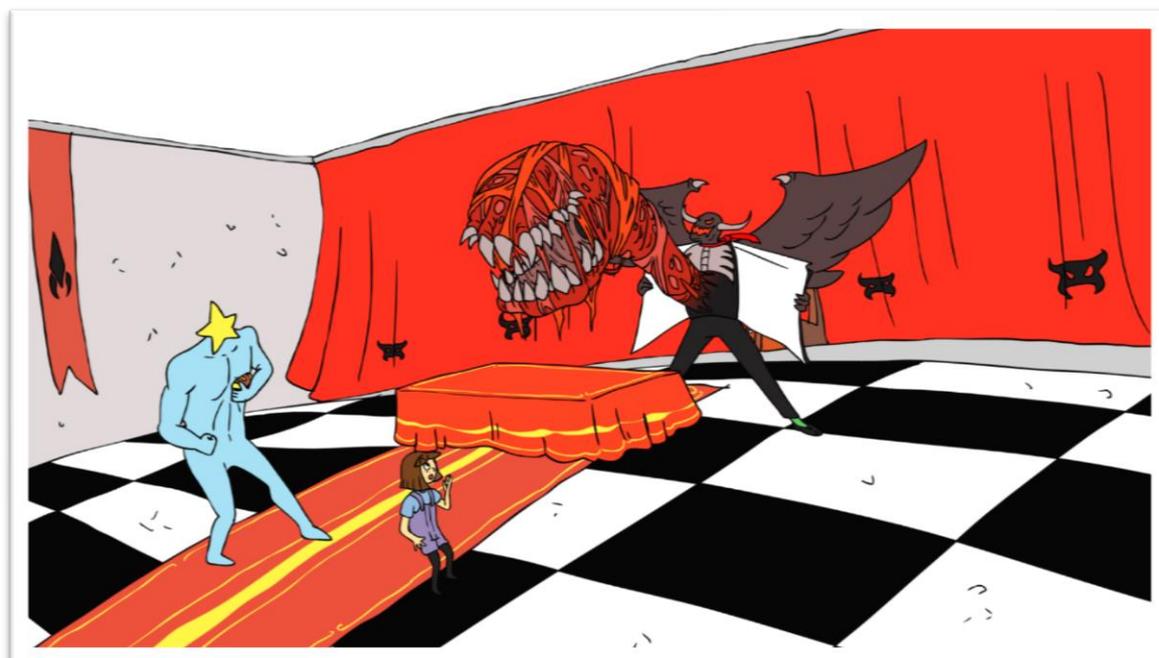
Fonte: Marcio Lucas

FIGURA 100 – Meu esboço 4



Fonte: o próprio autor

FIGURA 101 – Desenho final 4



Fonte: Marcio Lucas

O processo de criação de personagens também foi interessante. O diabo, por exemplo, sofreu diversas alterações até chegar à sua versão final. Seu primeiro modelo estava bastante distante daquele apresentado na história:

FIGURA 102 – Diabo 1



Fonte: Marcio Lucas

Sua inspiração foi nas figuras diabólicas das animações dos anos 60. Mas essa versão logo foi descartada, pois parecia genérico demais e sem muita personalidade. Então seu estilo gráfico foi recriado a partir do zero, chegando ao seguinte resultado:

FIGURA 103 – Diabo 2



Fonte: Marcio Lucas

Apesar de ser mais original e com mais vida, essa versão também foi descartada. O problema agora era que ele estava com um ar de “bom moço”, parecendo mais um jovem rebelde do que o príncipe das trevas. Ele não possuía a imponência necessária para ser um grande vilão. Então uma terceira tentativa foi feita:

FIGURA 104 – Diabo 3

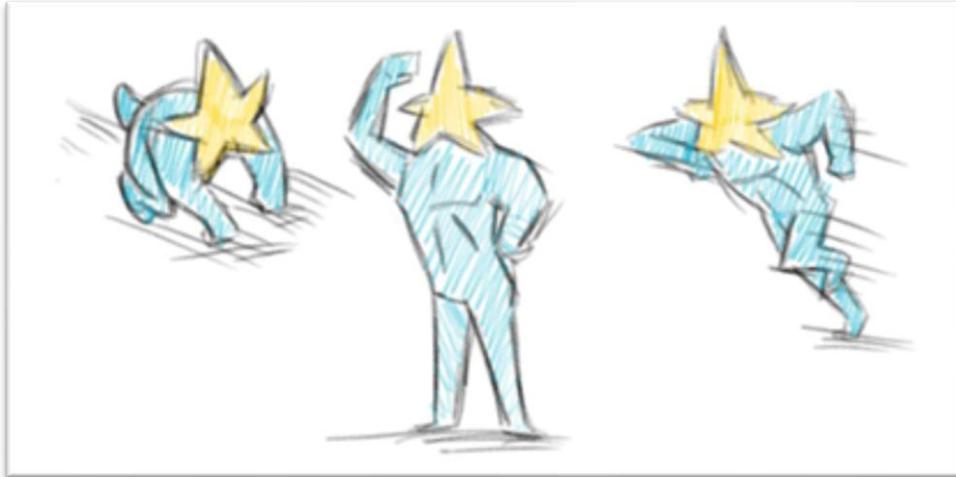


Fonte: Marcio Lucas

Esse novo modelo foi uma mistura de Vingador (da animação Caverna do Dragão, de 1983) com Devilmon (do anime japonês Digimon, de 1999). Essa versão era ideal e atendia a todos os propósitos da história. Apenas um pequeno ajuste foi feito nas cores, pintando as asas de preto e alterando a cor dos chifres, chegando na versão final desse carismático personagem.

Cadente e Raquel também demoraram para encontrar suas versões finais. Inicialmente Cadente seria um pouco mais baixo e teria olhos, nariz e boca. Mas pelo fato do personagem não demonstrar muitas emoções, foi tomada a decisão de remover o seu rosto, deixando-o mais misterioso, chegando na versão que vimos durante a história:

FIGURA 105 – Cadente



Fonte: Marcio Lucas

A personagem de Raquel foi um pouco mais simples, pois ela já existia de uma outra história criada pelo autor deste TCC. Sua melhor amiga era uma girafa que morava dentro de uma caixa de presente.

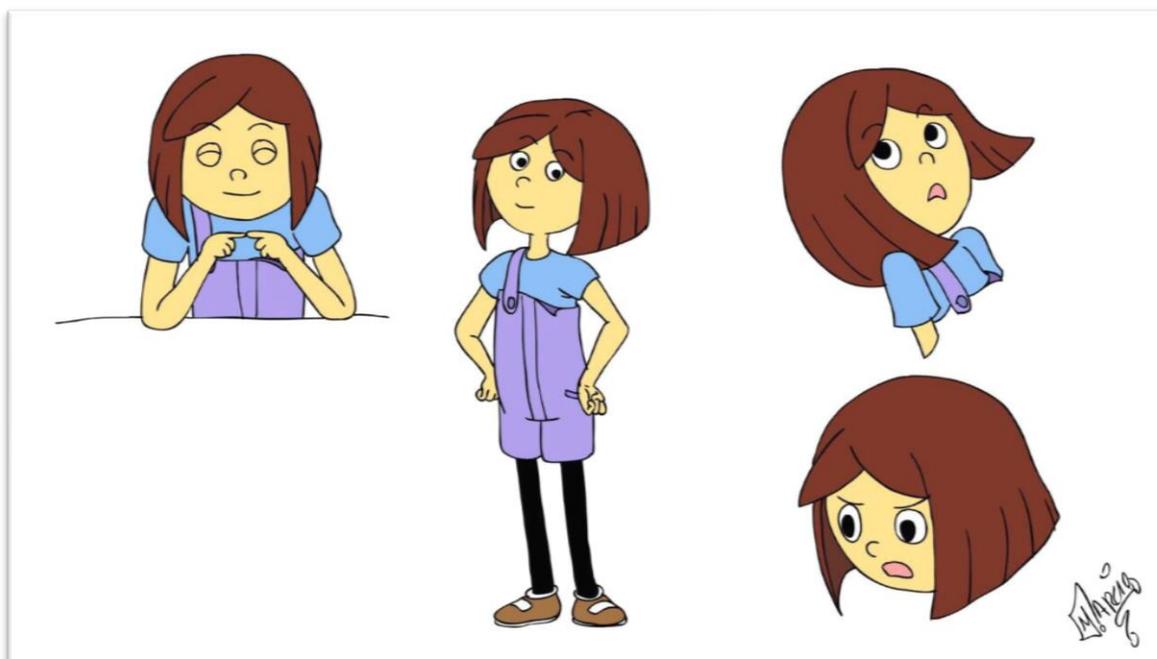
FIGURA 106 – Raquel criança



Fonte: Marcio Lucas

Para se adequar a essa história, Raquel teve que ser um pouco envelhecida. Então chegamos na versão que vimos nas ilustrações do capítulo anterior:

FIGURA 107 – Raquel adolescente



Fonte: Marcio Lucas

Criar todos os personagens, inventar toda essa história exótica, escrever o roteiro de cada um dos capítulos para o desenhista, esperar que ele entregasse as ilustrações, selecionar as músicas de cada cena e ainda por cima editar tudo para criar as animações foi, sem nenhuma dúvida, bastante trabalhoso. Mas talvez a parte mais desagradável deste projeto tenha sido achar um lugar para aplicá-lo. Encontrar uma escola que aceitasse conceder 10 aulas de matemática e um professor que colaborasse com essa causa não foi fácil. Inicialmente o projeto seria aplicado no colégio Ser Sorocaba, pois esse era o local de trabalho do autor. Após algumas conversas com a coordenação, aparentemente tudo estava acertado e pronto para se dar início. Os alunos ficaram muito empolgados quando viram a divulgação. Porém, devido a alguns desentendimentos pessoais, a diretora cancelou todo o projeto. O cancelamento ocorreu no início de junho, o que impossibilitou o autor de procurar outra escola para o primeiro semestre.

Houve um momento em que o autor entrou em desespero e pensou em desistir. Todavia, a parte mais difícil já estava feita. Todo o projeto já estava desenvolvido: imagens, edição, atividades, tudo estava preparado para ser aplicado. Faltava apenas arrumar uma escola que aceitasse a aplicação de um projeto tão excêntrico quanto este. Então, no final de julho, houve uma reunião com a

coordenação da escola E. E. Dr. Júlio Prestes de Albuquerque. A escola aceitou que o pesquisador aplicasse este projeto lá desde que ele aceitasse ajudar o 3º ano do Ensino Médio com algumas aulas de reforço para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e para o exame da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SARESP). O autor aceitou a condição. Assim, este projeto finalmente foi aplicado, como descrito no próximo capítulo.

7. RESULTADOS E DISCUSSÃO

7.1 APLICANDO O PROJETO

Este projeto de pesquisa foi aplicado no colégio E. E. Dr. Júlio Prestes de Albuquerque, mais conhecido como “Estadão”. Antes de aplicá-lo, houve uma reunião entre o autor e a equipe da coordenação da escola, composta pela coordenadora do Ensino Fundamental 2, a coordenadora do Ensino Médio e a vice-diretora do Ensino Médio. A diretora estava de férias, e teve contato com esse projeto de pesquisa somente em sua terceira semana de aplicação. Na reunião, foi falado sobre os objetivos do projeto, sobre a metodologia que seria utilizada e foi apresentado o primeiro capítulo da história para a equipe da coordenação. A reação das participantes foi bastante positiva. Impressionaram-se bastante com todos os conceitos apresentados e deram permissão para que o projeto fosse aplicado na escola naquela mesma semana. Foi estabelecido que o projeto seria aplicado em aulas duplas no 6º ano, toda quinta-feira, das 13:00 às 14:40, ao longo de cinco semanas. Como o projeto é dividido em cinco capítulos, o intuito era aplicar um capítulo por semana.

Todas as atividades e a história deste projeto foram pensadas para serem aplicadas com turmas de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental 2, graças ao apelo cartunesco dos desenhos e animações. Mas seria perfeitamente possível de se aplicar com turmas de 8º e 9º ano. Apesar dos assuntos se enquadrarem melhor com o 7º ano, a turma escolhida foi uma de 6º ano pois os horários das aulas melhor se encaixavam com a disponibilidade do autor. A classe era lotada e tinha 40 alunos, mas eles eram bem calmos e não houve nenhum problema de disciplina ao longo das semanas nas quais esse projeto foi aplicado.

Para a divulgação do projeto dentro da escola, o artista Marcio Lucas criou a seguinte imagem para ser colada nos murais da escola:

FIGURA 108 – Pôster de divulgação



Fonte: Marcio Lucas

Essa imagem define bem o que se esperar deste projeto, mostrando situações e personagens presentes ao longo dos cinco capítulos. Para o projeto ser aplicado foi necessário um projetor, devido às ilustrações digitais e animações, e uma caixa de som para as músicas de fundo das cenas e efeitos sonoros. Portanto, a escola disponibilizou a sala de vídeo para que tudo fosse trabalhado de forma adequada.

Na sala de vídeo havia um projetor que funcionava muito bem, o qual foi utilizado para passar os slides e animações deste projeto, que auxiliaram bastante na hora da narração da história. Também havia uma caixa de som em excelentes condições, que serviu para tocar as músicas de fundo e efeitos sonoros ao longo dos capítulos. As músicas desempenharam um papel tão importante quanto os desenhos e animações, pois serviam para imergir o aluno no universo da história, além de acalmar o ambiente na hora das atividades. A escola também dispunha de um notebook para ser utilizado, porém, o notebook utilizado foi o do próprio autor. As cadeiras dessa sala ficavam dispostas lado a lado, assim como uma sala de cinema, deixando os alunos mais à vontade.

A professora de matemática do 6º ano, Vanessa, auxiliou na aplicação do projeto. Ela explicou aos alunos que toda quinta-feira esta pesquisa seria aplicada com eles, e também fornecia ao pesquisador qualquer material adicional necessário, tal como uma pequena lousa e canetões.

Este projeto foi aplicado nos dias: 23/08, 30/08, 06/09, 13/09, 20/09 e 27/09. Foram cinco semanas no total, pois no dia 20/09 houve um problema com a reserva da sala de vídeo e a professora Vanessa faltou, não sendo possível dar continuidade na história nesse dia.

A seguir será feita a descrição do trabalho aplicado ao longo de cada um dos cinco capítulos.

7.2 CAPÍTULO 1: CÁLCULO MENTAL E FRAÇÕES

No dia 23 de agosto de 2018 ocorreu o primeiro contato com a turma de 6º ano que esse projeto foi aplicado. A turma era bem grande, com 40 alunos. Após uma breve apresentação, sobre este projeto e sobre o autor, a professora Vanessa ajudou a levá-los até a sala de vídeo.

Os alunos foram instruídos a levar estojo e caderno para a sala de vídeo. O caderno, na verdade, não foi tão útil, sendo utilizado apenas como apoio para escrever, pois toda semana eles recebiam as atividades já impressas em folhas sulfite que lhes eram entregues em momentos chave da história.

Assim que a projeção foi ligada e a história se deu início, os alunos já ficaram impressionados com a qualidade gráfica das ilustrações do artista Marcio Lucas. O intuito das ilustrações e animações era exatamente esse, o de chamar a atenção dos alunos, o que funcionou durante todo o tempo de aplicação do projeto. Eles inclusive ficaram identificando os colegas de turma nos personagens da primeira ilustração, que representa os estereótipos dos principais tipos de alunos em uma sala de aula.

No momento em que a história começou a ser narrada, os alunos se identificaram muito com a situação inicial de Raquel. Assim como a personagem principal da história, eles não tinham muito interesse por matemática e detestavam ter que lidar com números. Evidentemente havia exceções, pois, essa turma possuía alguns alunos excelentes em matemática. Eles também se identificaram com o fato de Raquel chegar em casa e ficar fazendo qualquer outra coisa que não fosse estudar, mesmo considerando o fato de que ela teria prova no dia seguinte.

Quando Cadente entrou em cena, os alunos ficaram bastante surpresos. Gostaram do fato da história começar a pender para o lado da fantasia e ficção científica.

Finalmente, a primeira atividade teve início e foi entregue para eles as folhas tarefa com as atividades a serem realizadas naquele momento. A folha tinha somente os enunciados, mas sem os números, impossibilitando aqueles alunos mais

rápidos e ansiosos de ir resolvendo tudo antes que as orientações fossem dadas, conforme o modelo abaixo:

FIGURA 109 – Modelo de folha de atividades

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2018	
Professor: Thales Soares	
Ensino Fundamental II - 6º ano ___	
Capítulo 1 – O Poder de um Desejo	
1-) Resolva cada uma das operações apresentadas no livro de Raquel:	
<u>Adição</u>	<u>Subtração</u>
a) ___ + ___ =	a) ___ - ___ =
b) ___ + ___ =	b) ___ - ___ =
c) ___ + ___ =	c) ___ - ___ =
d) ___ + ___ =	d) ___ - ___ =
e) ___ + ___ =	e) ___ - ___ =
f) ___ + ___ =	f) ___ - ___ =
g) ___ + ___ =	g) ___ - ___ =
h) ___ + ___ =	h) ___ - ___ =
i) ___ + ___ =	i) ___ - ___ =
j) ___ + ___ =	j) ___ - ___ =

Fonte: imagem do próprio autor

Os valores pertencentes a cada exercício iam aparecendo conforme a história ia se desenrolando, então os alunos os copiavam na folha tarefa e resolviam as contas.

Atividade 1: Operações básicas e cálculo mental

A primeira atividade serviu como termômetro para dosar o conhecimento e habilidade dos alunos com números, através dos algoritmos mais simples da álgebra. Aqui havia somente exercícios rotineiros, dos mais simples possíveis, contendo dez deles em cada um dos respectivos temas: adição, subtração, multiplicação, divisão, quadrados perfeitos e divisão por 2. Um exemplo de cada um desses temas era apresentado no telão, sendo resolvido através de cálculo mental, e assim, tomando como base o exemplo, o aluno fazia os 10 exercícios daquele tema utilizando a mesma lógica. Mas os alunos estavam livres para utilizar qualquer outro método e resolver o exercício da forma como achassem melhor.

Os resultados da primeira atividade foram plenamente satisfatórios, conforme observa-se, quantitativamente, na tabela de desempenho abaixo:

Tabela 3: Organização de erros e acertos (Atividade 1)

EXERCÍCIOS	Acertaram tudo	Erraram 1 exercício	Erraram 2 exercícios	Erraram 3 exercícios ou mais
1-) Adição	24	4	3	5
2-) Subtração	26	6	2	2
3-) Multiplicação	25	7	2	2
4-) Divisão	23	7	4	2
5-) Quadrados perfeitos	22	9	1	4
6-) Divisão por 2	22	7	4	3

Fonte: arquivos do autor

Nesse dia havia 37 alunos na turma, mas um deles possuía transtorno do espectro autista e possuía uma auxiliar só para ajudá-lo a interagir com o ambiente e pessoas ao seu redor. Ele participou da atividade e deste projeto, assim como todos os alunos, mas seus resultados foram desconsiderados para esta análise, pois ele apenas escreveu o próprio nome em todas as atividades. Considerar esses dados seria o mesmo que considerar um “outlier” (termo da estatística para denominar um

valor que foge muito do padrão), o que alteraria parcialmente o resultado da pesquisa.

Pode-se observar, pela tabela, que a maioria da sala acertou todos os exercícios propostos nessa primeira atividade. Errar até dois exercícios de um total de dez, em um mesmo tema, foi considerado aceitável, pois o aluno pode ter cometido o erro por uma simples questão de distração. Mas errar três ou mais exercícios de um mesmo tema, foi considerado que o aluno não possuía domínio adequado do assunto.

O intuito desta atividade era que o aluno utilizasse cálculo mental para resolver cada exercício. Todas as contas tinham números de pequeno valor quantitativo, de até dois algarismos, para que os alunos não tivessem dificuldades de aplicar atalhos para resolver, o mais rapidamente, cada lista. Foi dado um tempo aproximado de 5 minutos para cada um dos seis assuntos, ou seja, cerca de 15 segundos para resolver cada uma das contas apresentadas. Dessa forma, seria desinteressante utilizar o algoritmo da adição ou o algoritmo da subtração, pois isso atrasaria a resolução do exercício. Mesmo assim, alguns alunos optaram por aplicar tais algoritmos:

FIGURA 110 – Multiplicação

The image shows a handwritten list of four multiplication problems, each with a student's solution and a red checkmark or X indicating correctness. The title 'Multiplicação' is underlined at the top.

a) $2 \times 5 = \frac{5}{10}$ ✓

b) $3 \times 6 = \frac{6}{15}$ ✗

c) $8 \times 10 = \frac{10}{80}$ ✓

d) $5 \times 6 = \frac{5}{6}$ ✗

Fonte: arquivos do autor

FIGURA 111 – Adição e subtração

1-) Resolva cada uma das operações apresentadas no livro de Raquel:

Adição		Subtração	
a) $12 + 7 = 19$	$\begin{array}{r} 12 \\ 7 \\ \hline 19 \end{array}$ ✓	a) $12 - 7 = 5$	$\begin{array}{r} 12 \\ -7 \\ \hline 5 \end{array}$ ✓
b) $42 + 8 = 50$	$\begin{array}{r} 42 \\ 8 \\ \hline 50 \end{array}$ ✓	b) $25 - 13 = 12$	$\begin{array}{r} 25 \\ -13 \\ \hline 12 \end{array}$ ✓
c) $53 + 15 = 68$	$\begin{array}{r} 53 \\ 15 \\ \hline 68 \end{array}$ ✓	c) $34 - 22 = 12$	$\begin{array}{r} 34 \\ -22 \\ \hline 12 \end{array}$ ✓
d) $48 + 23 = 71$	$\begin{array}{r} 48 \\ 23 \\ \hline 71 \end{array}$ ✗	d) $47 - 32 = 15$	$\begin{array}{r} 47 \\ -32 \\ \hline 15 \end{array}$ ✗
e) $58 + 21 = 79$	$\begin{array}{r} 58 \\ 21 \\ \hline 79 \end{array}$ ✗	e) $53 - 41 = 12$	$\begin{array}{r} 53 \\ -41 \\ \hline 12 \end{array}$ ✓
f) $71 + 18 = 89$	$\begin{array}{r} 71 \\ 18 \\ \hline 89 \end{array}$ ✓	f) $19 - 12 = 7$	$\begin{array}{r} 19 \\ -12 \\ \hline 7 \end{array}$ ✓
g) $40 + 26 = 66$	$\begin{array}{r} 40 \\ 26 \\ \hline 66 \end{array}$ ✗	g) $45 - 37 = 8$	$\begin{array}{r} 45 \\ -37 \\ \hline 8 \end{array}$ ✗
h) $53 + 32 = 85$	$\begin{array}{r} 53 \\ 32 \\ \hline 85 \end{array}$ ✓	h) $53 - 48 = 5$	$\begin{array}{r} 53 \\ -48 \\ \hline 5 \end{array}$ ✗
i) $32 + 45 = 77$	$\begin{array}{r} 32 \\ 45 \\ \hline 77 \end{array}$ ✗	i) $49 - 35 = 14$	$\begin{array}{r} 49 \\ -35 \\ \hline 14 \end{array}$ ✗
j) $65 + 38 = 103$	$\begin{array}{r} 65 \\ 38 \\ \hline 103 \end{array}$ ✗	j) $39 - 22 = 17$	$\begin{array}{r} 39 \\ -22 \\ \hline 17 \end{array}$ ✓

Fonte: arquivos do autor

Outros alunos também utilizaram algoritmos algébricos e fizeram contas para resolver cada um dos exercícios, mas fizeram em folhas de rascunho e passaram a limpo na folha de atividade somente o resultado final. Devido a esses alunos, que sempre eram os últimos a terminar os exercícios, foi dado um tempo adicional para

que eles pudessem terminar toda a atividade, ficando evidente que o método que eles estavam utilizando não era o mais adequado para aquela situação, onde os números eram de pequeno valor quantitativo.

Nos exercícios de multiplicação, observa-se que grande parcela da classe ainda não havia decorado a tabuada, pois muitos utilizaram a folha de tabuada para poder resolver as contas. Apesar de ir contra o propósito da atividade, que era resolver os exercícios com cálculo mental, não foi proibida a consulta no caderno para fazer os exercícios, pois eram muitos alunos e não havia como observar simultaneamente todos eles a todo momento, principalmente nos momentos onde o pesquisador era chamado por alguém e dava atenção específica a um aluno ou a um grupo de alunos. A única proibição aqui foi o uso de celular, pois isso já era consenso de toda a turma e era algo que eles respeitavam durante as aulas.

Outro fator que prejudicou um pouco o resultado final desta atividade (e das próximas) foi o fato de que as carteiras da sala de vídeo ficavam muito próximas, sem separação. Pela sala estar lotada e os alunos estarem muito próximos uns dos outros, alguns acabaram fazendo as atividades em grupo, mesmo com a recomendação de que cada um deveria fazer o trabalho individualmente, o que acarretou a presença de muitos erros comuns entre os alunos (que fica evidente principalmente nas atividades analisadas à posteriori).

Um ponto positivo que merece ser destacado aqui é que, enquanto os alunos resolviam os exercícios, uma música tranquila era tocada na sala, num volume agradável (nem muito alto e nem muito baixo). Tal artifício foi muito útil e agradou bastante a todos pois, além de relaxar, dissipava o cochicho dos alunos durante atividade.

Atividade 2: Problemas envolvendo fração

Nesta segunda atividade os alunos sentiram um grande choque. Ficou evidente, pelo resultado, que a grande maioria dos alunos sabia aplicar os algoritmos de forma adequada na hora de resolver cada exercício matemático, mas não sabiam pensar ou construir estratégias na hora de resolver um problema.

O problema era:

FIGURA 112 – Problema envolvendo frações

André, Bernardo e Carlos retiraram, respectivamente, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$ e $\frac{1}{14}$ do total de doces de um pacote.

a) Quem retirou o menor número de doces?

b) A quantidade de doces que restou no pacote corresponde a que fração do total?



Fonte: OBMEP 2017, Nível 1, segunda fase

O desempenho da turma está representado na tabela a seguir:

Tabela 4: Organização de erros e acertos (Atividade 2)

PROBLEMA	Certo	Meio certo	Errado	Em branco
a)	24	0	12	0
b)	7	10	16	3

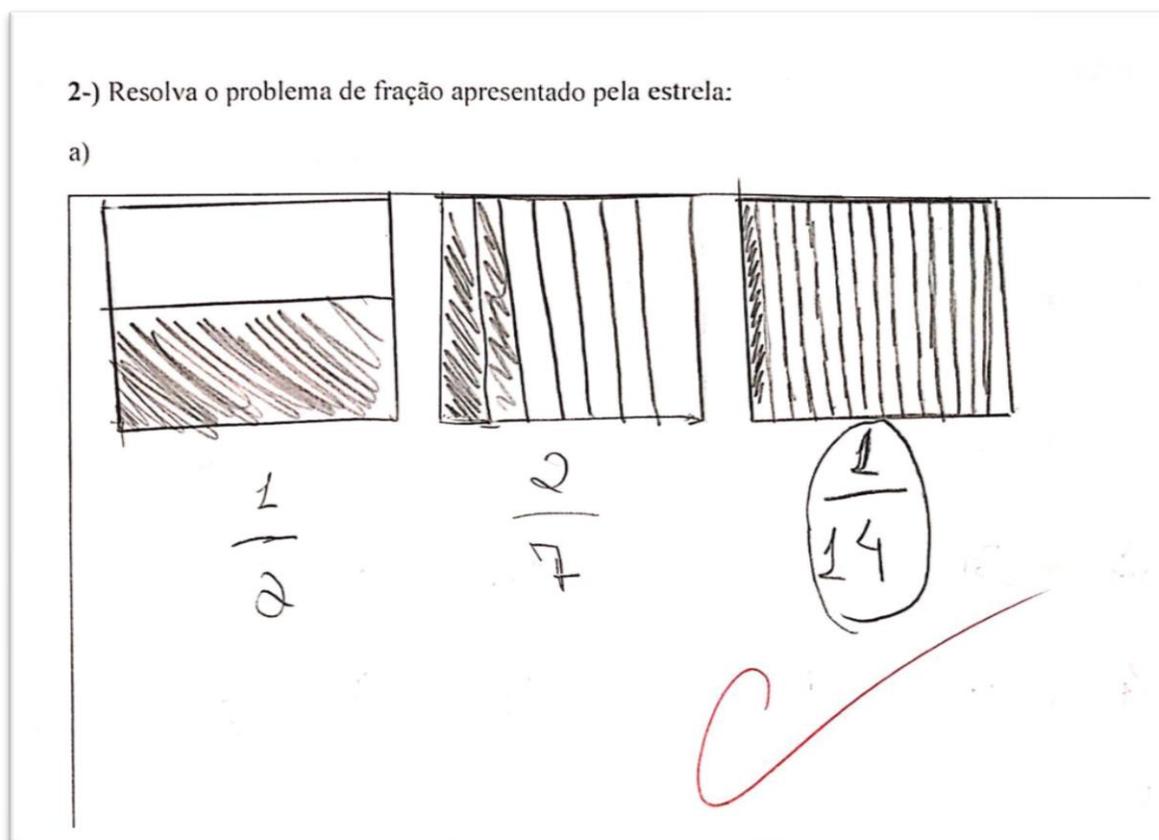
Fonte: arquivos do autor

Nesse problema, o item b) dependia totalmente do item a). Logo, se o aluno não soube fazer o item a), o item b) ficaria comprometido. Felizmente a maioria da sala soube fazer o item a), e 2/3 dos alunos conseguiram responder corretamente.

O papel do pesquisador aqui era seguir a metodologia de “resolução de problemas” e apenas ir guiando os alunos através de perguntas e questionamentos. “O que o problema quer saber?”, “Como identificar qual fração representa a menor quantidade? Dá para simplesmente pegá-las do jeito que estão e compará-las?”, “Então qual artifício matemático podemos utilizar para igualar os denominadores?”, “Agora que todos os numeradores são iguais, qual fração representa a menor quantidade?”. A maioria dos alunos, no entanto, fez a questão de uma outra maneira, sem pensar em frações equivalentes. O raciocínio desses alunos foi perfeitamente válido, pois eles desenharam três retângulos de mesmo tamanho,

então dividiram cada um desses retângulos em uma quantidade igual ao número representado no denominador da fração, e pintaram uma quantidade igual ao número representado no numerador. Dessa forma, só de olhar para o desenho, era possível identificar quem comeu menos doces.

FIGURA 113 – Resolução por desenho



Fonte: arquivos do autor

O único problema, para quem fez o item a) através de desenho, é que o caminho para resolver o item b) acabou se complicando. No item b), o “meio certo”, mostrado na tabela, foi atribuído para os alunos que tiveram o raciocínio correto (fazer a adição de todas as frações e ver o valor que restou) mas falharam na hora de executar a soma das frações. Todos os 10 alunos que ganharam “meio certo” erraram no mesmo ponto: somaram todas as frações sem igualar o denominador. Na verdade, eles até tentaram igualar o denominador, mas de forma incorreta, conforme podemos observar na figura a seguir:

FIGURA 115 – Exemplo de resposta correta

2-) Resolva o problema de fração apresentado pela estrela:

a)

$$\frac{1^{x^2}}{2} = \frac{7}{14}$$
$$\frac{2^{x^2}}{7} = \frac{4}{14}$$
$$\frac{1}{14}$$

R: Quem comeu menos foi Carlos.

b)

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 4 \\ + 1 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ - 12 \\ \hline 02 \end{array} \quad \frac{2}{14}$$

R: Sobrou $\frac{2}{14}$ doces no pacote.

Fonte: arquivos do autor

No decorrer de todo este problema, tanto no item a) quanto no item b), os alunos tiveram diversas dúvidas. Dúvidas de interpretação do problema, dúvidas operacionais com frações, dúvidas de qual conta deveria ser feita, etc. Como eram muitos, não foi possível orientar todos. Como esta foi a primeira aula de aplicação do projeto, o autor ainda estava testando qual seria a melhor maneira de abordar a

metodologia de resolução de problemas e procurou conduzir os alunos um a um. Nos capítulos posteriores, entretanto, o autor foi fazendo os questionamentos na frente do telão, direcionando perguntas prontas para toda a turma, não mais analisando caso a caso e bolando perguntas específicas para a dúvida de cada aluno. Conduzir individualmente, aluno por aluno, seria o mais indicado, pois daria para acompanhar de perto o desenvolvimento do raciocínio de cada um, guiando-os para o caminho correto com mais facilidade. Mas isso só daria para ser feito caso houvesse poucos alunos na turma, menos da metade do que realmente havia.

Conclusão do Capítulo 1

Pela Atividade 1 foi possível perceber que os alunos dessa turma possuem as técnicas matemáticas necessárias para resolver exercícios de aritmética. A maioria fez com bastante facilidade todos os exercícios de operações básicas.

Já na Atividade 2, foi possível notar que os alunos dessa turma possuem uma extrema dificuldade em interpretar problemas. Isso pode ser trabalhado e melhorado com as quatro etapas de resolução de problemas de Polya. Na parte de frações eles também demonstraram grande dificuldade, sendo essa uma dificuldade técnica. A maioria não sabia interpretar uma fração e muito menos executar corretamente o algoritmo para fazer operações com elas, o que prejudicou bastante o resultado final dessa atividade. Fração é um assunto no qual os alunos normalmente têm muitas dúvidas. Mesmo alunos mais velhos, de anos superiores, ainda sofrem ao ter de lidar com elas. Outra observação importante que se deve fazer é que nenhum aluno simplificou a fração da resposta do item b), demonstrando falta de conhecimento sobre fração irredutível.

Após encerrada as duas atividades deste capítulo, os alunos devolveram as folhas para que suas atividades pudessem ser corrigidas, havendo um retorno na semana seguinte. Algo que ajudou a incentivar os alunos a realizar os exercícios com esmero e dedicação foi a promessa de que haveria um “prêmio surpresa” para aqueles que acertassem todas as questões (o prêmio surpresa era material escolar, tais como canetas coloridas, lapiseiras e apontadores). Por um lado, isso ajudou os alunos a se concentrar e levar a atividade com mais seriedade e comprometimento

(mesmo sem nenhuma nota a ser atribuída naquela disciplina). Por outro lado, isso fez com que alguns alunos ficassem mais competitivos, e acabou incentivando indiretamente outros alunos a copiarem os exercícios mais difíceis dos colegas que tinham mais facilidade.

Depois de recolher todas as folhas tarefas dos alunos, foi dada continuidade à narração da história. Os alunos ficaram bastante intrigados com o desenrolar da narração. As meninas acharam extremamente fofo o momento em que a Raquel usa seu desejo para pedir que a estrela cadente seja sua amiga, e os meninos se empolgaram com a parte que aparece a Lua, com as poses dos personagens fazendo referências à animação japonesa Dragon Ball Z.

O tempo de aplicação deste capítulo foi de exatamente duas horas/aulas. Assim que a narração terminou, deixando um suspense no ar, o sinal tocou e todos voltaram para a sala, ansiosos para que a próxima quinta-feira chegasse logo para que ocorresse o próximo capítulo do projeto.

7.3 CAPÍTULO 2: SEQUÊNCIAS E ANÁLISE DE PADRÕES LÓGICOS

O segundo encontro com a turma de 6º ano ocorreu no dia 30 de agosto de 2018. No início da aula, o desempenho deles nas atividades do capítulo anterior foi comentado. Cinco alunos conseguiram acertar todos os exercícios da atividade 1 e os itens a) e b) da atividade 2 do capítulo 1. Após eles serem parabenizados por todos, o pesquisador falou um pouco a respeito da técnica de resolução de problemas, utilizando a atividade 2 do capítulo anterior como exemplo. Foi comentado a respeito das quatro etapas de Polya para a resolução de um problema: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano, retrospecto (POLYA, a arte de resolver problemas pg. XIX).

Em seguida, foi dado início à narração do capítulo 2. Novamente os alunos se encantaram com as ilustrações e se divertiram muito com a história. Eles reconheceram a referência do furacão de O Mágico de Oz e apreciaram as músicas tocadas durante a narração.

Na parte das sequências, a turma adivinhou qual seria o próximo termo de cada uma delas em conjunto. O primeiro a descobrir qual era o padrão lógico levantava a mão e dava a resposta. A dinâmica foi boa e diversos alunos diferentes participaram. Os alunos adoraram a parte das cinco amigas da mamãe pata, onde há uma sequência de nomes que os induz ao erro: pata, péta, pita, póta... e Bernadette.

Então foram entregues as folhas tarefa com as atividades a serem realizadas naquele momento, de forma semelhante à semana anterior, com enunciados que iam se completando conforme o desenvolvimento da história.

Atividade 1: Sequências

Diferente do capítulo anterior, este capítulo já começou com um problema. Os alunos não estavam acostumados a lidar com sequências, mas eles pegaram rápido o jeito.

Nota-se, pela tabela de acertos e erros, que a maioria da sala de saiu muito bem nos três problemas:

Tabela 5: Organização de erros e acertos (Atividade 1)

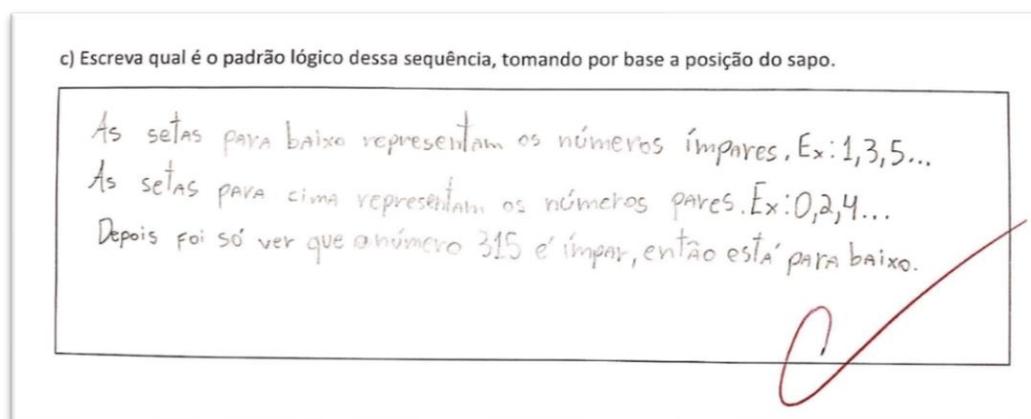
PROBLEMAS	Acertaram	Erraram	Não souberam justificar
1-) Sequência com 2 elementos que repetem	32	1	7
2-) Sequência com 3 elementos que repetem	28	5	22
3-) Sequência com 4 elementos que repetem	27	6	18

Fonte: arquivos do autor

Aqui não houve erros padrões cometidos pelos alunos. Ou o aluno conseguiu visualizar o padrão de cada sequência, ou ele chutou e errou. Na tabela acima, foram contabilizados somente os alunos que acertaram os itens a) e b) do problema. Se o aluno acertou somente o item a) ou somente o item b), e não soube justificar sua resposta, sua resposta foi considerada como errada, pois supõe-se que o aluno acertou “ao acaso”.

No primeiro problema, com algumas orientações, eles conseguiram compreender qual a lógica envolvida. Eles completaram a folha tarefa e responderam ao que estava sendo pedido da seguinte forma:

FIGURA 116 – Raciocínio do aluno



Fonte: arquivos do autor

FIGURA 117 – Exemplo de resposta correta (sequências)

1-) Desenhe a sequência apresentada e responda:

Sapinhos

1 2 3 4 5

a) Para qual posição vai estar olhando o 10º sapinho dessa sequência?

O sapo está olhando para cima

b) Para qual posição vai estar olhando o 315º sapinho dessa sequência?

O sapo está olhando para baixo

Fonte: arquivos do autor

Nos problemas 2-) e 3-) os alunos tiveram mais dificuldade de registrar o raciocínio utilizado para resolver. Alguns até pensaram de forma correta, acertaram o termo pedido na sequência, mas não souberam como justificar a resposta, colocando no item c) respostas completamente aleatórias. O pesquisador foi conduzindo o raciocínio dos alunos através de questionamentos, de forma que eles foram compreendendo que numa sequência com três elementos que se repetiam, os múltiplos de 3 eram sempre a mesma figura, e numa sequência com quatro elementos que se repetiam, os múltiplos de 4 que eram sempre os mesmos.

Houve um momento, no problema 3-), onde o pesquisador falhou ao elaborar uma pergunta adequada para guiar um aluno com dúvida, e acabou, acidentalmente, entregando a resolução de forma um tanto quanto descarada. O aluno, insatisfeito, respondeu: “Mas assim você entregou a resposta!”, pois ele enxergava aquele problema como se fosse um tipo de charada e queria chegar na resposta por si só, apenas com algumas dicas. O objetivo era justamente esse, o de fazer com que o próprio aluno chegasse na resposta, com uma ou outra dica, mas aqui houve uma falha. Isso mostra o quanto é importante o professor ter tempo para estudar e se preparar para a aula a ser ministrada.

Atividade 2: Análise de padrões lógicos

O problema final, feito pelo monstro da floresta, assustou bastante os alunos. A princípio, parecia impossível de ser resolvido. Esperava-se que, com a construção do raciocínio feita durante os problemas da atividade 1, o aluno se sentisse preparado para resolver esse problema da atividade 2. Mas poucos conseguiram desvendar a atividade 2 e assimilar a atividade 1 por completo a ponto de aplicá-la naquela situação.

O enunciado deste problema era: “Qual é o resto da divisão de 2^{2018} por 5? Muitos alunos da sala tinham grande dificuldade no conceito de potenciação, o que atrapalhou no processo de todo o resto da atividade.

Tabela 6: Organização de erros e acertos (Atividade 2)

PROBLEMA FINAL	Acertaram	Erraram
Enigma do monstro	5	27

Fonte: arquivos do autor

Para orientar os alunos em seu raciocínio, foram feitas as seguintes perguntas:

- O que o problema realmente quer saber?
- O resto? Então teremos que fazer uma divisão. Qual é o dividendo e qual é o divisor?
- Para descobrir o dividendo é preciso fazer uma potência. Mas essa potência do 2 é muito alta. E se testarmos a conta com uma potência mais baixa, como 2^1 ? Qual foi o resto?
- E se agora testarmos agora o resto de 2^2 por 5, depois 2^3 por 5, 2^4 por 5, e assim sucessivamente? Será que é possível encontrar algum padrão?
- Agora que encontramos o padrão, podemos montar uma sequência com os restos das divisões das potências de 2 por 5. Quantos termos que se repetem possui essa sequência?

- Qual termo dessa sequência queremos descobrir? O 2018º? Já que esse termo está tão distante, por que não aplicamos o mesmo raciocínio utilizado na atividade anterior?

Com essas dicas, alguns alunos obtiveram um raciocínio perfeito:

FIGURA 118 – Exemplo de resposta correta (problema)

4-) Resolva o enigma impossível feito pelo monstro da floresta:

$2^1 = 2$	$\begin{array}{r} 2 \ 15 \\ - 0 \ 10 \\ \hline 2 \end{array}$	$2^2 = 4$	$\begin{array}{r} 4 \ 15 \\ - 0 \ 10 \\ \hline 4 \end{array}$
$2^3 = 8$	$\begin{array}{r} 8 \ 15 \\ - 5 \ 12 \\ \hline 3 \end{array}$	$2^4 = 16$	$\begin{array}{r} 16 \ 15 \\ - 15 \ 13 \\ \hline 2 \end{array}$
$2^5 = 32$	$\begin{array}{r} 32 \ 15 \\ - 30 \ 16 \\ \hline 2 \end{array}$	$2^6 = 64$	$\begin{array}{r} 64 \ 15 \\ - 5 \ 12 \\ \hline 24 \\ - 20 \\ \hline 4 \end{array}$
$2^7 = 128$	$\begin{array}{r} 128 \ 15 \\ - 10 \ 125 \\ \hline 28 \\ - 25 \\ \hline 3 \end{array}$	$2^8 = 256$	$\begin{array}{r} 256 \ 15 \\ - 06 \ 151 \\ \hline 5 \\ - 5 \\ \hline 1 \end{array}$

$2018 \overline{) 2018}$

$2018 \overline{) 2018}$

$2018 \overline{) 2018}$

$2018 \div 2 = 1009$

$2018 \div 6 =$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

2, 4, 3, 1, 2, 4, 3, 1, 2, 4, 3, 1...

Item 4.

FIGURA 119 – Outro exemplo de resposta

The image shows handwritten work on a piece of paper. At the top, the number '2016' is written, with an arrow pointing down to the first '1' in the sequence '2, 4, 3, 1, 2, 4, 3, 1...'. To the right, '2018' is written with an arrow pointing down to the first '1' in the sequence '1, 2, 3, 4'. Below the sequence, there is a horizontal line. Underneath the line, the numbers '1 2 3 4' are written, with '1 2' under the first '1' and '3 4' under the second '1'. To the right of this, there is a multiplication problem:
$$\begin{array}{r} 2018 \\ \times 4 \\ \hline 048 \\ \hline 1504 \end{array}$$
 Below the multiplication, the number '2' is circled.

Fonte: arquivos do autor

As duas figuras anteriores mostram o resultado esperado dos alunos para esta atividade. infelizmente apenas 5 alunos, de um total de 32, conseguiram alcançar o resultado correto e esperado.

Conclusão do Capítulo 2

Os alunos se divertiram ao longo da atividade 1. Como todos os problemas eram puramente de raciocínio e lógica, eles encararam como se fossem enigmas de uma revista de passatempo de matemática. A maioria se saiu muito bem nessa parte.

Na atividade 2, porém, o mesmo não aconteceu. Os alunos tiveram muita dificuldade de seguir o raciocínio esperado, mesmo com as perguntas questionadoras e as dicas do autor, que estava conduzindo-os. Talvez o problema apresentado fosse complexo demais para uma turma de 6º ano. O autor, na realidade, já havia aplicado este mesmo problema com alunos de 6º ano em outra escola, mas eram alunos selecionados para participar de um grupo de estudos, através de aulas especiais a fim de treinar para as olimpíadas de matemática. Esses

alunos, que possuíam uma grande facilidade em matemática, conseguiram chegar ao raciocínio correto do problema.

No final deste capítulo ocorreu um imprevisto. Nos 15 últimos minutos de aula o pesquisador perdeu a voz (pois estava com a garganta completamente seca, e a água na escola havia acabado). Dessa forma, não foi possível encerrar a narração. Os alunos ficaram extremamente incomodados, pois essa era a parte que eles mais aguardavam: o desfecho do capítulo. Eles voltaram para a classe aflitos, ansiosos para descobrir, na semana seguinte, se Raquel havia conseguido vencer do monstro e o que aconteceria com ela em seguida.

A finalização da narração do capítulo 2 se deu na semana seguinte, no dia 06/09. O pesquisador retomou a história do mesmo ponto onde havia parado, lembrando o que havia ocorrido durante aquele capítulo, e encerrando aquela parte da história.

7.4 CAPÍTULO 3: TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

No dia 06/09, após o encerramento da narração do capítulo 2, foi feita uma devolutiva a respeito das atividades da semana anterior. O problema da potência de 2 dividido por 5 foi mostrado novamente para os alunos, revelando qual procedimento deveria ser feito para resolvê-lo corretamente. Em seguida, deu-se início ao capítulo 3 de nossa história fantástica.

Nesse dia havia poucos alunos na sala, pois era uma quinta-feira véspera de feriado, então metade da turma emendou o feriado e faltou. Aqueles que vieram, entretanto, estavam animados para acompanhar a continuação da história.

Os alunos ficaram surpresos e empolgados com os vários conceitos de ficção científica presentes nesse capítulo, tais como “buraco de minhoca”, “universos paralelos”, “outras dimensões”, etc. Como a cultura pop e cultura geek do mundo moderno já abordam esses tipos de assuntos, os alunos não sentiram estranheza ou dificuldades de compreender aqueles momentos mais insólitos e fantasiosos da narração.

Assim, chegou o momento da primeira atividade desse capítulo e as folhas de atividade foram entregues para cada aluno presente.

Atividade 1: Transformações geométricas

Como esse assunto é abordado somente no 7º ano, para o 6º ano foi uma novidade. Para que eles compreendessem, um exemplo foi dado para cada uma das transformações. Primeiro eles observaram nos slides um exemplo de translação sendo realizado, então eles desenharam a primeira letra de seus respectivos nomes e executaram a translação daquela letra. Então foi mostrado um exemplo de reflexão e eles a fizeram com a primeira letra do nome. Por fim, o mesmo ocorreu com a última transformação apresentada a eles, a rotação.

O objetivo era que os alunos compreendessem cada uma das transformações (translação, reflexão e rotação) na prática, desenhando. Os resultados obtidos foram os seguintes:

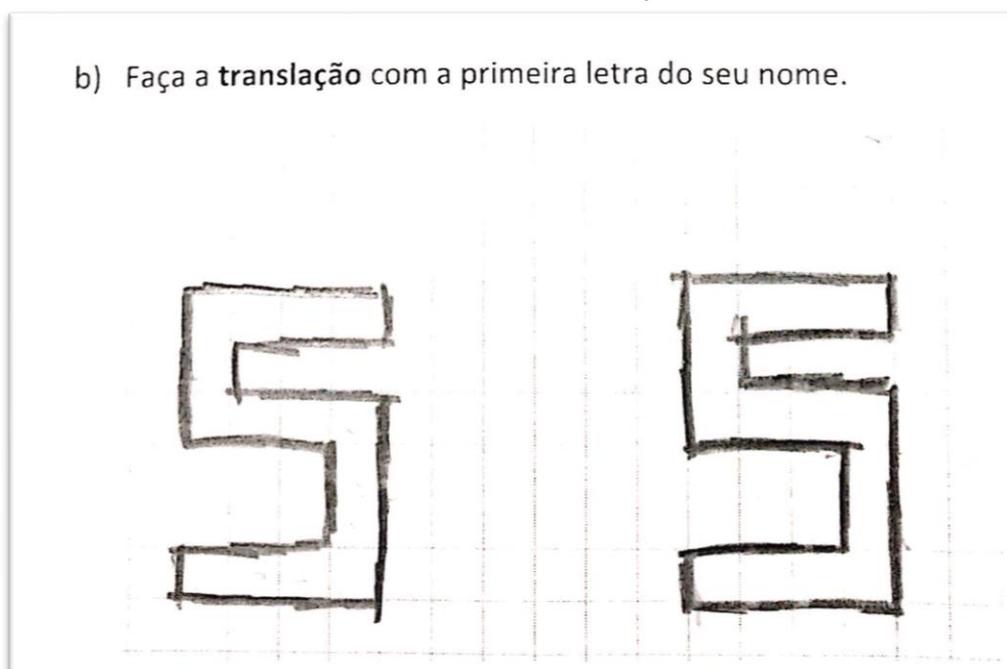
Tabela 7: Organização de erros e acertos (Atividade 1)

ISOMETRIAS	Acertaram	Erraram
Translação	20	1
Reflexão	20	1
Rotação	21	0

Fonte: arquivos do autor

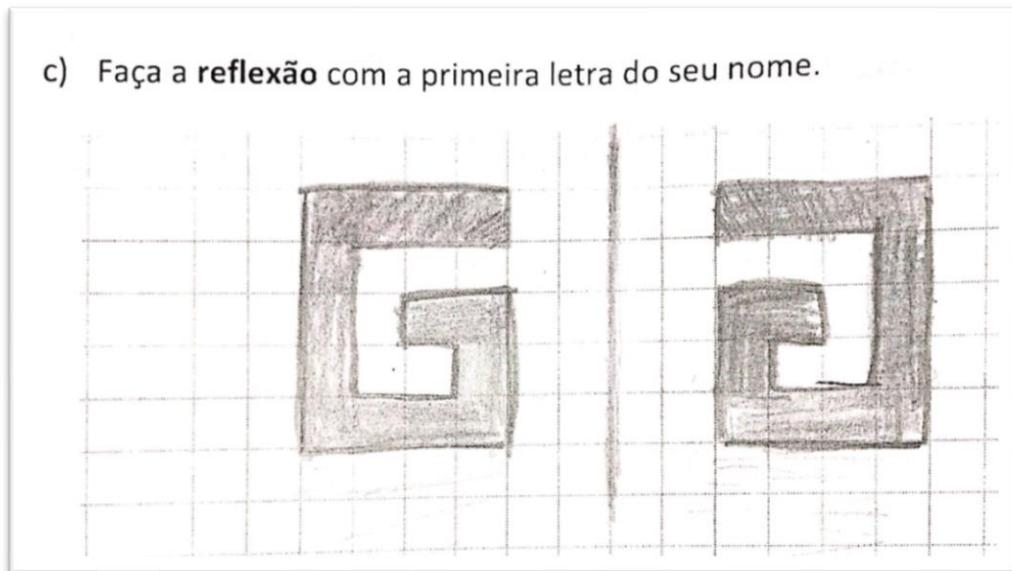
Quase todos acertaram tudo nessa atividade. O aluno que errou a translação foi porque ele alterou as dimensões da letra na hora de copiar o desenho. E o aluno que errou a reflexão se confundiu e fez outra isometria. Mas o restante dos alunos conseguiu executar perfeitamente cada uma das isometrias.

FIGURA 120 – Translação



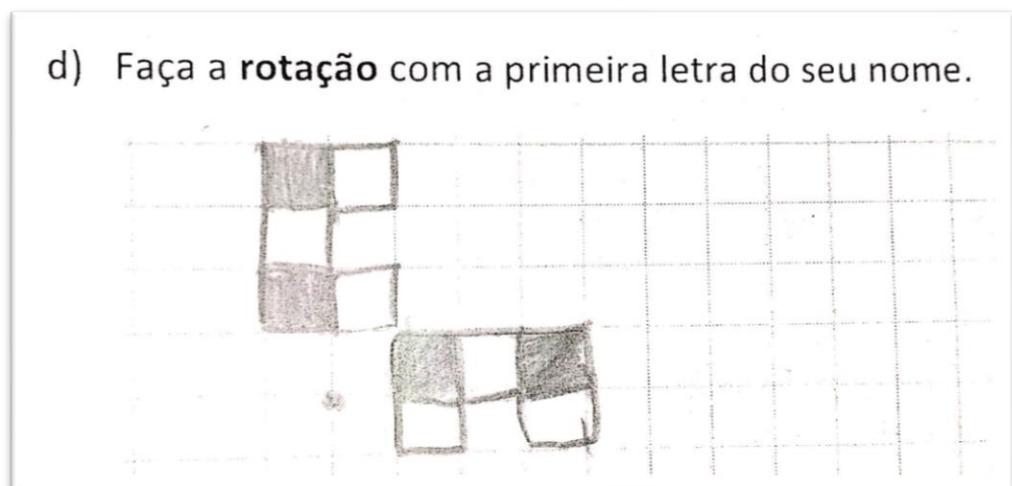
Fonte: arquivos do autor

FIGURA 121 – Reflexão



Fonte: arquivos do autor

FIGURA 122 – Rotação



Fonte: arquivos do autor

Atividade 2: Figuras de Escher

A segunda atividade se baseava nas pinturas de Escher. O aluno deveria olhar para cada uma das figuras apresentadas e identificar qual era a isometria principal do desenho.

Tabela 8: Organização de erros e acertos (Atividade 1)

ISOMETRIAS LETRAS	Acertaram	Erraram
Translação	17	4
Reflexão	17	4
Rotação	17	4
Rotação	15	6
Rotação	17	4

Fonte: arquivos do autor

Os alunos também se saíram bem nessa atividade e não houve muitas dúvidas.

FIGURA 123 – Exemplo de resolução correta (isometrias)

2-) Observe as figuras de Escher apresentadas no quadro da história e responda:

a) Qual tipo de transformação foi utilizada na primeira figura do quadro? Justifique.

Afer a translacão por que está um lado do outro

b) Qual tipo de transformação foi utilizada na segunda figura do quadro? Justifique.

2da reflexão por que está igual na que está do lado diferente

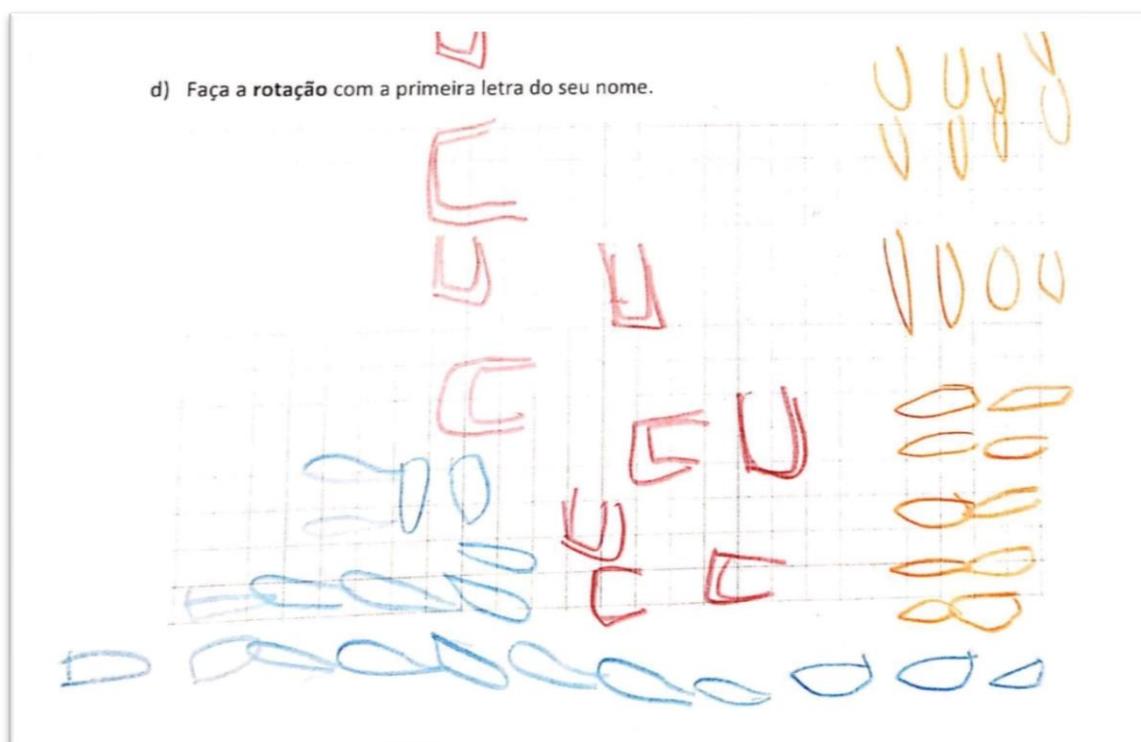
c) Qual tipo de transformação foi utilizada na terceira figura do quadro? Justifique.

n a rotação por que eles estão em posições diferentes

Fonte: arquivos do autor

Nessa atividade, até mesmo o aluno com autismo participou. Como seu grau de autismo é muito alto, ele não consegue se comunicar com as pessoas, mas ele soube expressar o que ele sentia ao observar as obras de Escher através de desenhos, tentando copiar as figuras.

FIGURA 124 – Aluno especial

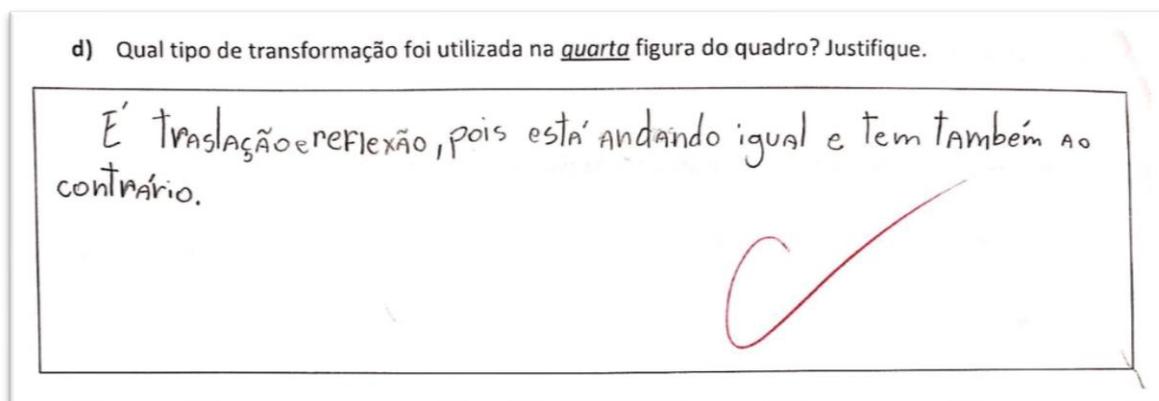


Fonte: arquivos do autor

O azul provavelmente representa a obra “Two Birds”, com a translação e reflexão dos cisnes. O amarelo representa a obra “Winged Lion” e o vermelho deve retratar o “Pegasus”. Ele demonstrou estar gostando muito de participar da atividade.

Alguns alunos detectaram mais de uma isometria para cada quadro. O “Two Birds”, por exemplo, teve alunos que colocaram “reflexão” e “translação”, o que não deixa de estar correto pois, de fato, o pássaro azul está transladando para a esquerda enquanto que o pássaro branco está transladando para a direita. Em “Winged Lion” também, alguns colocaram que, além da reflexão, o leão amarelo está transladando para a esquerda, enquanto que o leão preto translada para a direita.

FIGURA 125 – Exemplo de resolução correta (mais de uma transformação)



Fonte: arquivos do autor

Conclusão do Capítulo 3

O capítulo se encerrou de forma bastante tranquila, dentro do tempo da aula. Quando este TCC estava em sua fase de planejamento, pretendia-se criar uma atividade para este capítulo onde os alunos montassem mosaicos utilizando o princípio da translação de figuras, de forma semelhante ao artista Escher. Todavia, a ideia foi abandonada pois não seria possível orientar os alunos no mosaico, esperar que cada um desenvolvesse o seu quadro (desenhando figuras numa cartolina, recortando e colando) e ainda narrar toda a história contida neste capítulo em apenas 2 horas/aulas. Se essa atividade persistisse, esse capítulo teria duração de pelo menos 4 horas/aulas, tornando-o o dobro dos outros e aumentando a aplicação deste projeto para 12 horas/aulas. Decidiu-se então cancelar a ideia dos mosaicos, afim de simplificar o capítulo, mantendo o tempo de duração deste projeto como 10 horas/aulas.

No geral, o dia foi calmo pois faltaram muitos alunos e foi possível dar uma atenção individual para cada um deles. Se a sala tivesse sempre 20 alunos ao invés de 40, a eficiência do ensino através da resolução de problemas seria muito maior.

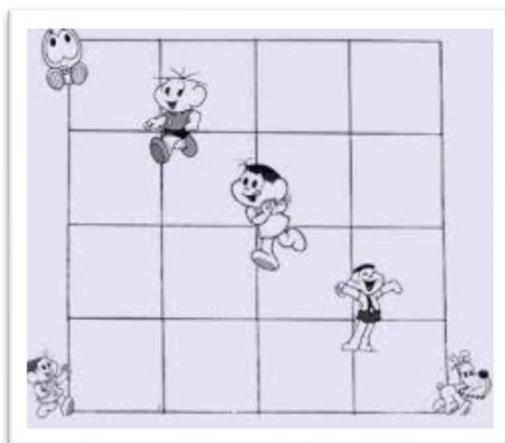
Os alunos então voltaram para a sala e ficaram aguardando a semana seguinte, para descobrir o que aconteceria no capítulo 4.

7.5 CAPÍTULO 4: INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Com quase todos os 40 alunos reunidos na sala, no dia 13/09 ocorreu a narração do Capítulo 4 da história. Como muitos alunos faltaram na semana anterior, foi feito um breve resumo do que ocorreu anteriormente, para que ninguém ficasse perdido ou confuso. Em seguida, foi feita a divulgação dos alunos que se destacaram nas atividades do capítulo anterior. Enfim, o Capítulo 4 se deu início.

A atividade deste capítulo fica logo no começo da história. Após distribuídas as folhas de atividade, os alunos começaram a responder as questões. Esta atividade foi uma adaptação da atividade didática “Passeios Aleatórios da Carlinha”. O mapa original desta atividade está na figura a seguir:

FIGURA 126 – Passeios aleatórios da Carlinha



Fonte: Passeios aleatórios da Mônica (NAGAMINE)

Nesta adaptação, foi substituído a figura da Mônica pela Raquel e cada um dos outros personagens por algum personagem relacionado à história. Ao se jogar a moeda, se sair “cara”, Raquel segue o caminho para cima; se sair “coroa”, Raquel segue o caminho para a direita.

Os exercícios do 1 ao 5, que eram para fazer sem jogar a moeda. Foram bastante simples, servindo apenas para introduzir o tema a ser trabalhado. Como era de se esperar, muitos alunos responderam na questão 3 que todos os lugares tinham a mesma chance de serem visitados.

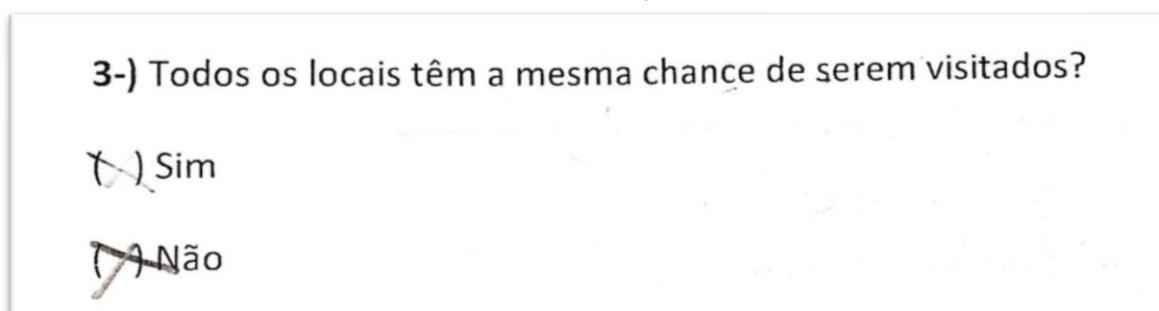
Tabela 9: Organização de erros e acertos

Todos os locais têm a mesma chance de serem visitados?	Sim	Não
Respostas	15	21

Fonte: arquivos do autor

Houve ainda vários alunos que marcaram a opção “sim”, porém, no decorrer da atividade, perceberam que alguns locais tinham mais chance de serem visitados, pois tinham mais caminhos que levavam para ele, então voltaram para a questão 3 e modificaram sua resposta.

FIGURA 127 – Mudança de resposta



3-) Todos os locais têm a mesma chance de serem visitados?

Sim

Não

Fonte: Arquivos do autor

A partir da questão 6, foi necessário fazer o experimento, ou seja, foi preciso jogar a moeda para verificar em qual local Raquel chegaria. O experimento deveria ser repetido 32 vezes, sendo lançada 4 vezes a moeda para cada vez, totalizando 128 lançamentos da moeda. Dessa forma, foi permitido que os alunos fizessem essa parte da atividade em dupla, com um jogando a moeda e o outro anotando os resultados, ou com cada um lançando a moeda para cima 64 vezes. Alguns alunos questionaram porque era necessário lançar a moeda tantas vezes, o que é uma pergunta bastante interessante. A resposta dada a eles foi que para se fazer a estatística de algo a ser estudado, deve-se coletar a maior quantidade de dados possível, repetindo um mesmo experimento diversas vezes pois, quanto mais dados tivermos, mais precisa será a nossa análise. Se fizermos o experimento apenas 3

vezes, é bastante possível que Raquel visite o mesmo lugar nas três ocasiões, o que daria a entender que aquele local tem 100% de chance de ser visitado, ou que as informações que coletamos é insuficiente para tirar alguma conclusão. Se fizermos o experimento 10 vezes, já será possível observar um pouco melhor a situação, mas ainda assim nos depararíamos com muitas conclusões falsas devido à falta de dados. Repetir o experimento 32 vezes talvez ainda não seja o mais adequado, mas considerando o longo tempo que isso leva para fazer, é uma quantidade razoável para que possamos analisar os resultados e chegar a algumas conclusões.

O experimento foi tão longo, que alguns alunos ficaram a aula inteira só fazendo isso. Não foi possível encerrar essa atividade durante esse dia, tendo que dar continuidade na aula seguinte.

Após o experimento, foi possível perceber que alguns locais foram visitados mais do que outros. Já nesse momento, houve alunos que perceberam qual era a grande sacada deste problema.

FIGURA 128 – Exemplo de resposta correta (questão 8)

8-) Após a experimentação, responda: Todos os locais têm a mesma chance de serem visitados?

() Sim.

() Não.

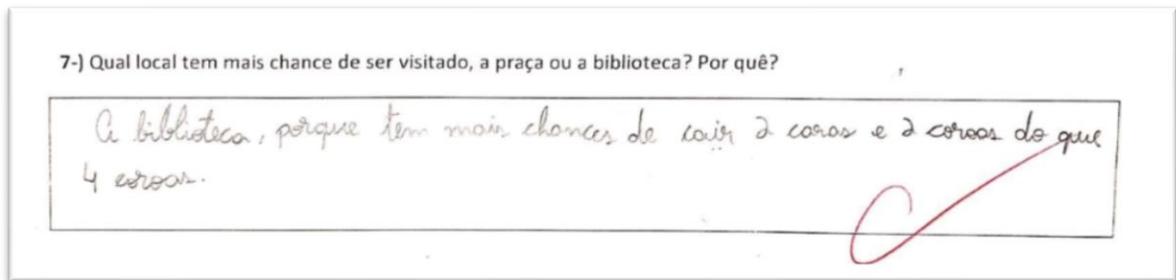
Por que?

Alguns lugares que repetem 4 vezes a letra C ou a letra T são diferentes de es. seguir

The image shows a handwritten response to a question. The question asks if all locations have the same chance of being visited. The student has marked 'Não' (No) with a checkmark. The handwritten answer explains that some locations that repeat the letter 'C' or 'T' 4 times are different from others. There are also two small checkmarks above the question text.

Fonte: Arquivos do autor

FIGURA 129 – Exemplo de resposta correta (questão 7)

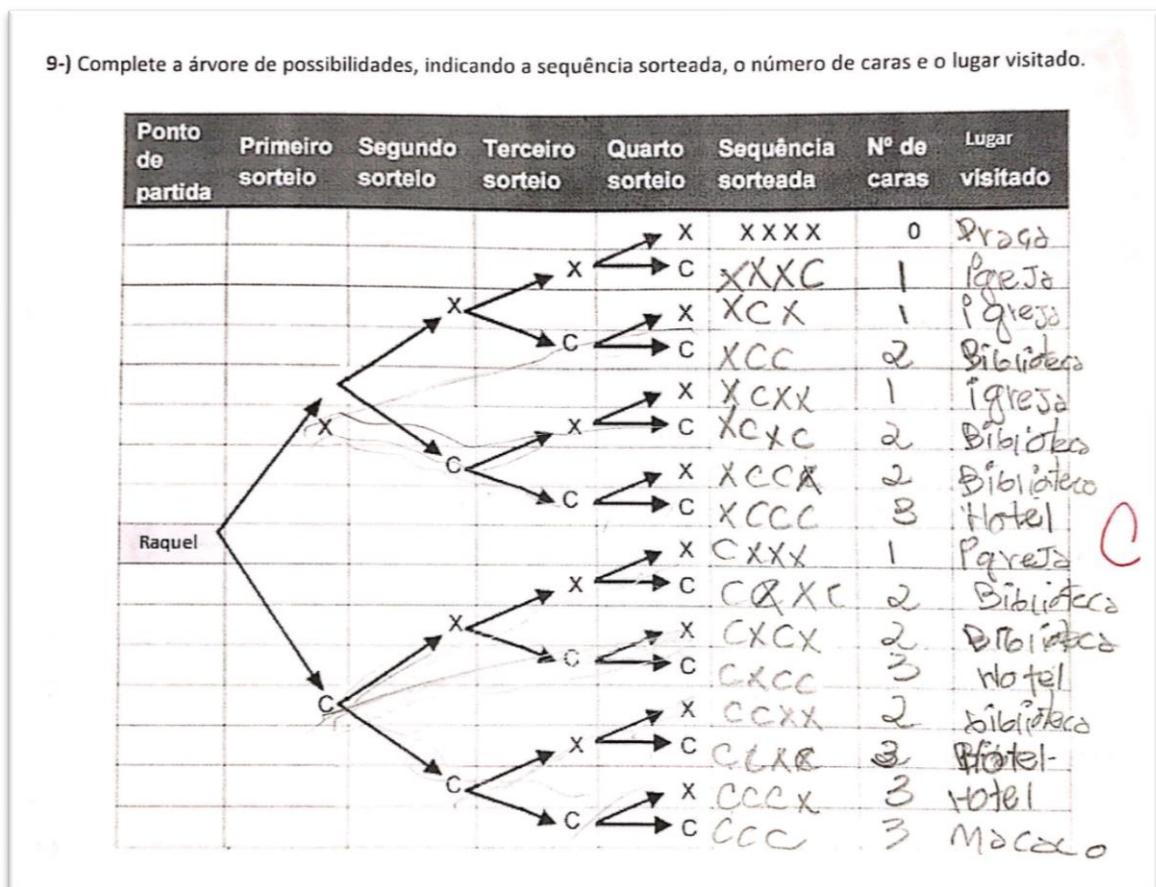


Fonte: Arquivos do autor

Essa era a resposta esperada para esse momento. O aluno deveria perceber que, em seu experimento, houve poucas ocorrências do macaco ou da praça, pois para cair neles seria necessário tirar quatro vezes seguidas a mesma face na moeda.

Em seguida, chegou o momento de construir a árvore de possibilidades.

FIGURA 130 – Árvore de possibilidades



Fonte: Arquivos do autor

Percebe-se, pela figura anterior, que o aluno exemplificado soube montar corretamente a árvore de possibilidades, seguindo com o lápis por cima de cada caminho e verificando qual era a sequência dos quatro resultados da moeda. Entretanto, nem todos os alunos foram bem-sucedidos nessa questão, o que comprometeu o resultado do exercício 13, que era sobre a construção da tabela de frequência.

FIGURA 131 – Resposta incorreta (caminhos)

Locais	Nº de caminhos	Nº de caminhos / Total de caminhos (fração)
Macaco	1	$\frac{1}{16}$
Hotel	3 → 4	$\frac{3}{16}$
Biblioteca	8 → 6	$\frac{7}{16}$
Igreja	3 → 4	$\frac{3}{16}$
Praça	1	$\frac{1}{16}$
Total	16	$\frac{16}{16}$

Fonte: Arquivos do autor

Alguns alunos montaram de forma incorreta a árvore de possibilidades, e mesmo assim conseguiram responder a questão 13 corretamente, acertando os valores das frequências de quantidade de caminhos para cada local. Isso provavelmente se deve àquele fato mencionado na discussão sobre o Capítulo 1, de que as carteiras ficavam muito juntas e alguns alunos competitivos copiavam a resposta daquele colega mais dedicado.

Pode-se conferir, a seguir, a tabela com uma análise quantitativa dos erros e acertos dos alunos nas três principais questões desta atividade: a experimentação, a árvore de possibilidades e a tabela de frequência.

Tabela 10: Organização de erros e acertos

	Certo	Meio certo	Errado	Incompleto
6-) Experimentação	19	0	8	9
9-) Árvore de possibilidades	17	4	13	2
13-) Tabela de frequência	13	8	13	0

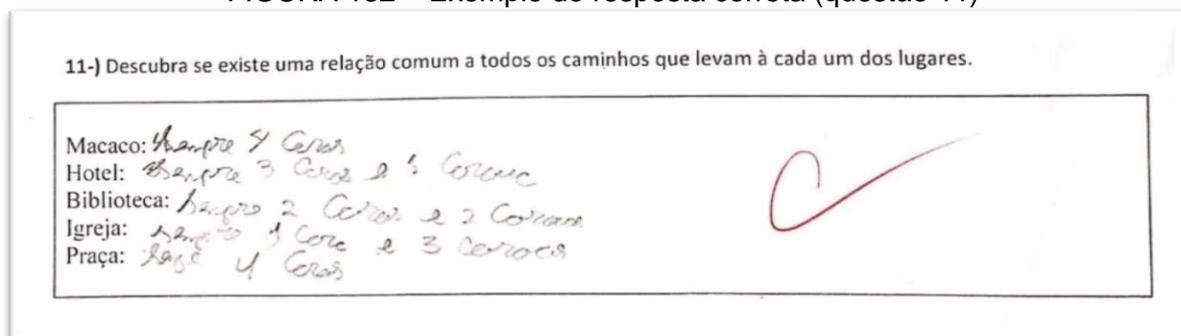
Fonte: arquivos do autor

Percebe-se, pela tabela acima, que somente metade da sala fez corretamente o experimento completo da questão 6-), o que prejudicou o desenvolvimento de todo o restante da atividade. O principal fator que fez com que os alunos errassem, tanto no experimento quanto na árvore de possibilidades, foi que alguns alunos não souberam associar o resultado da sequência de quatro lançamentos da moeda com o caminho que Raquel faria, não conseguindo descobrir, através da observação do mapa, qual seria o destino da garota para aquele determinado resultado.

O “meio certo” foi atribuído para aqueles alunos que erraram apenas 2 ou 3 linhas da tabela, e o certo completo foi para aqueles que acertaram tudo ou erraram 1 única linha, provavelmente por falta de atenção.

Em toda essa atividade, as questões estão diretamente atreladas umas com as outras, pois o raciocínio adquirido para resolver uma questão vai ser utilizado para resolver a questão seguinte. Dessa forma, se o aluno erra a questão ou chega a um raciocínio incorreto, ele acaba falhando também nas questões seguintes. Isso ocorre aqui na árvore de possibilidades, pois as questões 10-), 11-), 12-) e 13-) são baseadas nela.

FIGURA 132 – Exemplo de resposta correta (questão 11)

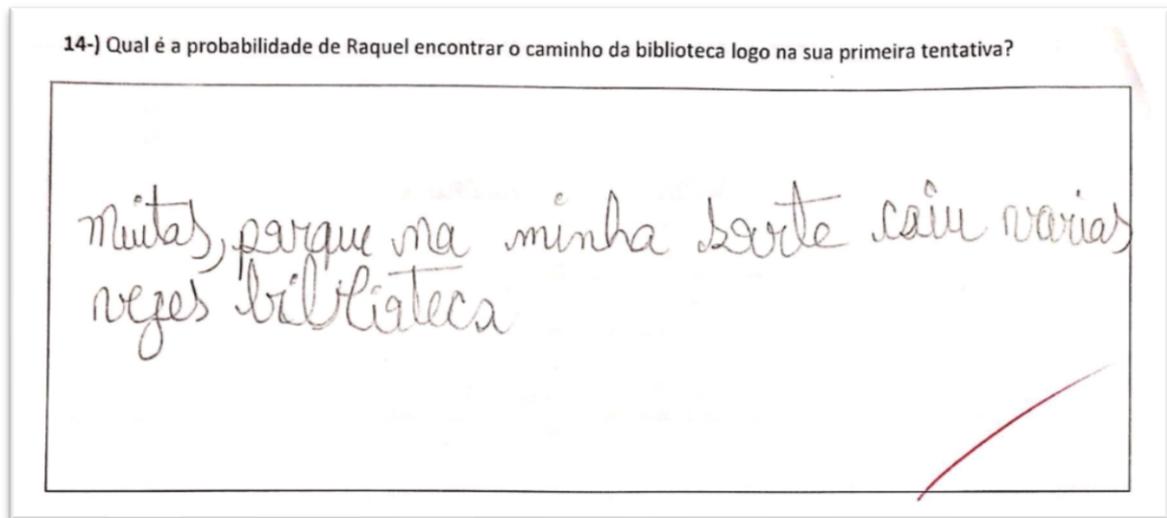


Fonte: Arquivos do autor

A resolução mostrada acima mostra um aluno que montou corretamente a árvore de possibilidades. Ele utilizou as informações dela para deduzir o padrão lógico que levava a cada um dos caminhos, percebendo que para chegar no macaco a única possibilidade era se saísse 4 “caras” na moeda. Já os caminhos que levavam ao hotel, sempre tinham exatamente 3 “caras”. Com esse mesmo raciocínio é possível observar que com 2 “caras” era possível chegar à biblioteca, com 1 se chegava à igreja e com zero se chegava à praça. Essa era a solução esperada dos alunos.

A questão 12-) pergunta, pela terceira vez nessa mesma atividade, se todos os locais possuem a mesma chance de serem visitados. Quando o aluno respondeu essa pergunta na questão 4-), ele respondeu baseando-se unicamente em sua opinião pessoal. Ao responder essa mesma pergunta na questão 8-), ele já havia feito o experimento, e tinha mais chance de ter percebido o que estava ocorrendo. Agora, respondendo novamente a mesma pergunta, na questão 12, o aluno tem como informação a árvore de possibilidades, que mostra a ele todos os caminhos e quantas possibilidades existem de chegar em cada local. Assim, não é difícil de chegar à conclusão de que é mais fácil chegar na biblioteca do que na praça porque há uma quantidade maior de caminhos que leva para ela. Todavia, somente 9 alunos, de um total de 36, alcançaram essa conclusão pois o raciocínio não ficou assim tão evidente por terem errado as questões anteriores, que eram a base para chegar à resposta final desta atividade.

FIGURA 133 – Justificativa incorreta



Fonte: Arquivos do autor

Na figura acima observa-se um aluno que chegou ao raciocínio errado e não conseguiu compreender nada desta atividade. Na última questão, que era sobre a probabilidade de Raquel chegar à biblioteca em sua primeira tentativa, o aluno descobriu que as chances eram altas, pois em sua tabela de frequência a “biblioteca” apareceu várias vezes, mais do que os outros locais. Porém, o aluno não associou esse resultado com o fato de haver mais caminhos que levam à biblioteca do que para os demais lugares, pois montou errado a árvore de possibilidades. Dessa forma, a justificativa do aluno para a “biblioteca” ter aparecido com mais frequência do que os outros lugares, foi porque ele estava com “sorte”.

Conclusão do Capítulo 4

Pelo fato da atividade ser muito longa, não foi possível encerrá-la em uma aula dupla. Havia também o fato de a narrativa deste capítulo ser extensa e cheia de curiosidades matemática no meio. Dessa forma, esse capítulo se estendeu por duas semanas (três, na verdade, pois na semana seguinte não foi possível aplicá-lo). Mas isso não atrasou o tempo total previsto para a aplicação deste projeto, pois o capítulo final foi bem mais curto.

Durante o decorrer dessa atividade, a metodologia de resolução de problemas foi utilizada para orientar os alunos. Mesmo no experimento da moeda, alguns alunos tiveram dificuldades para associar o resultado obtido na

experimentação com a posição da personagem no mapa, e foram conduzidos através de questionamentos do autor. Se o resultado foi, por exemplo, “cara, coroa, cara, coroa”, as perguntas feitas foram “Em qual ponto do mapa a garota começa?”, “Com o resultado ‘cara’, para onde a garota vai?”, “E agora, com ‘coroa’, para onde a garota vai?”, “Onde ela chegou ao final de todo esse movimento?”. Percebeu-se que alguns alunos não haviam entendido que, após feita a sequência de quatro movimentos, a personagem voltava para a posição original, no canto esquerdo do mapa, para que pudesse ser refeito o experimento.

Esperava-se, com toda essa atividade, que inicialmente o aluno pensasse que todos os locais do mapa teriam a mesma chance de serem visitados com o resultado aleatório dos lançamentos da moeda, mas após executar o experimento, montar a árvore de possibilidades e construir a tabela de frequência, o aluno percebesse que a biblioteca tem mais caminhos que os demais lugares e, portanto, mais chances de chegar até ela durante uma caminhada aleatória pelo mapa. No entanto, como os problemas eram atrelados uns aos outros, se o aluno não compreendesse um deles, não conseguiria fazer os demais, e não conseguiria chegar à essa conclusão. E foi justamente isso que ocorreu com a maioria da classe.

Foi difícil orientar todos os alunos e guiá-los para o raciocínio correto, pois nesse dia compareceu quase toda a turma, totalizando cerca de 40 alunos, e a atividade foi bastante extensa.

Todos os alunos ficaram concentrados e motivados durante a atividade. Eles se divertiram fazendo o experimento da moeda, por ser algo diferente. Alguns até fizeram sentados no chão, bem à vontade. Após a explicação do professor, ao final da atividade, todos demonstraram compreender os conceitos matemáticos aqui envolvidos, mesmo aqueles que inicialmente não haviam conseguido chegar à conclusão correta.

7.6 CAPÍTULO 5: O FIM

Ocorreu um pequeno imprevisto no dia 20/09. Além da professora Vanessa ter faltado, por sua filha estar doente, houve um mal-entendido na reserva de salas e outra professora, com outra turma, estava utilizando a sala de vídeo no horário marcado para o 6º ano. Dessa forma, não foi possível continuar a história, pois na sala normal dos alunos não havia projetor ou equipamento de som. Para aproveitar o momento com os alunos, foi feita a entrega dos prêmios daqueles alunos que se destacaram nas atividades dos Capítulos 1, 2 e 3. Todos ficaram felizes com a cerimônia de premiação improvisada, mas ainda estavam muito frustrados por não haver a aplicação do projeto nesse dia.

Na semana seguinte, dia 27/09, tudo ocorreu como o esperado. A professora Vanessa veio à escola e a sala de vídeo estava disponível para ser utilizada. Assim foi possível dar continuidade ao projeto.

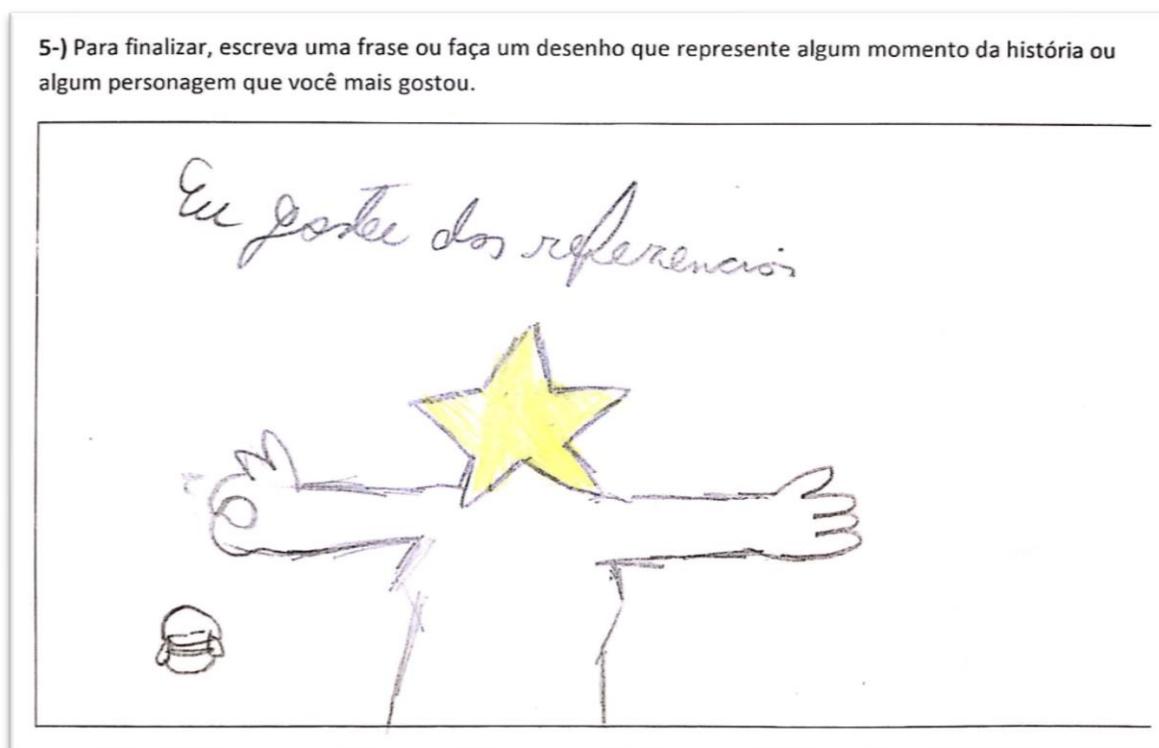
A primeira parte da aula foi utilizada para encerrar a atividade do Capítulo 4. Após o encerramento da narração, logo em seguida, já se iniciou o Capítulo 5, o último de todo esse projeto. Os alunos estavam bastante empolgados para ver qual seria a conclusão de toda aquela história bizarra.

Inicialmente, neste capítulo, pretendia-se trabalhar com conceitos de probabilidade como o princípio aditivo e o princípio multiplicativo, que seriam utilizados para desvendar a charada final feita pelo diabo. Logo no início do capítulo, Cadente já apresenta para Raquel alguns problemas simples de cálculo de probabilidade utilizando moedas, dados, cartas e uma urna com bolas coloridas. No entanto, como o 6º ano não está familiarizado com conceitos de probabilidade, e como o tempo era curto para que eles aprendessem mais esse assunto matemático, optou-se por cancelar essa atividade. A charada do diabo foi resolvida em grupo, junto com o professor, sem entrar muito à fundo na teoria matemática. Assim, como atividade neste capítulo, foi respondido um questionário de avaliação de todo esse projeto, para verificar qual seria o feed back dos alunos, a fim de melhorar o projeto para futuras aplicações.

Percebeu-se, pelo questionário, que um ponto extremamente elogiado pelos alunos, ao longo de todos os capítulos, foram as diversas referências presentes em

cada desenho e em cada trecho de narração da história. Eles se divertiam tentando identificar de onde eram aqueles nomes e termos malucos utilizados na história, ou de onde era determinada música, ou em qual filme, desenho, jogo de vídeo game acontecia situação semelhante com aquela apresentada. A história é inteiramente original e criada por mim, mas em vários momentos eu faço homenagens a obras clássicas ou obras do universo geek, tais como as constantes referências à Alice no País das Maravilhas, Mágico de Oz, Undertale, Dragon Ball Z, etc. Mas a ideia central da história é inteiramente original e sua linha de narração possui um estilo próprio, seguindo o seu próprio caminho, se distanciando das obras citadas. As músicas utilizadas, por sua vez, não eram originais. Em sua maioria pertenciam às obras como Undertale, Cuphead e Bleach. Os alunos identificaram a maioria e sentiram-se bastante contentes ao ouvir um trecho ou outro de um game ou anime que eles tanto amam.

FIGURA 134 – Questionário 1

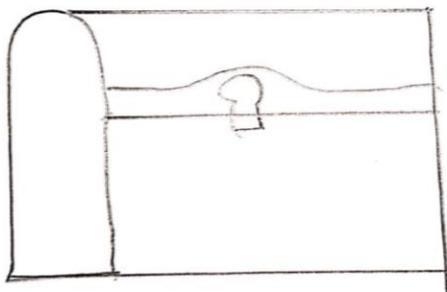


Fonte: Arquivos do autor

FIGURA 135 – Questionário 2

5-) Para finalizar, escreva uma frase ou faça um desenho que represente algum momento da história ou algum personagem que você mais gostou.

Eu gostei das referências e da animação



Fonte: Arquivos do autor

A qualidade da animação também foi altamente elogiada, juntamente com a história. Os alunos se emocionaram com as partes mais sensíveis da história, se empolgaram nas partes de mais ação, riram durante as partes mais cômicas e ficaram durante o tempo inteiro entretidos, com a atenção presa no telão. Esse fator foi muito importante pois assim, mesmo durante os momentos onde a matemática era mais densa, os alunos prestaram atenção em cada palavra dita pelo autor. O feedback realizado pelos alunos foi muito positivo, tendo 100% de aprovação por parte dos alunos.

FIGURA 136 – Questionário 3

1-) Você gostou de participar deste projeto? Gostaria que ano que vem houvesse projetos semelhantes?

Sim, gostei muito adoraria se tivesse projetos semelhantes.

Fonte: Arquivos do autor

FIGURA 137 – Questionário 4

1-) Você gostou de participar deste projeto? Gostaria que ano que vem houvesse projetos semelhantes?

Sim, foi muito legal essa experiência

Fonte: Arquivos do autor

Em relação ao aprendizado, os alunos notaram em si mesmos uma grande evolução no aspecto de resolução problemas. Agora eles não mais tinham medo ou receios diante de um problema. Ao longo das cinco semanas de aplicação deste projeto, eles se habituaram a utilizar as quatro etapas de Polya ao encarar um problema, primeiro analisando-o, depois traçando uma estratégia de resolução para, em seguida, aplicar essa estratégia e verificar se a resposta era válida.

FIGURA 138 – Questionário 5

3-) Você sente que este projeto contribuiu em algo para você? Se sim, o que você aprendeu?

Sim! Eu aprendi muito sobre como resolver problemas. E foi muito divertido!

Fonte: Arquivos do autor

Não só na resolução de problemas os alunos melhoraram. De acordo com eles, suas habilidades evoluíram em vários assuntos matemáticos. Não foi aplicada uma prova para verificar a veracidade dessa afirmação, mas o simples fato de eles se sentirem melhor indica que a confiança deles aumentou em relação à matemática como um todo. Antes eles tinham muito medo de tabuada, fração, problemas, geometria, etc. Agora, eles já conseguiam encarar alguns deles com um outro olhar.

FIGURA 139 – Questionário 6

3-) Você sente que este projeto contribuiu em algo para você? Se sim, o que você aprendeu?

Sim, eu aprendi um pouco de cada coisa! Tipo: $+$, $-$, \times , \div , sequências e Transformações

Fonte: Arquivos do autor

FIGURA 140 – Questionário 7

3-) Você sente que este projeto contribuiu em algo para você? Se sim, o que você aprendeu?

Sim os problemas ajudam a gente a entender melhor

Fonte: Arquivos do autor

Conclusão do Capítulo 5

Apesar deste capítulo não conter nenhuma atividade matemática, ao longo da história e dos conceitos matemáticos apresentados durante a narração, toda a sala participou com muito afinco. No problema infernal, proposto pelo diabo, eles se concentraram muito para responder corretamente. Estavam com medo de, ao dar uma resposta errada, a história mudar sua direção e ter um final ruim. Mas não havia múltiplos finais nesta história e o autor ajudou os alunos a responder corretamente o desafio do diabo. Todos compreenderam o conceito de cálculo de probabilidade utilizando uma fração (a palavra “fração” foi utilizada, pois os alunos do 6º ano ainda não estavam habituados com o conceito de “razão”), onde a quantidade total de possibilidades (espaço amostral) ficava localizada no denominador e a quantidade de possibilidade que queremos (evento/amostra) no numerador.

O questionário foi entregue para os alunos na cena final, logo após o encerramento e conclusão de toda a história. Eles demonstraram ter adorado todo o

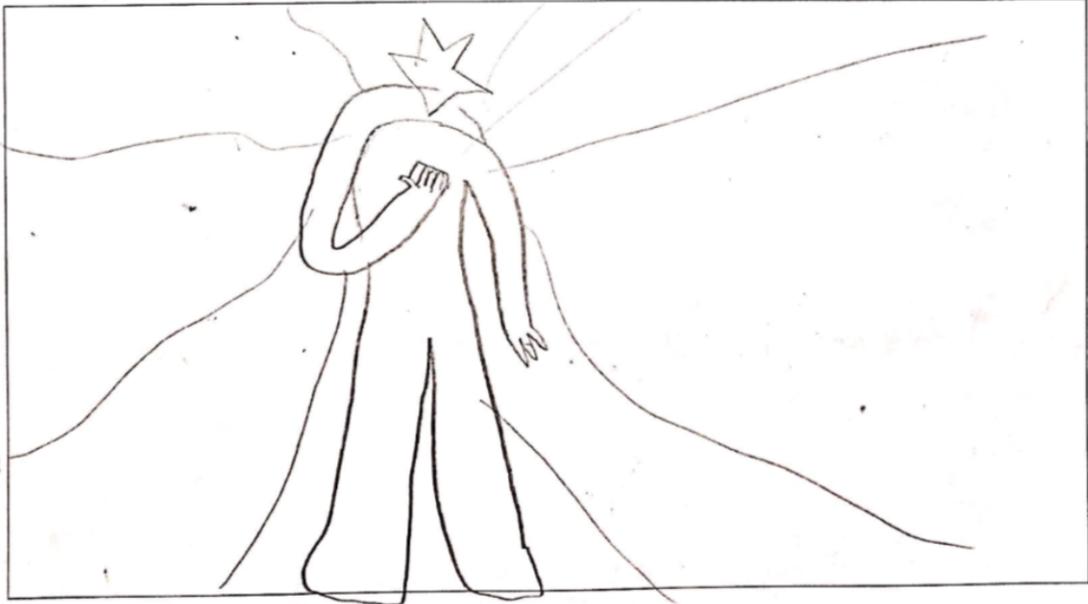
projeto, vários queriam que essas aulas fossem aplicadas mais de um dia na semana, e todos ficaram na expectativa de que, um dia, aulas semelhantes fossem ministradas para eles.

FIGURA 141 – Questionário 8

4-) Caso este projeto seja aplicado com outras turmas, como você acha que ele poderia melhorar?

ACHO que nada, pois ele é maravilhoso!

5-) Para finalizar, escreva uma frase ou faça um desenho que represente algum momento da história ou algum personagem que você mais gostou.

A hand-drawn sketch of a superhero character. The character is shown from the waist up, wearing a long, flowing cape. On its head is a five-pointed star. The character's right hand is raised to its chest, and its left hand is extended downwards. The drawing is simple and appears to be done with a pencil or light marker on a white background.

Fonte: Arquivos do autor

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como observado no capítulo 7.6 deste TCC, no questionário respondido pelos alunos, a narração, as músicas e a animação tiveram papel crucial no desenvolvimento deste projeto. Como esperado, os alunos sentiram-se muito atraídos, deixando a mente aberta para novos aprendizados matemáticos, mostrando a grande eficácia da contação de histórias para o ensino da matemática.

A história fantástica aqui apresentada não era uma simples desculpa para se ensinar matemática, assim como a matemática aqui envolvida não era uma desculpa para se contar uma história. A matemática e a história estiveram durante todo o momento interligados, atreladas uma a outra.

Porém, não só conhecimentos referentes à matemática foram discutidos ao longo dos capítulos, mas vários aspectos filosóficos e sociais também foram abordados.

Quando olhamos através da perspectiva da garota, o problema que encaramos é o da matemática. A garota possui grande dificuldade com números e vai, capítulo por capítulo, aprendendo novos conceitos, facilitando sua vida e melhorando seu raciocínio lógico, suas habilidades em exatas e suas tomadas de decisões. Já a personagem da estrela não possui dificuldade alguma com matemática. Seu grande problema é sua ignorância ao lidar com sentimentos e emoções humanas, e sua total falta de relação social com outros seres vivos. Ela também, capítulo por capítulo, vai aprendendo novas coisas, evoluindo sua relação com a garota e percebendo o carinho e amor que existe entre os dois.

Cada parte da história apresenta uma novidade para os dois personagens. Dessa forma, cada capítulo apresenta não só um conhecimento matemático, mas também uma espécie de moral de história.

O capítulo 1 tratou sobre operações básicas e frações. Mas ele também mostrou ao aluno que para ir bem numa prova, não há muitos segredos, basta estudar. Quando Raquel parou de perder tempo e sentou-se na cadeira, com seu professor cósmico (a estrela), ela conseguiu aprender tudo o que precisava para

fazer a prova e obteve uma nota muito satisfatória.

Vimos também que o Capítulo 2 falou sobre sequências e análise de padrões lógicos. Porém, além disso, ele mostrou que é vantajoso possuir conhecimentos matemáticos, pois isso acaba facilitando as situações em vários momentos do dia a dia. Os animaizinhos da floresta ficavam um pouco perdidos às vezes por não conhecerem coisas simples, como os números, não conseguindo contar quantos filhotes possuíam, por exemplo. Eles ficaram bem impressionados quando viram o raciocínio utilizado por Raquel.

O Capítulo 3 falou sobre transformações geométricas, mas é aqui que percebemos o lado mais belo da matemática, estando ela presente até mesmo na arte. Raquel ficou impressionada ao ver os mosaicos de Escher, feitos apenas com translação, reflexão e rotação, e ao perceber que há muitos artistas plásticos e arquitetos que utilizam a razão áurea, um conceito matemático, para embelezar suas obras.

O assunto matemático tratado no Capítulo 4 foi a estatística e a probabilidade. Aqui, porém, o aluno percebe que a matemática possui também um lado bastante abstrato e bizarro. O conceito de infinito, aqui apresentado, é algo totalmente fora dos padrões vistos no cotidiano, difícil de imaginar, apesar de ser algo que está presente em nossas vidas. É complexo para se compreender, mas através de algumas brincadeiras e formas divertidas de apresentá-lo (como o Teorema do macaco infinito e o Hotel de Hilbert), os alunos perceberam que a matemática possui uma parte misteriosa e muito divertida, que não é tão abordada na escola.

O Capítulo 5, para finalizar, continua tratando sobre probabilidade, apresentando o princípio aditivo e o princípio multiplicativo. No entanto, o diabo filosofa sobre a sociedade, sobre as pessoas, sobre os cordões invisíveis que controlam a todos. O diabo mostra-se bastante confuso com tudo isso. Ao contrário da estrela, ele coloca para fora toda a sua emoção e sentimento. Este também é o momento em que a história se fecha e o aluno percebe a moral final. O problema da estrela finalmente é resolvido, com ela percebendo que sempre teve sentimentos, mas não estava conseguindo identificá-los dentro de si. O amor que ela sentia pela garota serviu de guia para que conseguisse compreender tudo o que se passava em

seu coração.

Além de um crescimento emocional, o autor muito aprendeu sobre técnicas de ensino. Utilizar a metodologia de Polya de resolução de problemas foi um desafio no começo, sendo difícil induzir o raciocínio dos alunos através de questionamentos. Mas após se acostumar, essa metodologia se mostrou ser muito eficaz, tornando toda essa experiência de ensino e aprendizagem enriquecedora tanto para os alunos quanto para o autor e professor.

A metodologia de resolução de problemas seria ainda melhor aplicada caso a turma não fosse tão cheia. Numa turma com até 20 alunos, este projeto teria sido ainda mais eficiente.

Outro ponto que deve ser destacado é que, diferente do livro “Aritmética da Emília”, do Monteiro Lobato, os conceitos matemáticos deste projeto não estão tão interligados. Com exceção dos dois últimos capítulos, que um dá continuidade ao outro, os outros capítulos possuem assuntos diversos que não necessariamente complementam um ao outro. Esse fato se deve à escolha do autor de falar um pouco sobre tudo, dando um passeio geral no mundo da matemática e não se prendendo a uma única área. Aritmética, sequências, geometria, estatística, probabilidade, tudo é apresentado para o aluno de uma forma lúdica e amigável. O objetivo aqui também não é contemplar todo o plano de ensino de matemática dos 6º e 7º anos, mas sim apresentar em sala de aula assuntos variados. Este projeto se encaixaria muito bem se aplicado no final do ano, como uma forma de revisão para o aluno. Ou também poderia ser aplicado no início do ano, para relembrar conceitos de anos anteriores, ou até mesmo mostrar o que será visto com mais atenção ao longo do ano.

Os alunos se divertiram muito participando de todo este projeto e muito aprenderam com ele, não só no mundo da matemática. Eles adorariam que houvesse aulas assim ao longo do ano inteiro, pois sentiram-se focados e intrigados com a história e com os conceitos nele apresentados. A história fantástica aqui apresentada obteve, portanto, um grande sucesso em sua aplicação, no sentido de conquistar a atenção dos alunos e instigá-los a aprender e buscar novos conhecimentos matemáticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAUM, L. FRANK, **O Mágico de Oz**. Editora Zahar, pg. 73.

BRASIL, **Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática)**. Brasília: A Secretaria, 1998.

BROWN, Richard, **Matemática: 50 conceitos e teorias fundamentais explicados de forma clara e rápida**, editora PUBLIFOLHA, pg. 6.

CARROL, Lewis, **Alice no País das Maravilhas**, 1865.

CLICKER, **Free clipart**, www.clker.com/clipart-158464.html, acessado em 2 de dezembro de 2018.

DALLA BERNARDINO, Andreza e SOUZA, Linete, **A contação de histórias como estratégia pedagógica na educação infantil e ensino fundamental**, 2011.

DINIZ, Taisa B. C. **A Contação de Histórias e sua Influência no Desenvolvimento Cognitivo e Emocional da Criança**. 2014. 56 folhas. Monografia (Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2014.

CARR, Wilfred; KEMMIS, Stephen. **Becoming Critical: education, knowledge and action research**. London and Philadelphia: The Palmer Press, 1986.

ENZENSBERGER, Hans, **O Diabo dos Números**, 1997.

FRANCO, M. A. S. Pesquisa-ação e prática docente: articulações possíveis In: PIMENTA, S. G. e FRANCO, M. A. S (orgs.). **Pesquisa em educação**, vol. 1,

Possibilidades investigativas/formativas da pesquisa-ação, São Paulo: Loyola, 2008, p. 103-138.

LOBATO, Monteiro, **Aritmética da Emília**, 1935.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no ensino de matemática**. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, p. 1-5.

NAGAMINE, Camila Macedo Lima et al. **Análise Praxeológica dos Passeios Aleatórios da Mônica**. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 24, n. 39, p. 451-472, 2011.

OBMEP, <http://www.obmep.org.br/provas.htm>, acessado em 2 de dezembro de 2018.

OLIVEIRA, Paulo César (org). **Oficinas pedagógicas: o uso de material manipulativo no Ensino Fundamental (ciclo II)**. Coleção Apontamentos. São Carlos: EdUFSCar, 2017.

OLIVEIRA, Rosane de Machado, **Literatura infantil: a importância no processo de alfabetização e letramento e no desenvolvimento social da criança**, 2016.

Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio), 1998.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SOARES, Thales, **Devaneios Improváveis, Terceira antologia**, 2016, pg.115.

TAHAN, Malba. **A arte de ler e contar histórias**. 2. ed. Rio de Janeiro: Conquista, 1966, p.142.

WIKIPEDIA, https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_do_macaco_infinito, acessado em 2 de dezembro de 2018.