

Universidade Federal De São Carlos



Campus Sorocaba

**A linguagem matemática em tarefas algébricas para o
Ensino Fundamental**

Trabalho de Conclusão de Curso

Luciano Ferreira da Silva

Orientador: Prof. Dr. Paulo César Oliveira

Sorocaba

2016



Universidade Federal De São Carlos

Campus Sorocaba

A linguagem matemática em tarefas algébricas para o Ensino Fundamental

Autor: Luciano Ferreira da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Física, Química e Matemática (DFQM) da UFSCar, Campus Sorocaba, como requisito parcial para a obtenção da graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo César Oliveira

Licenciatura em Matemática
Sorocaba 2016



Folha de Aprovação

Luciano Ferreira da Silva

A linguagem matemática em tarefas algébricas para o Ensino Fundamental

Universidade Federal de São Carlos – *Campus Sorocaba*

Sorocaba 24/03/2016

Orientador: _____

Prof. Dr. Paulo César Oliveira – UFSCar (DFQM)

Membro 1: _____

Prof. Dr. Rogério Fernando Pires - UESC

Membro 2: _____

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto (DFQM - UFSCar)

Dedicatória

Dedico este trabalho a todos os professores deste curso que sempre que me ajudaram a superar minhas dificuldades. Principalmente a minha mãe Antônia Henrique da Silva e ao meu pai José Ferreira (*in memoriam*), que me educaram e me ajudaram chegar onde estou. Aos meus amigos de curso e de minha cidade natal, em especial à minha esposa Lenidia.

Agradecimentos

Agradeço a Deus que me permitiu chegar onde cheguei com saúde e disposição para enfrentar os desafios da vida e pelo livre arbítrio que me foi dado para escolher de forma sensata o melhor caminho a ser traçado rumo ao sucesso profissional.

Ao meu orientador Prof. Dr. Paulo César Oliveira, por me conduzir de forma paciente neste trabalho, sempre orientando com perspicácia a trilhar com destreza os desafios que a educação nos impõe. Muito obrigado por toda dedicação a minha pessoa.

Aos meus professores da graduação que foram fundamentais para o meu amadurecimento profissional, para a construção de novas oportunidades de crescimento em minha prática docente.

Aos meus amigos da graduação que juntos formamos uma equipe sólida e amigável e que com certeza jamais deixaremos se desfazer. Agradeço a todos eles pelo apoio dado em momentos difíceis e pelos momentos de alegria que tivemos.

Resumo

Neste Trabalho de Conclusão de Curso realizei uma pesquisa sobre as dificuldades encontradas pelos alunos do Ensino Fundamental II em tarefas algébricas, buscando identificar as razões que levam a maioria dos alunos nesta fase de ensino a não compreenderem determinados termos nos enunciados de questões que envolvem generalização de modelos, levando em consideração as concepções de álgebra de Usiskin, contidas no material do Sistema Anglo de Ensino. Neste trabalho respondo a seguinte questão de investigação: *quais as dificuldades apresentadas pelos alunos envolvidos em tarefas algébricas?* Os referenciais teóricos foram pautados nos conceitos de transformação de registros sob a perspectiva de Raymond Duval e nas considerações da dissertação de Feio (2009) a respeito da existência de outros elementos no processos de transformações de registros. Para realizar esta pesquisa, apliquei três tarefas envolvendo generalização de modelos para 25 alunos do 7º ano e 5 alunos do 8º ano. As respostas dos alunos foram analisadas através de tabelas apresentando dados quantitativos e as respectivas dificuldades encontradas. Os erros dos alunos foram analisados, sempre buscando encontrar uma relação com as possíveis dificuldades apontadas por Feio (2009).

Palavras chaves: regularidades algébricas, semiótica, conversão, registros, tratamento, língua natural e álgebra.

Abstract

In this work of Course conducted research on the difficulties encountered by the students of Elementary School II in algebraic tasks, seeking to identify the reasons why the majority of students in this school stage not understand certain terms in the statements of issues involving generalization models, taking into account the Usiskin algebra concepts contained in the material of the Anglo Teaching System. In this article I answer the following research question: what are the difficulties presented by the students involved in algebraic tasks? The theoretical references were based on the concepts of transformation records from the perspective of Raymond Duval and the considerations of Feio (2009) thesis about the existence of other elements in records transformation processes. To conduct this research, I applied three tasks involving generalization models for 25 7th graders and 5 8th graders. Students' responses were analyzed by tables presenting quantitative data and the related difficulties. Students of the errors were analyzed, always trying to find a connection with the possible difficulties highlighted by Feio (2009).

Keywords: algebraic regularities, semiotics, conversion, records, treatment, natural language and algebra.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Conteúdo da primeira atividade.....	15
Figura 2: Primeiro exemplo de tarefa algébrica.....	21
Figura 3: Segundo exemplo de tarefa algébrica	21
Figura 4: terceiro exemplo de tarefa algébrica	22
Figura 5: três respostas para o item ´c` da tarefa 1.....	25
Figura 6: respostada tarefa 1 de um aluno do 7º ano	26
Figura 7: transcrição das respostas do item “e” da tarefa 1.....	27
Figura 8: Resposta dos três alunos do 7º ano.....	28
Figura 9: resposta da tarefa 2 de um aluno do 7º ano.....	30
Figura 10: resposta da tarefa 3 de um aluno do 7º ano.....	34
Figura 11: Resposta de 1 aluno do 7º ano.....	35
Tabela 1: análise quantitativa de desempenho na tarefa 1.....	25
Tabela 2: análise quantitativa da atividade 2.....	29
Tabela 3: Dados da tarefa 3.....	33

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1. PERCURSO TEÓRICO DA PESQUISA.....	11
1.1. A álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais.....	11
1.2. A álgebra no Sistema Anglo de Ensino	12
1.3. Rumo à questão de investigação: descrição das etapas	14
1.3.1. Primeira etapa - Os registros de representação semiótica	14
1.3.2. Segunda etapa - A conversão da língua natural para a linguagem matemática: contribuições da pesquisa de Feio (2009)	16
2. PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA	19
2.1. Natureza da pesquisa	19
2.2. Colégio Anglo Salto de Pirapora.....	19
2.3. Instrumento de pesquisa para a produção de informações.....	22
3. A PRODUÇÃO DE INFORMAÇÕES.....	24
3.1 Análise prévia da tarefa 1.....	24
3.2 Análise da produção escrita da tarefa 1.....	25
3.3 Análise prévia da tarefa 2.....	28
3.4 Análise da produção escrita da tarefa 2.....	29
3.5 Análise prévia da tarefa 3.....	31
3.6 Análise da produção escrita da tarefa 3.....	32
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	38

INTRODUÇÃO

O relatório desta pesquisa descreveu as dificuldades na conversão do registro da língua natural para a linguagem algébrica, esboçando as dificuldades intrínsecas à nossa língua. Para o desenvolvimento desta pesquisa na modalidade qualitativa, aplicamos tarefas para alunos do Ensino Fundamental II (7º e 8º ano) abordando a introdução à álgebra. A seguir apresentamos uma sinopse de cada capítulo que constituiu este Trabalho de Conclusão de Curso.

No capítulo 1, apresento a proposta de ensino da álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e no Sistema de Ensino Anglo, ambas embasadas nas concepções de Usiskin (1995). Apoiado nos aportes teóricos de Raymond Duval, descrevo a construção do problema de pesquisa.

No capítulo 2, descrevo sobre a opção metodológica da pesquisa, o tipo de pesquisa utilizado, as características da escola onde a pesquisa foi realizada, o contexto pesquisado e o instrumento de produção das informações.

No capítulo 3, apresento uma análise da produção de informações feita a partir dos registros escritos dos alunos envolvidos na pesquisa. Nesta análise, descrevi as dificuldades encontradas nos processos de transformações de registros na passagem de um item para outro.

Dediquei o capítulo 4 às considerações finais deste relatório de pesquisa. Trata-se de um momento de resgate das intenções deste processo de investigação que culminou em resultados para a busca de resposta da questão norteadora desta pesquisa: *quais as dificuldades apresentadas pelos alunos envolvidos em tarefas algébricas?* Tema este que surgiu em minha trajetória como professor de matemática de Ensino Fundamental II, em que tenho observado que uma parte considerável dos alunos nesta fase de ensino apresentava dificuldades em desenvolver tarefas que envolviam generalização de modelos.

Reservamos neste processo de redação a apresentação das referências bibliográficas que subsidiaram esta pesquisa.

1. PERCURSO TEÓRICO DA PESQUISA

Neste capítulo apresento uma análise curricular sobre o ensino-aprendizagem de álgebra no Ensino Fundamental II, tomando por base os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e os documentos que regem o material apostilado do Sistema Anglo de Ensino, mais precisamente, os Manuais do Professor. Na sequência descrevemos o processo que conduziu à construção do problema de pesquisa.

1.1. A álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) visam à construção de um referencial que oriente a ação docente de forma que todo estudante seja capaz de desenvolver competências e habilidades nos mais diversos componentes curriculares, tendo em vista sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura.

No que se refere à aprendizagem de matemática, mais especificamente, a álgebra no Ensino Fundamental II, “é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos” (BRASIL, 1998, p.116).

Há um razoável consenso, segundo as orientações didáticas dos PCN, de que a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos dar-se-á mediante um trabalho pedagógico articulado com quatro concepções algébricas, de acordo com Usiskin (1995), uma das bases teóricas do material apostilado do Sistema Anglo de Ensino.

Na perspectiva de Usiskin (1995) as finalidades, concepções e a utilização das variáveis no contexto escolar são intrinsecamente relacionadas:

As finalidades da álgebra são determinadas por, ou relacionam-se com, **concepções diferentes da álgebra** que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos **usos das variáveis**. (USISKIN, 1995, p. 13, negritos no original).

A primeira concepção da álgebra como **aritmética generalizada** aborda as variáveis como generalizadoras de modelos. Por exemplo, generaliza-se a propriedade comutativa, na qual a ordem das parcelas não altera a soma no

campo dos números naturais, escrevendo $a + b = b + a$. As finalidades inerentes a esta concepção são as de **traduzir** e **generalizar**.

A segunda concepção de álgebra concebida como o estudo de **procedimentos** para resolver certos tipos de problemas é uma extensão da concepção que acabamos de apresentar. Consideremos o enunciado (registro na língua natural): adicionando 3 ao quádruplo de um certo número, a soma é 43. A representação algébrica do enunciado pode ser $5x+3=43$. Essa equação é o resultado da conversão do registro da língua natural para o registro algébrico; caracterizando a aritmética generalizada.

Na concepção de álgebra como estudo de procedimentos, a finalidade é resolver a equação de modo que a mesma permaneça verdadeira. As instruções-chave para esta concepção é **simplificar** e **resolver**.

A terceira concepção de álgebra como estudo de **relações entre grandezas** esboça uma concepção na qual a letra desempenha o papel de variável, diferentemente da concepção que acabamos de apresentar em que a letra exerce a função de incógnita, ou seja, do valor a ser encontrado. Nesta concepção, segundo Usiskin (1995), tratamos de **modelos fundamentalmente algébricos**, como no caso da questão: o que ocorre com o valor de $1/x$ quando x se torna cada vez maior?

A quarta e última concepção (**álgebra como estudo das estruturas**) envolve o reconhecimento da álgebra como estudo das estruturas na escola básica pelas propriedades que atribuímos às operações com números reais e polinômios. Segundo Usiskin (1995), podemos citar as tarefas conhecidas por **cálculo algébrico**, como é o caso dos produtos notáveis, fatoração, operações com monômios e polinômios, entre outros.

1.2. A álgebra no Sistema de Ensino Anglo:

O material apostilado do Sistema de Ensino Anglo para o Ensino Fundamental II foi organizado com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998); no que diz respeito aos blocos temáticos bem como a seleção de conceitos e conteúdos. A abordagem para os conteúdos selecionados ocorre numa concepção de currículo em espiral, ou seja, eles

podem ser retomados e ampliados a todo momento, em um mesmo ano ou em anos diferentes.

A partir do 7º ano do Ensino Fundamental as aulas de Matemática do Sistema de Ensino Anglo tem uma ênfase em situações que exigem a generalização, com a introdução da linguagem algébrica. De acordo com o Manual do Professor (COLEÇÃO ANGLO, 2014), o objetivo maior para o ensino de álgebra é a produção de significados aos contextos apresentados, do que procedimentos algébricos destituídos de significação.

De acordo com o Manual do Professor, no bloco temático Números e Operações, no terceiro bimestre do 7º ano do Ensino Fundamental, o ensino de álgebra tem como objetivos: “introduzir o uso de letras para expressar um elemento qualquer de uma sequência; generalizar contextos aritméticos e geométricos e perceber regularidades em padrões e generalizar”. (COLEÇÃO ANGLO, 2014, p. 32).

As situações propostas seguem as concepções de Usiskin (1995), em especial, a Álgebra como Aritmética generalizada; “pois desde os anos iniciais os alunos são colocados em situações que requerem generalizações de procedimentos, e estas são feitas na linguagem retórica.” (COLEÇÃO ANGLO, 2014, p. 33).

A linguagem retórica, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), é historicamente a primeira fase da evolução da linguagem algébrica. Civilizações como os egípcios e babilônios não usavam a simbologia ou abreviações para expressar o pensamento algébrico. Os passos relativos aos esquemas operatórios sobre números e equações eram descritos em linguagem corrente.

A Álgebra como estudo de relações entre grandezas é uma concepção de Usiskin (1995) também bastante explorada no material do Sistema de Ensino desde os anos iniciais. “Os alunos já trabalharam com várias situações que exigiam a análise da dependência entre duas grandezas, principalmente em situações de cálculo mental ou resolução de problemas”. (COLEÇÃO ANGLO, 2014, p. 34).

Como professor do Ensino Fundamental II em uma unidade do Sistema de Ensino Anglo tenho me deparado com dificuldades apresentadas pelos

alunos na resolução de tarefas, concebidas na perspectiva da Álgebra como Aritmética generalizada. As dificuldades apresentam-se especificamente nas finalidades da concepção, ou seja, traduzir e generalizar. Na transição entre traduzir e generalizar há uma conversão da língua natural para a linguagem matemática, mais especificamente, a linguagem algébrica.

Compreender estas dificuldades e, principalmente, aprimorar nossas ações docentes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática foram os elementos motivadores da realização deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

A seguir apresento as contribuições da literatura especializada para o problema de pesquisa apontado, bem como a formulação da questão de investigação.

1.3. Rumo à questão de investigação: descrição das etapas

No momento em que vou elaborando a escrita também exercito minhas reflexões sobre o percurso da pesquisa. Na sistematização de minhas ideias posso afirmar que a formulação da questão de investigação foi consolidada por duas etapas: o estudo da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval (2011, 2012) e o estudo da dissertação de Mestrado de Feio (2009) intitulada Matemática e linguagem: um enfoque na conversão da língua natural para a linguagem matemática.

A seguir apresento o conteúdo de cada uma destas etapas e suas contribuições para esta pesquisa.

1.3.1. Primeira etapa - Os registros de representação semiótica

No ensino de matemática fazemos uso constante de objetos abstratos e, de acordo com Duval, para apropriar-se de um determinado objeto matemático, o sujeito deve recorrer à sua representação. Para o autor “a maneira matemática de raciocinar e de visualizar está intimamente ligada às transformações das representações semióticas” (DUVAL, 2011, pág. 3).

Em sua teoria, Raymond Duval explica que os registros de representações são maneiras típicas de representar um objeto matemático, e o sistema no qual podemos representar um objeto matemático, denomina-se,

sistema ou registro semiótico. Os registros semióticos são importantes não somente por se constituírem um sistema de comunicação, mas também por possibilitarem a organização de informações a respeito do objeto representado.

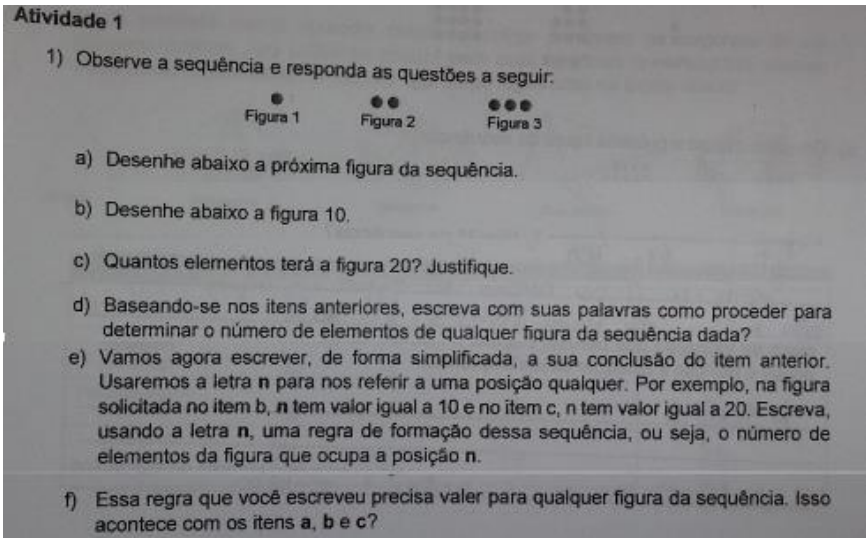
O termo registro de representação semiótica é usado para indicar diferentes tipos de representação como, por exemplo, escrita em língua natural, escrita algébrica, tabelas, gráficos cartesianos e figuras. Um registro de representação pode ser considerado semiótico quando permitir a formação de uma representação identificável; bem como as transformações de tratamento e conversão.

Os Tratamentos são transformações de representações internas a um mesmo registro, ou seja, “produzem uma representação semiótica do mesmo tipo que aquela de partida” (DUVAL, 2011, p.68). Tomando por base as tarefas aplicadas no trabalho de campo de nossa pesquisa, quando o aluno representa o registro figural de vários elementos, dado um padrão de construção da sequência numérica, ele não muda o tipo de registro.

As Conversões são transformações de representação que consistem em uma mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados, ou seja, “ao contrário dos tratamentos, produzem uma representação de um tipo diferente” (DUVAL, 2011, p.68).

Retomando as tarefas deste trabalho de campo, apresento a seguir um exemplo de conversão a partir do conteúdo dos enunciados.

Figura 1: Conteúdo da primeira tarefa



Atividade 1

1) Observe a sequência e responda as questões a seguir:

● ●● ●●●
Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) Desenhe abaixo a próxima figura da sequência.

b) Desenhe abaixo a figura 10.

c) Quantos elementos terá a figura 20? Justifique.

d) Baseando-se nos itens anteriores, escreva com suas palavras como proceder para determinar o número de elementos de qualquer figura da sequência dada?

e) Vamos agora escrever, de forma simplificada, a sua conclusão do item anterior. Usaremos a letra n para nos referir a uma posição qualquer. Por exemplo, na figura solicitada no item b, n tem valor igual a 10 e no item c, n tem valor igual a 20. Escreva, usando a letra n , uma regra de formação dessa sequência, ou seja, o número de elementos da figura que ocupa a posição n .

f) Essa regra que você escreveu precisa valer para qualquer figura da sequência. Isso acontece com os itens a, b e c?

Fonte: arquivo do pesquisador

Os itens “a”, “b” e “c” desta tarefa induz uma atividade matemática feita sob um mesmo registro, configurando uma transformação na modalidade de tratamento. Já o item “c” induz o aluno optar pelo registro de língua natural e/ou registro numérico. A passagem do item “b” para o item “c” denota uma mudança de registro de representação semiótica, ilustrando assim uma conversão. Tal transformação também ocorre na passagem do item “d” para o item “e” e deste para o item “f”. Nestes três itens há a seguinte mobilização de registros semióticos: registro da língua natural para registro algébrico para registro numérico.

Para Raymond Duval, a mudança de registro de uma representação dada é essencial, “é o primeiro gesto do pensamento em matemática; sem esse gesto, nenhuma atividade ou pensamento matemático é possível” (DUVAL, 2011, p. 119).

Os alunos sujeitos de nossa pesquisa, uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, eram extremamente heterogêneos, no que diz respeito à bagagem matemática. Além de uma parte considerável dos alunos apresentarem dificuldades em aritmética, naquele ano escolar, era a primeira vez que todos estes alunos estavam tendo contato com a álgebra.

Dos estudos que realizamos, destacamos a dissertação de Mestrado de Feio (2009), a qual nos baseamos tanto para inserir o aluno no ‘mundo da álgebra’, quanto para construir nossa questão de investigação.

1.3.2. Segunda etapa - a conversão da língua natural para a linguagem matemática: contribuições da pesquisa de Feio (2009)

Feio (2009) afirmou que no contexto escolar a linguagem matemática necessita do complemento da língua natural, porém, nesta conversão, surgem dificuldades que por vezes os alunos não conseguem superá-las. Identificar e investigar as razões destas dificuldades foi o objetivo da pesquisa desse autor. Para isto, Feio (2009) aplicou tarefas para duas classes de 1ª e 3ª série do Ensino Médio da rede pública de Belém – PA e analisou os registros escritos das atividades matemáticas dos alunos, bem como as interlocuções ocorridas nas salas de aula durante este evento.

A primeira dificuldade advém do fato de que diferentes registros de representação semiótica de um mesmo objeto matemático contem diferentes conteúdos matemáticos envolvidos, segundo a perspectiva de Duval. De acordo com Feio (2009, p.85), “para os alunos, o conceito do objeto matemático é modificado de acordo com o registro de representação utilizado em uma atividade matemática realizada em sala de aula”.

A segunda dificuldade foi associada ao fato de existir em uma situação problema, regras matemáticas, que precisam ser interpretadas corretamente para ocorrer com sucesso na conversão dos registros em questão. Por exemplo, a simbologia da expressão $A \cap B$, não traz explicitamente o significado de intersecção de dois conjuntos, nem tampouco esclarece o que é intersecção. Nesse sentido é que o autor afirma existir sempre um resíduo subjacente à simbologia de uma linguagem formalizada como a da Matemática. Segundo Feio (2009, p.86),

cabe ao professor, ao formular textos de uma situação problema ou até mesmo selecionar problemas de livros didáticos, ter a sensibilidade de examinar se essas regras implícitas nos textos estão acessíveis a compreensão dos alunos de acordo com o que foi trabalhado em sala de aula.

A terceira dificuldade diz respeito à falta de compreensão de palavras utilizadas nos textos de situações problemas. Para Feio (2009, p.86) a conversão dos registros não está ligada exclusivamente ao acesso semiótico das representações, “pois há de se levar em consideração a polissemia da língua natural que quando utilizada na Matemática, pode gerar múltiplos significados”. De acordo com Wittgenstein (1991) é preciso levar em conta os jogos de linguagem; por exemplo, a palavra triângulo tem um significado em geometria que difere da placa de trânsito que, por sua vez, difere do instrumento musical.

A expressão ‘jogo de linguagem’ é essencial no livro Investigações Filosóficas de Wittgenstein (1991) pois, segundo Feio (2009), ele utiliza como um método para mostrar os diferentes usos dos conceitos, porém o autor não apresenta uma definição para a expressão. Em sua obra, Wittgenstein (1991) apresenta exemplos de ações que contemplam os jogos de linguagem, como

“resolver um problema de cálculo aplicado, relatar um acontecimento, expor uma hipótese e prová-la, etc” (FEIO, 2009, p.61)

O quarto tipo de dificuldade diz respeito à atribuição de significados aos signos utilizados na linguagem matemática. Como exemplo de uso de signo, podemos citar o uso de letras como significado de um valor desconhecido e que pretende-se encontrá-lo. Na perspectiva de Granger (1974), a significação de signos matemáticos emerge da experiência vivida. É muito mais fácil realizar um cálculo com números do que com letras, pois é algo que o aluno vivencia no cotidiano. Para Granger (1974) apud Feio (2009) a leitura da linguagem matemática depende da interpretação e do significado dos símbolos.

Assim, segundo Feio (2009, p.87-88), “o professor deve auxiliar seus alunos, por meio de atividades realizadas em sala de aula que proporcionem a aquisição da leitura e interpretação do simbolismo e das palavras usadas nos textos matemáticos escritos em língua natural”.

As quatro dificuldades dos alunos na conversão do registro de língua natural para a linguagem matemática, tratadas na pesquisa de Feio (2009) podem ser sistematizadas como: diferentes registros mobilizam diferentes conteúdos, interpretação de regras, palavras com ambiguidade de sentidos e dificuldades para atribuir significados.

A leitura da dissertação de Feio (2009) serviu de suporte às minhas ações docentes frente à heterogeneidade de bagagem matemática daquela turma do 7º ano do Ensino Fundamental do Anglo de Salto de Pirapora. Como o ensino de álgebra deste sistema apostilado que visa a produção de significados nos contextos apresentados em detrimento dos procedimentos algébricos destituídos de significação, a discussão sobre a linguagem matemática a partir da conversão da língua natural feita por Feio (2009) impulsionou a nossa forma de ensinar o referido aluno nesse estágio de iniciação à linguagem algébrica.

Em termos de formulação da questão de investigação sistematizei na seguinte indagação: **quais as dificuldades apresentadas pelos alunos envolvidos em tarefas algébricas?**

Para buscar respostas para este problema de pesquisa analiso a produção escrita dos alunos; descrevendo suas possíveis dificuldades, tomando por base as categorias formuladas pelos resultados da pesquisa de Feio (2009).

No próximo capítulo apresento uma descrição do percurso metodológico dessa pesquisa.

2. PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

A seguir dedico a descrever sobre a escolha da metodologia de pesquisa, o contexto escolar, os sujeitos da pesquisa e o instrumento de coleta de dados.

2.1. Natureza da pesquisa

Dada a formulação da questão norteadora desta pesquisa, a opção metodológica adequada é a pesquisa qualitativa por eu estar interessado em noções de compreensão, significado e ação (COUTINHO, 2008). De acordo com esta autora estou interessado em saber com os referidos alunos interpretam as tarefas propostas e, conseqüentemente, que atividades matemáticas são produzidas neste processo.

O percurso qualitativo desta pesquisa é permeado pela modalidade de estudos naturalistas ou de campo, especificamente, uma pesquisa de intervenção (NACARATO et al, 2005). A produção de informações para minha pesquisa foi obtida via registros escritos das atividades desenvolvidas pelos alunos em sala de aula. Trata-se de uma pesquisa de intervenção, devido à presença do professor-pesquisador na análise da aprendizagem de um conteúdo matemático específico.

Nas próximas seções apresento características do contexto investigado: a escola, os sujeitos da pesquisa e as tarefas planejadas e aplicadas na sala de aula.

2.2. Colégio Anglo Salto de Pirapora

A pesquisa foi desenvolvida no Colégio Anglo Salto de Pirapora, na cidade de Salto de Pirapora, Estado de São Paulo. Essa escola atualmente possui aproximadamente 150 alunos, com 12 salas de aulas, laboratório de informática, sala de leitura, sala de vídeo e biblioteca. Nessa escola leciono matemática desde agosto de 2012 no Ensino Fundamental II, 7º e 8º anos e, em todo o Ensino Médio.

Desde o ingresso nessa escola percebi que a cada novo ano chegavam alunos oriundos de diversas escolas, não só da própria cidade, mas também de regiões circunvizinhas. Uma parte considerável desses alunos novatos apresentavam dificuldades preocupantes em matemática. De acordo com o relato de alguns pais, as causas de tais dificuldades estavam relacionadas a alguns problemas como a falta de professores de matemática, alguns alunos tinham aulas dessa disciplina com professores de português; salas de aula com 50 alunos; entre outros.

Essa realidade tornou-se mais agravante a partir do ano letivo de 2014. A cada dez alunos novatos, oito apresentavam ausência de pré-requisitos básicos para acompanhar o ano em que estavam inseridos. Por exemplo, naquele ano, dos sete alunos matriculados no 8º ano, cinco não tinham conhecimento algum sobre a linguagem algébrica, até a palavra 'equação' soava estranho para eles, sendo que este assunto deveria ter sido abordado no 7º ano.

Percebi a necessidade de se fazer um trabalho a parte com esses alunos ingressantes no 8º ano com objetivo de minimizar possíveis dificuldades de aprendizagem na matemática. Em conversa com o núcleo gestor, foi proposto um projeto que visava amenizar esses problemas através de aulas de reforço ministradas em turno extra, com situações que abordassem a introdução à álgebra.

Na sala do 7º ano, no ano letivo de 2014, ingressaram quatro alunos novatos, porém, as dificuldades mais agravantes foram detectadas pelos professores de português em leitura e produção textual. Por esta razão, o trabalho com as aulas de reforço para esta turma, no período da tarde, foi priorizado para língua portuguesa.

No 7º ano, a introdução à álgebra no Sistema de Ensino Anglo ocorre a partir do 2º bimestre. Sabendo disso, verificamos que esse reforço escolar para os cinco alunos do 8º ano poderia ser feito ao longo do 1º semestre de 2014. Tais aulas foram ministradas a tarde, de segunda a sexta, duas aulas de cinquenta minutos cada. Os pais foram comunicados sobre esse projeto e as razões pelas quais seus filhos foram inseridos no mesmo.

Tomando por base Granger (1974), uma das bases teóricas da dissertação do Feio (2009), tal autor afirmou que é a experiência com o contexto que facilitará a apreensão dos conceitos. Levando em conta esta concepção, explorei de diversas formas tarefas envolvendo o cálculo do valor numérico de expressões algébricas.

Minha intenção foi fazer com que eles se adaptassem com a substituição de letras por números, como no exemplo a seguir:

Figura 2: Primeiro exemplo de tarefa algébrica

Sendo $x = 3$ e $y = -2$, calcule o valor numérico das expressões algébricas:

a) $2x - 3y =$ b) $4y + x - 5$ c) $\frac{2}{3}x - 5y =$

Fonte: arquivo do pesquisador

Após considerar que o cálculo do valor numérico de expressões algébricas estava sendo apreendido satisfatoriamente, iniciei uma preparação para a resolução de problemas, optando pela concepção de álgebra como aritmética generalizada (USISKIN, 1995). A ideia inicial foi mostrar aos alunos que as mesmas propriedades da adição, como por exemplo, comutativa, associativa e distributiva da multiplicação em relação à adição, poderiam também ser trabalhadas com letras. Em seguida passamos para situações problemas que exigiam a conversão da língua natural em linguagem algébrica, como citamos a seguir:

Figura 3: Segundo exemplo de tarefa algébrica

Represente algebricamente as informações em cada item:

a) Um número.

b) O triplo desse número.

c) O triplo desse número somado com sete.

d) A quarta parte desse número.

Fonte: arquivo do pesquisador

Depois de verificar que a apreensão desses conceitos de álgebra estavam sendo satisfatórios, o próximo passo foi explorar situações problemas que envolviam generalização de modelos. As tarefas propostas foram similares às tarefas que aplicamos no trabalho de campo da nossa pesquisa, as quais valorizaram as transformações de tratamento e conversões dos registros de representação semiótica. Segue um exemplo deste tipo de tarefa abordado nas aulas de reforço:

Figura 4: terceiro exemplo de tarefa algébrica

Observe a sequência de figuras abaixo e faça o que se pede em cada item:




Figura 1




Figura 2




Figura 3

a) Desenhe a próxima figura:

b) Quantos quadrados terá a figura 10? Justifique.

c) Chamando de 'x' a posição de cada figura, escreva uma expressão algébrica que permita calcular a quantidade de quadrados em qualquer posição.

Fonte: arquivo do pesquisador

O enunciado desta tarefa é composto por dois casos de tratamentos e dois de conversão. Esperava-se que na resposta ao item 'a' e 'b' os alunos utilizassem apenas o registro figural. Ao solicitar a justificativa no item 'b', a intenção foi induzi-los a fazer uma conversão do registro figural para língua natural. No item 'c', nosso objetivo era fazer com que os alunos se apropriassem de qualquer um dos itens anteriores ou da própria sequência de figuras de forma a fazer uma conversão para o registro algébrico.

Todas as tarefas que propomos nas aulas de reforço tiveram o mesmo escopo das citadas anteriormente. Nosso objetivo foi proporcionar o estudo de situações-problema envolvendo a mobilização de diferentes registros de representação semiótica, sempre procurando conceituar tudo o que era abordado no problema, evitando que os possíveis resíduos existentes nos enunciados se tornassem um obstáculo para resolução.

2.3. Instrumento de pesquisa para a produção de informações

No 2º bimestre de 2014, apliquei três tarefas como instrumento de minha pesquisa para 25 alunos do 7º ano e para os 5 alunos do 8º ano. A opção por incluir esses cinco alunos do 8º ano, foi para verificar se as atividades propostas durante as aulas de reforço haviam realmente contribuído na resolução de problemas, minimizando as dificuldades encontradas por eles na interpretação desses enunciados, facilitando a mobilização de registros semióticos.

Em relação aos 25 alunos do 7º ano, as tarefas tiveram como objetivo detectar a existência ou não de dificuldades na interpretação dos enunciados bem como na mobilização dos referidos registros, tendo em vista que a aplicação deste instrumento de produção de informações para análise precedeu o primeiro contato com a álgebra, de acordo com o conteúdo programático do Sistema de Ensino Anglo.

As questões aplicadas envolveram a concepção de álgebra como aritmética generalizada (USISKIN, 1995), devido ao enfoque dado ao ensino de álgebra neste sistema apostilado de ensino. Nessa concepção de aritmética generalizada, as variáveis são pensadas como generalizadoras de modelos e é a concepção mais presente no material usado pelos nossos alunos.

As tarefas **1** e **2** exploraram a álgebra como generalizadora em contextos numéricos. A tarefa **3** explorou a generalização em um contexto geométrico. Embora estejam em contextos diferentes, o objetivo das tarefas foi o mesmo: verificar as dificuldades de interpretação dos enunciados e de que forma elas podem interferir nos tratamentos e nas conversões.

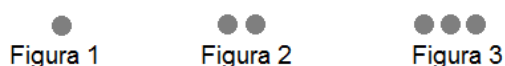
3. A PRODUÇÃO DE INFORMAÇÕES

Em relação às três tarefas aplicadas, organizei a análise apresentando inicialmente a resposta esperada para cada questão. Em seguida, de posse dos registros escritos dos alunos, apresentamos o desempenho quantitativo de cada questão seguido da respectiva análise qualitativa, levando em consideração as quatro dificuldades na resolução de problemas, identificadas por Feio (2009): diferentes registros mobilizam diferentes conteúdos, interpretação de regras, palavras com ambiguidade de sentidos e dificuldades para atribuir significados.

3.1 Análise prévia da tarefa 1

Apresento o enunciado da **tarefa 1** seguido da resposta esperada:

1) Observe a sequência e responda as questões a seguir:



- a) Desenhe abaixo a próxima figura da sequência.
- b) Desenhe abaixo a figura 10.
- c) Quantos elementos terá a figura 20? Justifique.
- d) Baseando-se nos itens anteriores, escreva com suas palavras como proceder para determinar o número de elementos de qualquer figura da sequência dada?
- e) Vamos agora escrever, de forma simplificada, a sua conclusão do item anterior. Usaremos a letra **n** para nos referir a uma posição qualquer. Por exemplo, na figura solicitada no item b, **n** tem valor igual a 10 e no item c, **n** tem valor igual a 20. Escreva, usando a letra **n**, uma regra de formação dessa sequência, ou seja, o número de elementos da figura que ocupa a posição **n**.
- f) Essa regra que você escreveu precisa valer para qualquer figura da sequência. Isso acontece com os itens **a**, **b** e **c**?

Em termos de resposta foi esperado que nos itens **a**, **b** e **c**, os alunos associassem que a quantidade de elementos de cada figura corresponde à sua posição, podendo, inclusive, justificar o item 'c' fazendo a conversão do registro figural para o registro da língua natural. Esta justificativa para o item 'c', tem por objetivo instigar seu raciocínio para a generalização da construção da sequência. Neste sentido, foi desejado que no item 'd' perceba que o número de elementos de uma figura qualquer é igual ao número que indica a posição que ela ocupa na sequência. Portanto, para o item 'e' desejamos que o aluno

utilize o registro algébrico para designar uma expressão tal como $f_n = n$. De posse da relação algébrica, o item 'f' teve como objetivo instigar o aluno a refletir que tal relação deve atender qualquer termo da sequência numérica.

3.2 Análise da produção escrita da tarefa 1

Na **tabela 1** apresento uma análise quantitativa do desempenho dos alunos. Na sequência discuto as possíveis dificuldades apresentadas.

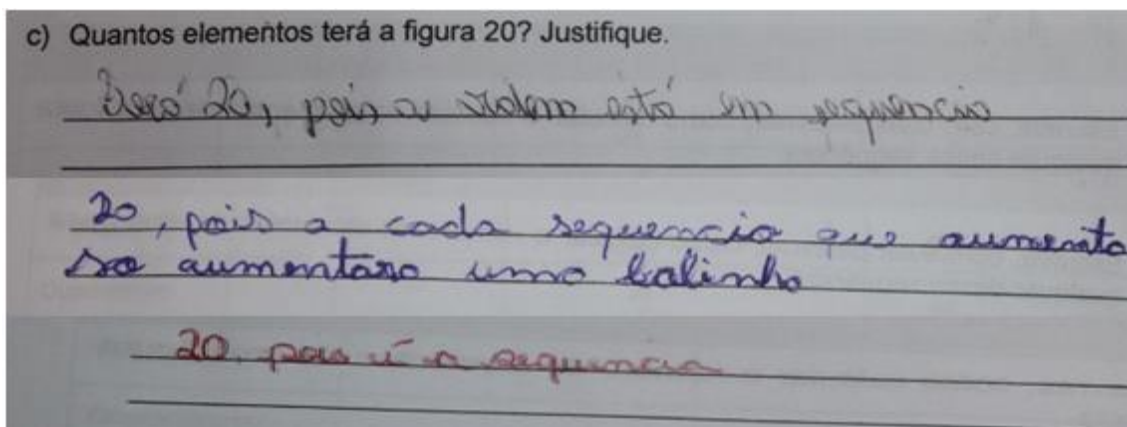
Tabela 1: análise quantitativa de desempenho na tarefa 1

Item	Nº de acertos	Dificuldades encontradas
A	30	Nenhuma
B	30	Nenhuma
C	30	Justificar usando termos adequados
D	29	Dificuldades para atribuir significados
E	8	Dificuldades para atribuir significados
F	27	Dificuldades para atribuir significados

Fonte: arquivo do pesquisador

Na transição do item 'a' para o item 'b', não houve a mudança de registro de representação semiótica, garantindo um bom rendimento dos alunos. No item 'c', mantido o registro numérico, embora todos tenham concluído que a resposta era 20; verificamos uma dificuldade para 3 alunos do 7º ano em expressar-se usando termos adequados. Na **figura 5** apresentamos os protocolos de respostas destes alunos e, posteriormente, uma discussão sobre seu conteúdo.

Figura 5: três respostas para o item 'c' da tarefa 1



Fonte: Arquivo do pesquisador

A princípio percebi que estes três alunos, tiveram a intenção de justificar da forma que esperávamos, porém nas frases há ausências de palavras que permitam a compreensão da linguagem matemática em questão.

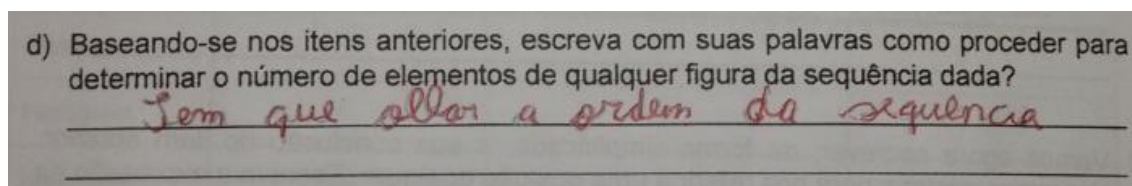
Na resposta “20, pois a cada sequência que aumenta só aumentará uma bolinha”, o aluno utilizou a expressão “sequência que aumenta” e o adequado seria escrever “cada novo termo ou figura”.

Nas respostas “20, pois é a sequência” e “será 20, pois a ordem está em sequência”, os alunos deixaram a cargo do leitor, atribuir significado ao conteúdo descrito, no qual o correto é a inserção da palavra “termo”.

Nestas três respostas apresentadas os alunos ainda não compreenderam que uma sequência numérica na forma de figuras é constituída por um conjunto de termos. Muito provavelmente os alunos têm dificuldade de atribuir significado, devido a precariedade da conceituação do que é uma sequência.

No item ‘d’, minha intenção foi induzi-los na conversão do registro figural para o registro da língua natural. Apenas um aluno do 7º ano não apresentou uma resposta esperada, pois ele também usa a palavra sequência de forma inadequada, conforme protocolo a seguir:

Figura 6: resposta de um aluno do 7º ano



Fonte: arquivo do pesquisador

A palavra sequência em matemática tem significado similar ao uso comum desta palavra, mas recebe uma definição precisa, quando associada à expressão “sucessão de termos”. Porém, o aluno vinculou esta expressão no lugar de “olhar a ordem”.

O item ‘e’ cujo objetivo era formular uma regra de formação dessa sequência; houve a maior incidência de erros. Apenas três alunos da turma do 7º ano acertaram este item. Os alunos restantes dessa turma, basicamente ainda não tinham o significado de notação (simbologia) para definir

genericamente uma sequência. Apresentamos na **figura 7** a transcrição de quatro respostas dos alunos para ilustrar nossa análise:

Figura 7: transcrição das respostas do item “e” da tarefa 1

n=10 n=20 e então vai aumentando em dez
n=10
A sequencia de N é de 10 em dez
n=10 na figura 10, n=20 na figura 20

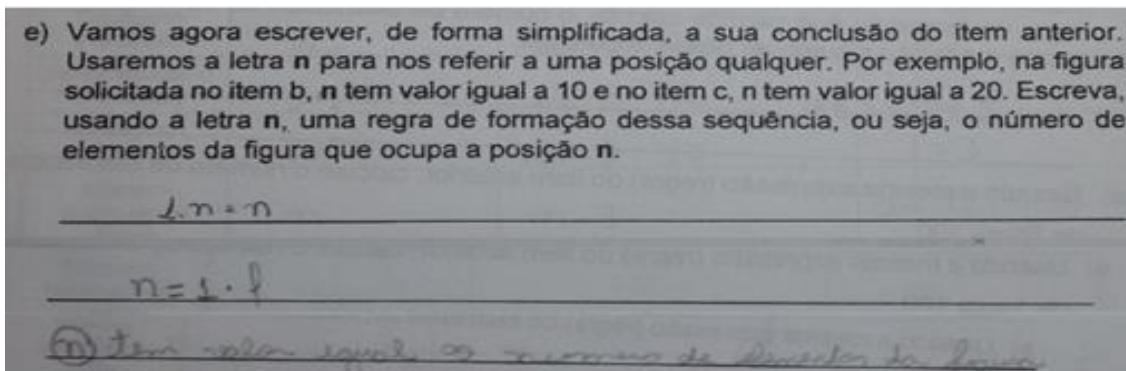
Fonte: arquivo do pesquisador

Esses alunos responderam como se o enunciado terminasse na segunda frase: “Vamos agora escrever, de forma simplificada, a sua conclusão do item anterior. Usaremos a letra **n** para nos referir a uma posição qualquer. Por exemplo, na figura solicitada no item b, **n** tem valor igual a 10 e no item c, **n** tem valor igual a 20 (...)”. Inclusive suas respostas indicaram que eles estavam expondo uma relação com a sequência que nem havia sido solicitado no item ‘e’, por exemplo, quando afirmaram que ‘a sequência é de 10 em 10’.

No momento que o enunciado apresentou a solicitação de escrever a regra de formação usando a letra **n**, nada ficou claro para eles. Na perspectiva de Granger (1974), a significação de signos matemáticos emerge da experiência vivida. Os alunos do 7º ano nunca haviam se deparado com questões que usassem letras para generalizar modelos. Eles estavam habituados a calcular com números e não com letras. O cálculo com letras não fazia parte do cotidiano escolar desses alunos. Isso justificou o alto índice de respostas erradas. Para Granger (1974) apud Feio (2009) a leitura da linguagem matemática depende da interpretação e do significado dos símbolos.

Os 3 alunos do 7º ano que responderam de forma coerente o item “e” sempre tiveram facilidade com resolução de problemas envolvendo operações aritméticas e muita facilidade em leitura e interpretação de textos. Acredito ser este um fator contributivo para coerência de suas respostas, conforme protocolos a seguir:

Figura 8: Resposta dos três alunos do 7º ano



Fonte: arquivo do pesquisador

Os cinco alunos do 8º ano responderam conforme o esperado tendo em vista que eles já estavam habituados com questões envolvendo generalização de modelos. Durante as aulas de reforço esses cinco alunos do 8º ano foram auxiliados por meio de tarefas que proporcionaram a aquisição de leitura e interpretação do simbolismo e das palavras usadas nos textos matemáticos. A falta de experiência com questões que envolvem esse tipo de questão pode ter contribuído para o insucesso nas respostas dos alunos que erraram.

Posso apontar aqui mais um fator que contribuiu para o insucesso nas respostas do item 'e': o termo 'regra de formação'. Este termo pode não só ter soado estranho para os alunos do 7º ano, como também pode ter sido determinante na dificuldade em atribuir significado para letra n .

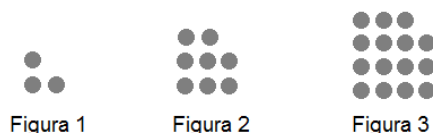
No item 'f' (Essa regra que você escreveu precisa valer para qualquer figura da sequência. Isso acontece com os itens **a**, **b** e **c**?), como não foi solicitado ao aluno uma justificativa, então a maioria acertou. É fato que a maioria das respostas 'sim' não estavam relacionadas com a regra de formação do item 'e', tendo em vista que a maioria não soube expressar essa regra corretamente.

O surgimento de uma dificuldade a mais em relação às quatro dificuldades citadas por Feio, evidencia uma possibilidade de existência de outros fatores contributivos para os obstáculos encontrados pelos alunos no processo de conversão.

3.3 Análise prévia da tarefa 2

Apresentamos a seguir o enunciado da **tarefa 2** seguido da resposta esperada.

Considere a sequência:



- Desenhe abaixo a próxima figura da sequência.
- Quantos pontos terão as figuras 7, 15 e 21 da sequência?
- Escreva, com suas palavras, como calcular o número de elementos de uma figura qualquer dessa sequência.
- Vamos agora escrever, de forma simplificada, a sua conclusão do item anterior. Usaremos a letra **z** para nos referir a uma posição qualquer. Escreva a expressão da regra de formação que permite calcular o número de elementos de uma figura que ocupa a posição **z** qualquer dessa sequência.
- Usando a mesma expressão (regra) do item anterior, calcule o número de elementos da figura 100.

A tarefa 2 seguiu a mesma linha de raciocínio da tarefa 1, porém, exigiu um pouco mais de esforço cognitivo. No item 'a' esperamos uma representação figural com 24 elementos. Nos itens 'b' e 'c', minha intenção era que eles fizessem a conversão do registro figural para linguagem natural, concluindo que o número de elementos de cada figura é dado pelo quadrado do número posterior ao da posição que ela ocupa, diminuído de uma unidade.

No item 'd', meu objetivo era que eles fizessem a conversão para o registro algébrico, chegando a conclusão de que a regra de formação que permite calcular o número de elementos de cada figura é dada por $(z + 1)^2 - 1$. De posse dessa regra de formação, espero que os itens 'd' e 'e' sejam respondidos sem nenhuma dificuldade.

3.4 - Análise da produção escrita da tarefa 2

Na **tabela 2** apresento uma análise quantitativa do desempenho dos alunos. Na sequência discutimos as possíveis dificuldades apresentadas.

Tabela 2: análise quantitativa da atividade 2

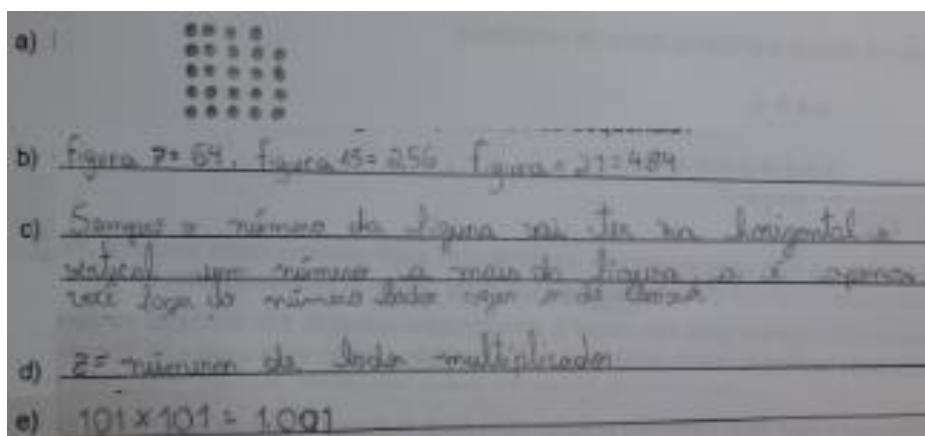
Item	Nº de acertos	Dificuldades encontradas
a	19	Interpretação de regras
b	8	Interpretação de regras
c	8	Interpretação de regras
d	8	Interpretação de regras
e	8	Interpretação de regras

Apesar desta questão também envolver o fenômeno de congruência, a questão 2 exigiu um esforço cognitivo maior em relação à questão 1; haja visto que o bom desempenho diminuiu significativamente. Neste tipo de fenômeno, a passagem de uma frase para uma expressão simbólica, de uma representação gráfica para uma expressão simbólica ou de uma figura a outra; na substituição dos conteúdos, há uma correspondência direta e fácil de ser reconhecida.

O item 'a' atingiu um número maior de acertos por exigir apenas que o aluno observasse o modelo de construção das figuras para desenhar a próxima. O tratamento existente no item 'a' não dificultou a interpretação da maioria dos alunos. Mesmo assim, ainda teve 11 respostas erradas, com figuras contendo mais ou menos do que 24 elementos. Isso deve ter ocorrido pelo fato de que a regra implícita na sequência de figuras não estava acessível para esses alunos; comprometendo inclusive a resolução dos itens posteriores.

Dos 19 alunos que acertaram o item 'a', apenas 8 continuaram respondendo os outros itens de acordo com suas interpretações. A figura 9 que apresenta as respostas de um aluno do 7º ano que, assim como os outros, mesmo acertando o item 'a', não conseguiu formular uma regra de formação para a sequência e, por isso, não respondeu corretamente os itens 'b' ao 'e':

Figura 9: resposta de um aluno do 7º ano



Fonte: arquivo do pesquisador

Dos 8 alunos que acertaram o item 'b', 3 eram do 7º ano e 5 do 8º ano. Como já mencionado anteriormente, esses 5 alunos do 8º ano já estavam acostumados com tarefas algébricas dadas nas aulas de reforço, contribuindo

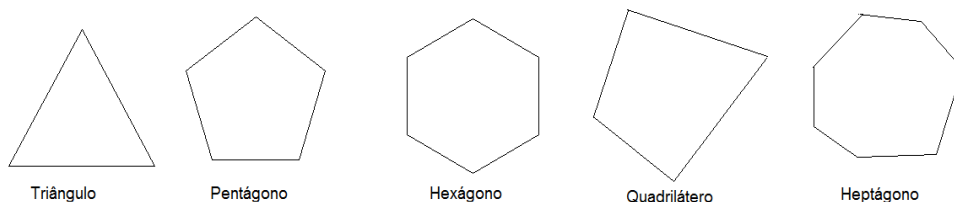
para o sucesso em suas respostas. Os 3 alunos do 7º ano conseguiram por possuírem um histórico de bons rendimentos em matemática, leitura e interpretação de texto em anos anteriores. Ficou evidente nesta tarefa 2 que acertar o item 'b' implicava em acertar os itens seguintes. Isso era de se esperar pelo fato de que, se um aluno acertou o item 'b', significa que ele visualizou uma regra de formação para a sequência. Nos itens seguintes eles deveriam fazer apenas conversões de registros. Do item 'b' para o item 'c' os alunos foram instigados a converter da linguagem numérica para língua natural. No item 'd', a conversão deveria ser feita para linguagem algébrica, usando a letra **z** como sugestão para escrever uma regra de formação. Após ser escrita, essa regra deveria ser aplicada no item 'e'.

Percebi nesta tarefa 2 que a interpretação da regra de formação da sequência de figuras está implícita e, portanto, inacessível para maioria dos alunos. Ficou clara a necessidade de um trabalho persistente com tarefas dessa natureza, visando o exercício da visualização de relações implícitas nos enunciados de problemas.

Análise prévia da tarefa 3

Apresento a seguir o enunciado da **tarefa 3** seguido da resposta esperada.

Nesta tarefa vamos aprender como determinar o número de diagonais de um polígono qualquer. Nos polígonos abaixo, trace suas diagonais e, em seguida, procure observar as regularidades existentes, que serão registradas na tabela abaixo:



Na última linha da tabela encontre a expressão algébrica que permite calcular o número de diagonais de um polígono qualquer.

Polígono	Número de lados ou de vértices	Número de diagonais que partem de cada vértice	Número total de diagonais
Triângulo			
Quadrilátero			
Pentágono			
Hexágono			
Heptágono			
Decágono(10 lados)			
Pentadecágono (15 lados)			
Icoságono(20 lados)			
Número qualquer de lados			

Nessa tarefa os alunos são instigados a converter do registro figural para o registro algébrico, utilizando o registro numérico (contagem do número de lados e diagonais) como auxiliar. Desejamos que os alunos sejam capazes de relacionar o número de lados de um polígono com o seu respectivo número de diagonais.

Para facilitar nesta percepção sugeri aos alunos pensar numa situação similar: imaginar os vértices de cada figura como pessoas em uma reunião, em que cada pessoa deveria cumprimentar todas as outras. Minha intenção era que eles percebessem que cada uma daria um número de apertos de mãos correspondente ao número de pessoas menos um; excluindo ela mesma. Em seguida, os alunos deveriam perceber que esse número deveria ser multiplicado pelo número de pessoas (vértices) da figura. Mas, ao se fazer esse produto, conta-se duplamente o número de cumprimentos; logo, esse valor precisaria ser dividido por dois. Procedendo assim, os alunos teriam condições de estabelecer a relação esperada.

3.5- Análise da produção escrita da tarefa 3

No que diz à 2ª coluna da tabela, correspondente ao 'número de lados ou de vértices' da figura, todos acertaram, o que era de se esperar, pois as respostas poderiam ser visualizadas nas próprias figuras. Porém, as

dificuldades encontradas estavam localizadas na 3ª coluna, 4ª coluna e na última linha, quando eles foram induzidos ao processo de generalização.

Para sistematizar a análise das respostas dessa tarefa, optei por separá-las em três categorias:

I – os que preencheram corretamente a 3ª coluna até icosaágono;

II – os que preencheram corretamente a última linha da 2ª e 3ª colunas;

III – os que preencheram corretamente a 4ª coluna.

A tabulação a seguir descreve o número de respostas corretas de acordo com as categorias definidas:

Tabela 3: Dados da tarefa 3

Categoria	Nº de acertos	Dificuldades encontradas
I	17	Palavras com ambiguidade de sentidos
II	9	Atribuição de significados
III	4	Interpretação de regras

Fonte: arquivo do pesquisador

Dos 30 alunos envolvidos nessa tarefa, 13 alunos não conseguiram acertar a 3ª coluna, que solicitava o ‘número de diagonais que partia de cada vértice’, contribuindo para que as outras colunas não fossem preenchidas. É muito provável que essas dificuldades estejam relacionadas a construção de significados para os conceitos em questão. Estes alunos não haviam se apropriado do conceito de diagonal e vértice de um polígono. A palavra diagonal no ensino de artes, por exemplo, significa percepção de profundidade.

Essa dificuldade em atribuir um significado para essa palavra no contexto em questão ficou evidente quando observamos que, nas figuras das atividades desses alunos, não havia registros de segmentos que representassem a determinação das diagonais.

A última linha da 2ª e 3ª colunas da tabela da tarefa 3 induziu os alunos a converter do registro numérico para o algébrico. Nossa intenção era fazer

com que eles atribuíssem um símbolo como, por exemplo, uma letra, para representar a expressão 'número qualquer de lados'. Como pode ser observado na tabela 3; nove alunos conseguiram responder de acordo com o esperado, ao todo os cinco alunos do 8º ano mais quatro do 7º ano. Os 21 restantes que erraram, não atribuíram nenhum símbolo, deixando em branco a última linha, sendo que desses 21 alunos, 13 escreveram um número qualquer.

Isto novamente explica o que afirma Granger sobre a experiência vivida. Os alunos do 7º ano não estavam acostumados com questões que envolviam generalização de modelos, por isso, esses 13 alunos entenderam como se a última linha apenas exigisse um exemplo diferente do que já havia sido exposto nas linhas anteriores.

A **figura 10** mostra as respostas de um aluno do 7º ano que acertou o preenchimento da 2ª e 3ª coluna, porém, na última linha ele não generalizou.

Figura 10: resposta da tarefa 3 de um aluno do 7º ano

Polígono	Número de lados ou de vértices	Número de diagonais que partem de cada vértice	Número total de diagonais
Triângulo	3	0	0
Quadrilátero	4	1	2
Pentágono	5	2	5
Hexágono	6	3	8
Heptágono	7	4	11
Decágono (10 lados)	10	7	20
Pentadecágono (15 lados)	15	12	35
Icoságono (20 lados)	20	17	50
Número qualquer de lados	8	5	14

Fonte: arquivo do pesquisador

A 4ª coluna deveria ser preenchida observando as quantidades de diagonais representadas nas figuras e os dados contidos na 2ª e 3ª coluna. O preenchimento desses dados só seria possível se o aluno visualizasse a relação existente entre o número de diagonais e o número de lados. Num total de 26 alunos não tiveram sucesso em suas respostas. A justificativa para esses erros está associada ao fato de existir em uma situação problema, regras matemáticas, que precisam ser interpretadas corretamente para ocorrer com sucesso na conversão dos registros em questão. Mesmo traçando as diagonais de todas as figuras dadas, a visualização de um regra matemática implícita

entre a 2ª, 3ª e 4ª colunas não foi possível. Isso também dificultou a conversão para o registro algébrico na última linha.

A seguir apresentamos as respostas de um aluno do 7º ano que chegou a acertar todo o preenchimento da 2ª e 3ª coluna.

Figura 11: Resposta de 1 aluno do 7º ano.

Polígono	Número de lados ou de vértices	Número de diagonais que partem de cada vértice	Número total de diagonais
Triângulo	3	0	0
Quadrilátero	4	1	2
Pentágono	5	2	5
Hexágono	6	3	9
Heptágono	7	4	15
Decágono (10 lados)	10	7	?
Pentadécágono (15 lados)	15	12	?
Icoságono (20 lados)	20	17	?
Número qualquer de lados	X	$X-3$	X

Fonte: arquivo do pesquisador

Embora tenha respondido corretamente a 2ª e 3ª colunas, inclusive generalizando a última linha, ele não conseguiu visualizar a relação implícita existente entre o número de diagonais e o número de lados das figuras dadas. Novamente, a falta de experiência com questões que exigem a conversão do registro geométrico para o algébrico contribuiu para o insucesso nas respostas da maioria dos alunos envolvidos nessa pesquisa.

Nesta tarefa 3, somente 4 alunos do 8º ano obtiveram sucesso em suas respostas. A fórmula usada para calcular o número de diagonais de um polígono no material do 8º ano no sistema anglo de ensino é vista somente no segundo semestre. Isso mostra que esses alunos acertaram a questão três por estarem mais habituados com tarefas algébricas que exigem generalização de modelos, deixando evidente que a experiência com o objeto matemático facilitará a atribuição de significados aos signos existentes nas tarefas.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como propósito investigar a existência de possíveis dificuldades encontradas pelos alunos ao se depararem com tarefas algébricas, principalmente os alunos de 7º ano que iniciam seus primeiros contatos com a álgebra. Em minha prática docente, eu já havia percebido algumas dificuldades relacionadas com transformações de registros, mas precisava analisá-las detalhadamente através da leitura de algumas obras que tratassem desse assunto.

A separação feita por Duval entre tratamento e conversão, foi de fundamental importância na tomada de decisão sobre os tipos de tarefas que eu deveria propor aos alunos ao introduzir álgebra no Ensino Fundamental II, principalmente em relação aos problemas envolvendo generalização de modelos.

As quatro dificuldades apontadas por Feio em sua dissertação e as considerações de Granger (1974) e Wittgenstein (1991) foram essenciais para a compreensão do insucesso dos alunos em tarefas algébricas, exatamente quando eles mostram que, no processo de transformação de registro, existem outros elementos contributivos para este insucesso, como por exemplo, a polissemia da língua natural, a falta de experiência em determinados contextos etc.

A resposta para nossa questão de investigação efetivou-se na identificação da existência de três dos quatro tipos de dificuldades apontadas por Feio (2009): interpretação de regras, dificuldade em atribuir significados e palavras com ambiguidade de sentidos. As considerações de Granger (1974), uma das bases teóricas de Feio (2009), também deram suporte na justificativa dos erros dos alunos, pois falta de experiência com tarefas algébricas produziu dificuldades na interpretação do conteúdo da tarefa.

Este trabalho foi de suma importância em nossa prática docente, pois contribuiu para uma elaboração mais consciente de tarefas algébricas, sempre buscando expor aos alunos os significados de termos ambíguos encontrados

nos enunciados para facilitar as transformações de registros. Também me incentivou a dar continuidade com essa pesquisa em trabalhos futuros expandindo estudo das dificuldades envolvendo transformações de registros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

Coleção Anglo vestibulares ensino fundamental: 7º ano (matemática). São Paulo: Anglo, 2014. (Coleção Anglo ensino fundamental).

COUTINHO, Clara Pereira. A qualidade da investigação educativa de natureza qualitativa: questões relativas à fidelidade e validade. **Educação Unisinos**, v.12, n.1, p.5-15, jan./abr. 2008.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar**: os registros de representações semióticas. Org. Tânia M. M. Campos. Trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. Tradução de Mércles Thadeu Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v.7, n.1, p.97-117, 2012.

FEIO, Evandro dos Santos Paiva. **Matemática e linguagem**: um enfoque na conversão da língua natural para a linguagem natural. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Pará, Belém, 2009, 102p.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica elementar. **Pró-posições**, v.4, n. 1 (10), p. 78-91, 1993.

GRANGER, Gilles-Gaston. **Filosofia do Estilo**. Tradução de Escarlett Zebertto Marton. São Paulo: Perspectiva, 1974.

NACARATO, Adair Mendes et al. Modalidades de pesquisas em educação matemática: um mapeamento de estudos qualitativos do GT-19 da Anped. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 28., 2005, Caxambu. **Anais...** 19p. Caxambu, 2005. CD-ROM.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P.(Org). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995, p. 9-22.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas**. Tradução de José Carlos Bruni, 5ª ed. São Paulo: Nova Cultural, 1991. (Coleção. Os pensadores; 10)