

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar
Campus de Sorocaba/SP

**Vertentes da Resolução de Problemas: um olhar a partir das
pesquisas acadêmicas**

Trabalho de Conclusão de Curso
Luciana Keiko Nagae da Silva

Orientador: Prof. Dr. Paulo César Oliveira

Sorocaba

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCAR

Campus de Sorocaba/SP

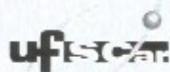
**Vertentes da Resolução de Problemas: um olhar a
partir das pesquisas acadêmicas**

Luciana Keiko Nagae da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado junto à Banca Examinadora da Universidade Federal de São Carlos – campus Sorocaba, como exigência parcial para a obtenção do título de **LICENCIADA EM MATEMÁTICA**, sob a orientação do Professor Dr. Paulo César Oliveira.

Sorocaba

2019



Folha de aprovação

Luciana Keiko Nagae da Silva

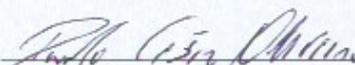
**"VERTENTES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM OLHAR A
PARTIR DAS PESQUISAS ACADÊMICAS"**

Trabalho de Conclusão de Curso

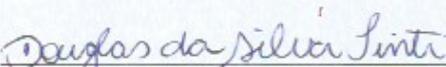
Universidade Federal de São Carlos – *Campus Sorocaba*

Sorocaba, 08/02/2019.

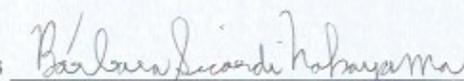
Orientador


Prof. Dr. Paulo César Oliveira

Membro 2


Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti

Membro 3


Prof.ª Dr.ª Bárbara C. M. Sicardi Nakayama

*À minha mãe, por seu amor que
meu deu forças para chegar até
aqui e, ao meu orientador, por
conduzir com tanto empenho este
trabalho, por sua dedicação e
paciência.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço imensamente à minha mãe, que tornou toda minha trajetória na universidade possível, me encorajou, me ajudou e foi meu ombro amigo durante as dificuldades nesses 6 anos de curso. Cada conselho e motivação com certeza me ajudaram a chegar nessa etapa final do curso.

Agradeço também ao meu pai e irmão que também tiveram parte importante, mesmo que muitas vezes indiretamente, mas sempre de forma encorajadora e sempre apoiando todas as minhas decisões.

Agradeço ao meu orientador e professor Paulo Cesar Oliveira por toda dedicação, ajuda e paciência, tanto para a conclusão desse trabalho quanto em suas disciplinas ministradas ao longo do curso e também do estágio. Aprendemos não apenas matemática em suas aulas, mas também como sermos pessoas melhores o tendo como exemplo.

Agradeço aos professores Graciele P. Silveira, Silvia Maria Simões de Carvalho e Wladimir Seixas, que são muito queridos por mim, por toda ajuda e exemplo que tive durante essa trajetória.

Por fim, agradeço a todos os colegas e amigos que fiz na UFSCar, por todas conversas, trabalhos, aprendizados que pude ter com eles. Serão pessoas que terei sempre um carinho muito especial.

RESUMO

Este trabalho retrata aspectos relevantes da pesquisa em Resolução de Problemas com implicações para o processo ensino-aprendizagem-avaliação na educação básica e superior, bem como no desenvolvimento do campo da Educação Matemática. Para o cumprimento deste propósito formulamos a seguinte questão de investigação: quais as contribuições do ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas na constituição do “ser professor”? O percurso metodológico adotado foi a pesquisa qualitativa na modalidade bibliográfica, cuja fonte básica de análise foi o livro “Perspectivas para Resolução de Problemas”. Como resultado de pesquisa destacamos que o trabalho do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) trouxe grandes contribuições para a área da matemática, em especial ao criar uma metodologia que leva o professor a se desafiar e desafiar seus alunos, através de um trabalho dinâmico e com muitos processos criativos para sua execução, trazendo uma aprendizagem significativa e construção do conhecimento.

Palavras-chave: resolução de problemas, metodologia, ensino, aprendizagem, avaliação.

ABSTRACT

This work presents relevant aspects of the research on problem-solving approach with implications for the teaching-learning-assessment process in basic and higher education, as well as in the development of the field of Mathematics Education. To accomplish this purpose, we asked the following question: what are the contributions of teaching-learning-assessment through Problem Solving on the constitution of "being a teacher"? The methodological approach adopted was qualitative in the bibliographic modality, whose basic source of analysis was the book "Perspectives for Problem Solving". As a result of the research, we highlighted that the work of the Working Group and Studies in Problem Solving (GTERP, in Portuguese) has brought great contributions to the area of mathematics, especially in creating a methodology that leads the teachers to challenge themselves and challenge their students through a dynamic work and with many creative processes for its execution, bringing a meaningful learning and knowledge construction.

Keywords: problem solving, methodology, teaching, learning, assessment.

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: PESQUISAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	23
--	-----------

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: TIPOS DE TAREFAS.....	34
FIGURA 2: DECOMPOSIÇÃO DO LOSANGO	49

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
CAPÍTULO I.....	21
1.1 PROBLEMAS E/OU OBJETIVOS DAS PESQUISAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES	22
1.2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	23
1.3 CENÁRIOS DE FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES.....	25
CAPÍTULO 2.....	27
2.1 O QUE É UM PROBLEMA?.....	27
2.2 ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	29
2.3 ENSINO EXPLORATÓRIO.....	31
CAPÍTULO 3.....	33
3.1 VARIÁVEIS PARA PESQUISA EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	33
3.1.1 <i>Variáveis Independentes</i>	33
3.1.1.1 Variáveis do Sujeito.....	34
3.1.1.2 Variáveis de Tarefas.....	34
3.1.1.3 Variáveis de Situação	35
3.1.2 <i>Variáveis Dependentes</i>	36
3.1.2.1 Variáveis Concomitantes.....	36
3.1.2.2 Variáveis de Produto	37
3.1.2.3 Variáveis de Processo.....	37
3.1.2.4 Variáveis de Avaliação	37
3.2 VARIÁVEIS PARA PESQUISA SOBRE O ENSINO DA HEURÍSTICA EM MATEMÁTICA	37
3.2.1 <i>Variáveis Independentes</i>	38
3.2.1.1 Variáveis de Tratamento Instrucional	38
3.2.1.2 Variáveis de Atividade em Sala de Aula.....	38

3.2.1.3 Variáveis de Professores.....	39
3.2.2 <i>Variáveis Dependentes</i>	39
3.3 METODOLOGIAS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ENSINO DE HEURÍSTICA	
MATEMÁTICA	39
CAPÍTULO 4.....	41
CAPÍTULO 5.....	44
CAPÍTULO 6.....	47
CAPÍTULO 7.....	50
CAPÍTULO 8.....	53
8.1 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO	53
8.2 O PROBLEMA DA CALHA	54
CAPÍTULO 9.....	55
CAPÍTULO 10.....	58
CAPÍTULO 11.....	63
CAPÍTULO 12.....	67
CAPÍTULO 13.....	70
CAPÍTULO 14.....	72
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	74
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	77
ANEXO	80

INTRODUÇÃO

Este primeiro momento de escrita tem a finalidade de situar o leitor sobre as minhas escolhas em termos de pesquisa que culminaram na forma de escrita do relatório do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Mais especificamente, organizei a escrita desta parte, em primeiro lugar, expondo informações sobre o referencial teórico e vivências em sala de aula do período relativo ao Estágio Supervisionado, os quais consistiram em fatores motivacionais para a realização desta pesquisa. Em seguida descrevo sobre qual perspectiva de Resolução de Problemas foi estudada. Para finalizar, apresento o objetivo da pesquisa e uma síntese do conteúdo de cada capítulo.

O conceito de avaliação é em si mesmo polissêmico. Para uns, a avaliação resume-se a medir resultados educacionais geralmente por meio de provas. Para outros, a simples medição reduz o significado da avaliação. Avaliar significaria ir além das medições ou apresentação de resultados e envolveria a definição de políticas e estratégias governamentais que levariam ao aperfeiçoamento institucional e do próprio processo de ensino-aprendizagem em seus diferentes graus e modalidades.

Um sistema de avaliação – que tem como principais usuários, mas não únicos e exclusivos, os sistemas educacionais – é um processo que envolve um levantamento periódico de dados com o objetivo de captar a evolução do quadro educacional. Para isso, utilizam-se tanto testes de rendimento, com o objetivo de verificar o desempenho dos alunos, quanto questionários que procuram levantar os fatores que influem no desempenho desses discentes. É importante destacar que esses fatores levantados pelos questionários não estabelecem uma relação de causalidade entre o fator levantado e o desempenho do aluno, mas podem indicar quais as áreas que deveriam ser prioritárias para a intervenção dos governos e quais as iniciativas políticas que deveriam ser tomadas, com o objetivo de promover melhorias no ensino.

Existem diversos tipos de avaliações que são realizadas dentro do sistema educacional: aquelas que acontecem em sala de aula, passando por outras que ocorrem na própria escola, ou até as que perpassam todo o sistema educacional. Com relação às avaliações externas, existem aquelas que têm consequências diretas importantes sobre indivíduos e instituições e que apresentam resultados numéricos (somativas) e aquelas que têm como propósito aprender mais sobre o processo educacional com o objetivo de procurar melhorias, e que não têm o interesse em dar consequência imediata ao seu resultado (formativas).

Todos os tipos de avaliação são importantes e que tratam de responder a diferentes necessidades dos sistemas educativos e da vida em sociedade; elas fazem parte do dia a dia do processo educativo. Com relação a avaliações externas, não se pode desqualificar a avaliação somativa com o argumento de que elas levam em conta os resultados, mas não os processos, pois a elaboração de uma avaliação envolve um minucioso trabalho de análise das condições em que a aprendizagem ocorre. Da mesma forma, também não se pode desqualificar a avaliação formativa sob o argumento de que ela, para ser aplicada em larga escala, demandaria mais tempo e recursos, envolveria um processo mais demorado e estaria voltada à realidade das instituições avaliadas, e não ao conjunto delas.

Cada processo avaliativo tem um objetivo a atingir e deve ser analisado à luz desses objetivos. Além disso, da mesma forma que acontece na sala de aula, são diversos os instrumentos que podem ser utilizados para avaliar um determinado processo educacional. Mas uma coisa é certa: qualquer que seja a abordagem utilizada, não existe sentido dar às avaliações um caráter punitivo.

A avaliação em qualquer de suas acepções deve ter um forte caráter formativo, levando em consideração que seu objetivo é compreender melhor a realidade e, dessa forma, atuar sobre ela, dentro dos limites impostos pelos instrumentos utilizados. É importante destacar que o limite de uma avaliação é

definido previamente quando se determinam quais os instrumentos que serão usados no processo.

Vianna (2003) chama a atenção para o fato de que a avaliação deva ter uma consequência, que não se limite a apenas informar os resultados. Atitudes devem ser tomadas no sentido de buscar superar os problemas apontados pelos resultados obtidos.

Outros autores reforçam essa posição, destacando que “é insuficiente a avaliação que apenas localiza o aluno na escola. A avaliação tem de dizer o que fazer” (BELLONI, 2003, p.16).

Além disso, é preciso estar alerta para o fato de que a avaliação é um processo complexo não somente pelas suas características técnicas, mas, sobretudo, pelo impacto dos questionamentos que o processo avaliativo deve provocar (DIAS SOBRINHO, 2000). Assim, é preciso ter em conta que outros atributos devem ser acrescentados à avaliação, pois ela “precisa ser um processo de construção, e não uma mera mediação de padrões estabelecidos por iluminados” (RISTOFF, 1995, p. 47). Este mesmo autor salienta que a prática educacional no Brasil coloca ênfase na exclusão e não na construção de aprendizagens.

O fato de medir uma determinada realidade não significa que a estamos avaliando. A medida é a etapa inicial que enceta uma avaliação. Assim, se o objetivo é conhecer determinada realidade, ela deve ser identificada a partir da realização de um conjunto de medidas que indicam, trazem informações sobre a realidade que se procura conhecer. Essas medidas sozinhas, obtidas a partir de observação empírica, têm pouco significado.

Para dar significado às medidas, é preciso que elas sejam comparadas a uma situação anterior que já tenha sido objeto de medição ou então que elas sejam comparadas com uma situação ideal, um padrão definido por um determinado conjunto de atores, com base em critérios para atingir determinados objetivos. Da comparação entre o resultado obtido da medição e a situação ideal ou os resultados das medidas anteriores, é possível fazer um

juízo de valor, emitir um juízo de valor, sobre a situação atual. Ao emitir o juízo de valor estaremos avaliando essa realidade.

Avaliar como crítico um sistema educacional que tem um desempenho abaixo de um patamar julgado ideal, por se não fará com que ele melhore seu desempenho. É preciso identificar as causas desse baixo desempenho e atuar para superá-las.

Quando falamos de avaliação interna, ou seja, na prática da aferição do aproveitamento escolar, os professores realizam, basicamente, três procedimentos sucessivos:

- Medida do aproveitamento escolar;
- Transformação da medida em nota ou conceito;
- Utilização dos resultados identificados.

Na escola, os resultados da aprendizagem são obtidos, de início, pela medida, variando a especificidade e a qualidade dos mecanismos e dos instrumentos utilizados para obtê-la.

Nos resultados da aprendizagem, os professores utilizam com padrão de medida o “acerto” de questão. E a medida dá-se com a contagem dos acertos do educando sobre um conteúdo, dentro de certo limite de possibilidades, equivalente à quantidade de questões que possui o teste, prova ou trabalho dissertativo. Num teste com dez questões, por exemplo, o padrão de medida é o acerto, e a extensão máxima possível de acertos é dez.

Usualmente, na prática escolar, os acertos nos testes, provas ou outros meios de coleta dos resultados da aprendizagem são transformados em "pontos", o que não modifica o caráter de medida, desde que os acertos adquiram a forma de pontos. O padrão de medida, então, passa a serem os pontos. A cada acerto corresponderá um número de pontos, previamente estabelecido, que pode ser igual ou diferenciado para cada acerto.

A segunda conduta do professor no processo de aferição do aproveitamento escolar tem sido a conversão da medida em **nota ou conceito**.

Com o processo de medida, o professor obtém o resultado - por suposto, objetivo – da aprendizagem do educando que, por sua vez, é transformado ou em nota, adquirindo conotação numérica, ou em conceito, ganhando conotação verbal. A transformação dos resultados medidos em nota ou conceito dá-se através do estabelecimento de uma equivalência simples entre os acertos ou pontos obtidos pelo educando e uma escala, previamente definida, de notas ou conceitos. Notas e conceitos, em princípio, expressam a qualidade que se atribui à aprendizagem do educando, medida sob a forma de acertos ou pontos.

Com esse resultado em mãos, o professor tem diversas possibilidades de utilizá-lo, tais como:

- i- registrá-lo, simplesmente, no Diário de Classe ou Caderneta de Alunos;
- ii- oferecer ao educando, caso ele tenha obtido uma nota ou conceito inferior, uma "oportunidade" de melhorar a nota ou conceito, permitindo que ele faça uma nova aferição;
- iii- atentar para as dificuldades e desvios da aprendizagem dos educandos e decidir trabalhar com eles para que, de fato, aprendam aquilo que deveriam aprender, construam efetivamente os resultados necessários da aprendizagem.

Se os dados obtidos revelarem que o educando se encontra numa situação negativa de aprendizagem e, por isso, possui uma nota ou um conceito de reprovação, usualmente tem-se utilizado a primeira e, no máximo, a segunda opção; neste caso, no mínimo registram-se os dados em cadernetas e, no máximo, chama-se a atenção do aluno, pedindo-lhe que estude para fazer uma segunda aferição, tendo em vista a melhoria da nota e, nesta circunstância, deve-se observar que a orientação, no geral, não é para que o educando estude a fim de aprender melhor, mas para que estude "tendo em vista a melhoria da nota".

A terceira opção possível de utilização dos resultados da aprendizagem é a mais rara na escola, pois exige que estejamos, em nossa ação docente,

polarizados pela aprendizagem e desenvolvimento do educando; a efetiva aprendizagem seria o centro de todas as atividades do educador. Contudo, esta não tem sido a nossa conduta habitual de educadores escolares; usualmente, estamos preocupados com a aprovação ou reprovação do educando, e isso depende mais de uma nota que de uma aprendizagem ativa, inteligível, consistente.

Em síntese, as observações até aqui desenvolvidas demonstram que a aferição da aprendizagem escolar é utilizada, na quase totalidade das vezes, para classificar os alunos em aprovados ou reprovados. E nas ocasiões as quais se possibilitam uma revisão dos conteúdos, em si, não é para proceder a uma aprendizagem ainda não realizada ou ao aprofundamento de determinada aprendizagem, mas sim para "melhorar" a nota do educando e, por isso, aprová-lo'.

Durante a realização do estágio obrigatório pude ver a situação retratada acima durante as aulas de todos os professores que acompanhei. Meu objetivo durante o estágio foi observar a maneira como os professores trabalhavam com a avaliação e, de fato, os resultados não foram usados para tentar melhorar o desempenho deles, mas para registrar os resultados em seus diários e em geral dar uma nova avaliação com o intuito de recuperar a nota apenas. A partir disso é necessário fazermos uma reflexão acerca do que estamos vivenciando nos dias atuais da sala de aula de matemática e como os processos avaliativos são realizados.

Nos tempos atuais de docência estamos cada vez mais reféns de processos avaliativos em larga escala, com mais ênfase, quando pensamos na estrutura da rede pública estadual de ensino de nosso estado. No entanto, o exercício da docência é permeado pelas duas instâncias avaliativas, a interna e a externa. Na condição de constituir-se como "ser professor" no curso de Licenciatura em Matemática da UFSCar, no qual o TCC colabora para a indissociabilidade entre as atividades de ensino, pesquisa e extensão, considere profícuo um aprofundamento sobre o estudo de avaliação para aulas de matemática nos anos finais de Ensino Fundamental e Médio.

Com base nas aulas de duas disciplinas de Metodologia e Prática do Ensino de Matemática, sob a responsabilidade do orientador desta pesquisa, houve a possibilidade de estudarmos que a resolução de problemas é o eixo articulador para o ensino da matemática em documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e o Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012). No entanto, nestes documentos curriculares não é apresentado uma concepção sobre que Resolução de Problemas deve ser abordada nas aulas de matemática.

Neste sentido, encontramos na perspectiva de Resolução de Problemas proposta e difundida pela Prof^a. Dr^a. Lourdes de la Rosa Onuchic e seus colaboradores, a tríade ensino-aprendizagem-avaliação. Nesta tríade, há uma concepção de entendimento sobre Resolução de Problemas que contempla uma forma de abordagem do tema avaliação tanto em contextos de ensino-aprendizagem como uma relação mútua, quanto em contextos de pesquisa em Educação Matemática.

O Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) teve suas primeiras reuniões a partir de 1989, mas se formou como um grupo em 1992, sendo coordenado, desde o início, pela Prof^a. Dr^a. Lourdes de la Rosa Onuchic. São feitos encontros semanais no Departamento de Educação Matemática da UNESP, que tratam de Resolução de Problemas e processos educacionais e mantem foco nos processos de Ensino, Aprendizagem e de Avaliação.

Os trabalhos realizados pelo grupo, a princípio, buscavam a construção de uma teoria que fosse base de sua prática e que a promovesse e fizesse avançar no cenário acadêmico da Educação Matemática. Assim, a Resolução de Problemas é hoje uma metodologia alternativa ao ensino tradicional, que ainda tem muito o que fazer acerca desse tema, pois se trata de um campo fértil que ainda permite inúmeras pesquisas.

Sua filosofia é desenvolver estudos que tragam melhorias e modifiquem a sala de aula de Matemática, tendo como foco, principalmente, a Metodologia

Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Essa metodologia, segundo Onuchic (2013)

“[...] é onde o ensino e a aprendizagem devem ocorrer, simultaneamente, durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como coconstrutores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual de avaliação, sendo esta construída em meio à resolução de problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário. (ONUCHIC, 2013, p.101)

Ou seja, esses três elementos devem ocorrer simultaneamente, pois enquanto se tem o professor ensinando, o aluno estará aprendendo e a avaliação será realizada pelos dois. A partir disso, o aluno avalia seu próprio método e suas soluções, sempre buscando a construção do conhecimento. O problema nessa metodologia é o ponto de partida na sala de aula.

A metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, pode ser considerada como uma forma de Filosofia em Educação Matemática, pois dado o seu alcance à alunos, professores, aprendizagem, ensino, avaliação, trabalhos cooperativos, reflexões nas ações, no trabalho do professor, entre outros.

Conforme Bicudo (2010)

A tarefa de Filosofia da Educação Matemática é manter vivo o movimento de ação/reflexão/ação nas atividades realizadas e atualizadas em Educação Matemática, sejam elas de ensino e de aprendizagem, que ocorrem no mundo-vida, cotidianamente, ou mesmo as concernentes às políticas públicas da Educação, além de outras atividades aqui não mencionadas, mas que cabem no que chamamos de Educação Matemática ou a ela se referem. (BICUDO, 2010, p.23)

Esse pensamento acerca da Filosofia de Educação Matemática conflui com os estudos que o GTERP tem produzido, em Resolução de Problemas. O objetivo do grupo é atingir a sala de aula através de seus estudos, com o intuito de aprofundar conhecimentos e compreender melhor a dinâmica e as

implicações do Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas no trabalho em Matemática.

A partir dessa breve introdução acerca do trabalho da Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, o presente estudo busca retratar aspectos de um estado da arte realizado colaborativamente entre a Profa. Rosa e pesquisadores da Educação Matemática em nível nacional e internacional. Segundo Romanowski (2006),

O Estado da Arte oriunda dessa necessidade de “abranger os estudos realizados em diversos campos, possibilitando um balanço sobre determinada área a ser estudada, além de indicar contribuições da pesquisa para diversos pontos”. (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p.39)

O trabalho estudado foi o livro “Perspectivas para Resolução de Problemas”, os organizadores Onuchic, Leal e Pironel (2017) trazem uma coleção de ensaios com importantes considerações, fazendo uma ampla revisão dos conceitos e das práticas de Resolução de Problemas em Matemática.

Os saberes apreendidos com a leitura desta obra visam responder a seguinte questão de investigação que formulamos: **quais as contribuições do ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas na constituição do “ser professor”?**

Para responder esta pergunta redigimos nosso relatório de pesquisa respeitando a estrutura de capítulos do referido livro. Organizado em 14 capítulos, é possível encontrar perspectivas de caráter teórico, prático, empírico, pragmático, reflexivo, analítico e crítico acerca do trabalho didático-pedagógico em sala de aula. Esse livro sintetiza o estado da arte em Resolução de Problemas, que vem ganhando cada vez mais força no Brasil.

No primeiro capítulo, as autoras trouxeram um panorama acerca da formação de professores por meio da Resolução de Problemas. No segundo capítulo, a pesquisadora discute qual o papel da resolução de problemas na formação inicial e continuada dos professores.

Em seguida, é trazida algumas considerações que devem ser consideradas por pesquisadores acerca de planejamento e condução dos estudos em Resolução de Problemas. No quarto capítulo, a pesquisadora apresenta um pouco do construtivismo acerca de algumas práticas educacionais, definindo o papel da escrita e das narrativas do indivíduo e os estudos a partir desses constructos.

O quinto capítulo traz a rápida evolução do mundo de hoje e sua exigência de um acesso a uma educação que valorize criatividade, inovação e a resolução de problemas. Seguindo esse estudo, o próximo capítulo traz um trabalho em que é proposto um estudo geral das propriedades da resolução de problemas, ou seja, ultrapassar todas as reformulações do problema original.

Em sétimo lugar, é trazida a proposta teórico-prática da Resolução de Problemas no Ensino Superior, com o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. O capítulo seguinte traz uma experiência em sala de aula orientada por essa metodologia.

O nono capítulo desenvolve algumas reflexões acerca do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) e sobre como essas tecnologias podem estar conectadas à resolução de problemas em sala de aula. Em seguida, o tema abordado é a avaliação em matemática como prática integrada ao processo de Ensino-Aprendizagem.

No capítulo 11, os autores procuram articular teoria, prática e conceitos de comunidade prática, assim, apresentando perspectivas de Resolução de Problemas. Na sequência, o capítulo 12 traz outra vertente da Resolução de Problemas na sala de aula, denominada “Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução, Exploração, Proposição, Codificação e Descodificação de Problemas”

Em seguida, no décimo terceiro capítulo é discutido os papéis da Resolução de Problemas como teoria, perfil histórico da Resolução de Problemas e as pesquisas realizadas sobre esse tema. E por fim, o capítulo 14

traz um panorama das pesquisas do GTERP, descrevendo resumidamente os trabalhos desses mais de 25 anos de grupo.

Assim, do capítulo 1 ao 14, há uma breve síntese de cada capítulo do livro mencionado acima, em que são trazidas as reflexões mais importantes de cada autor, de forma a apresentar um resumo desse estado da arte em Resolução de Problemas.

CAPÍTULO I

FORMAÇÃO DE PROFESSORES E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM ESTUDO A PARTIR DE TESES E DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS

Justilin e Noguti (2017) buscam nesse trabalho, compreender como a resolução de problemas tem influenciado a formação de professores. Para essa análise, procuraram dissertações e teses disponibilizadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e buscaram pelas palavras-chave: “Resolução de Problemas”, “Formação de Professores” e “Matemática”. O mapeamento dessas pesquisas resultou na seleção de 11 dissertações e 6 teses, apresentadas a seguir:

Quadro 01: Pesquisas na formação de professores com resolução de problemas

Autor	Ano	Instituição
KÖNIG, R. I.	2013	UNIVATES
MENESES, R. R.	2014	UNIVATES
DUTRA, D. S.	2011	UFOP
MOÇO, M. P.	2013	FURG
CAMARGO, M. M. V. R.	2010	UNB
CORDEIRO, E. M.	2015	UFU
JUSTULIN, A. M.	2014	UNESP
PROENÇA, M. C.	2012	UNESP
NUNES, C. B.	2010	UNESP
AZEVEDO, E. Q.	2014	UNESP
HUANCA, R. R. H.	2014	UNESP
JUSTO, J. C. R.	2009	UFRGS
OLIVEIRA, S. A.	2012	UFSCAR
MIRANDA, A. S. M. S.	2015	PUCRS
CAVALCANTE, J. L.	2011	UEPB

FONSECA, R. C. O.	2014	UEPB
RODRIGUES, I. C.	2006	PUCSP

Fonte: adaptado de Justilin e Noguti (2017)

Para organizar a análise desse mapeamento de pesquisas, Justilin e Noguti (2017) elaboraram categorias de análise ‘a posteriori’, denominadas pelas autoras como construção das unidades de análise, estruturadas em quatro eixos:

- i. Os problemas e/ou objetivos de pesquisa;
- ii. A fundamentação teórica em Resolução de Problemas;
- iii. A forma de trabalhar Resolução de Problemas na formação de professores;
- iv. O foco da formação de professores: Inicial e/ou continuada.

Na sequência apresentamos a descrição da análise de Justilin e Noguti (2017) para cada um dos eixos.

1.1 Problemas e/ou objetivos das pesquisas na formação de professores

Ao analisar o primeiro eixo, os problemas e/ou objetivos de pesquisa, mostrou-se que apesar da busca ter sido gerada pelas mesmas palavras-chave, os trabalhos acabaram desenvolvendo-se de maneira que nem sempre estiveram explícitos os três temas usados na busca, porém estavam fundamentados por eles.

Em seguida, Justilin e Noguti (2017), a partir da pergunta da pesquisa ou objetivo geral de cada trabalho, elaborou eixos norteadores com a seguinte distribuição de pesquisas, inseridas entre parênteses e em negrito:

- i. Compreensão dos professores sobre a Resolução de Problemas como estratégia metodológica. **(1)**
- ii. Possibilidades do uso da Resolução de Problemas na Formação de Professores. **(4)**
- iii. Contribuições da Resolução de Problemas na Formação de Professores. **(2)**
- iv. Saberes docentes e Resolução de Problemas. **(3)**

- v. Recursos tecnológicos para trabalhar Resolução de Problemas na Formação de Professores. **(1)**
- vi. Espaços de HTPC na Formação de Professores por meio da Resolução de Problemas. **(2)**
- vii. Influências de cursos/programas com ênfase na Resolução de Problemas na Formação de Professores. **(4)**

1.2 Fundamentação teórica em Resolução de Problemas

Na segunda unidade de análise, a fundamentação teórica em Resolução de Problemas, buscou a fundamentação teórica utilizada nos 17 trabalhos. A discussão sobre saberes docentes e formação profissional por Maurice Tardif, foi referenciado em 12 deles.

Diversos trabalhos do Prof. Dr. João Pedro da Ponte e seus colaboradores, os quais são disponíveis em 'https://www.researchgate.net/profile/Joao_Ponte2' foram citados em 11 pesquisa, sendo que algumas se apropriaram de mais de um trabalho.

Trabalhos de Lee Schulman publicados em 1986, 1987 e 1992 são citados em 6 teses e dissertações no campo de formação de professores.

Dario Fiorentini e Sergio Lorenzato aparecem com seu livro "Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos" em 8 trabalhos.

Em termos de resolução de Problemas, o livro "A arte de resolver problemas", de George Polya foi referenciado em todos os trabalhos consultados. Em 15 das 17 teses e dissertações, Lourdes De La Rosa Onuchic Onuchic e seus colaboradores são citados pelos seus artigos produzidos na perspectiva do ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas.

O trabalho de George Polya retoma a ideia da heurística, a arte da descoberta. Em seu livro "A arte de resolver problemas", Polya dedicou o terceiro e mais longo capítulo a um Pequeno Dicionário de Heurística, e no

verbete Heurística, lemos: “o objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção” (POLYA, 1978, p.86).

Para Polya (1978), resolver um problema de qualquer tipo é contornar um obstáculo. Basicamente, este autor tratou de dois tipos de problemas: os de demonstração e os de determinação. Os problemas de determinação são mais importantes na Matemática elementar; os problemas de demonstração o são na Matemática superior. Vamos nos ater ao primeiro tipo, com o qual trabalhamos em nossas duas tarefas.

Para resolver um problema de determinação é preciso conhecer, com grande exatidão, as suas partes principais, a incógnita, os dados e a condicionante, ou seja, as circunstâncias que devem ser observadas no enunciado. No referido livro, Polya (1978) indicou que há quatro etapas fundamentais e necessárias para a resolução de problemas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Na etapa de compreensão do problema, o primeiro passo é entender o problema. É importante fazer perguntas, tais como: qual é a incógnita? Quais são os dados? É possível satisfazer as condicionantes?

Quanto ao estabelecimento de um plano (2ª etapa) é possível determiná-lo quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter a incógnita. O principal feito na resolução de um problema é encontrar conexões entre os dados e a incógnita.

Frequentemente, a execução do plano é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pular esta etapa prematuramente e acabam se dando mal. Outros elaboram estratégias inadequadas e acabam se enredando terrivelmente na execução (e, deste modo, acabam sendo obrigados a voltar para a etapa anterior e elaborar uma nova estratégia).

Se fizerem um retrospecto (4ª etapa) da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até

este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas. A revisão da solução é a etapa mais importante, segundo Polya (1978), pois esta etapa propicia uma depuração e uma abstração da solução do problema.

Todas as etapas apresentadas têm a sua importância. Pular qualquer uma delas ou não lhes dar a devida atenção resultará na não compreensão do problema. Cada passo deve ser bem planejado, caso contrário podem acontecer falhas na execução do plano, comprometendo os resultados obtidos.

1.3 Cenários de formação inicial e continuada de professores

Esta seção contempla a terceira e quarta unidade de análise. A forma de trabalhar Resolução de Problemas na formação de professores (terceira unidade de análise) revelou cinco cenários principais para a Resolução de Problemas nos trabalhos analisados: disciplinas, cursos ou encontros de formação, oficinas e grupos de estudo. Em 33% dos trabalhos, a resolução de problemas foi utilizada cronograma de atividades de disciplina e 22% como oficinas.

Na formação continuada os trabalhos tiveram caminhos distintos. Alguns usaram a escola e o HTPC (Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo) para os encontros, enquanto outros usaram o espaço acadêmico para a realização dos encontros.

Dos trabalhos analisados sobre formação continuada, 22% optaram pelos “encontros de formação”; em geral, cursos que buscam a socialização das experiências dos docentes em sala de aula.

O foco da formação de professores, dentre as 17 teses e dissertações, sete referem-se à formação inicial de professores, oito à formação continuada e dois trazem a formação inicial e continuada de professores.

Na formação inicial observa-se uma variedade de sujeitos de pesquisa, dentre eles: alunos de pedagogia, licenciatura em matemática, licenciatura matemática a distância, dentre outros. Dentre os oito trabalhos referentes à

formação continuada, em cinco deles, os sujeitos de pesquisa foram professores polivalentes, em sua maioria, pedagogos: Menezes(2014), Justo (2009), Miranda (2015), Oliveira (2012) e Rodrigues (2006).

Dois trabalhos, segundo Justilin e Noguti (2017), tiveram como sujeitos de pesquisa, professores do ensino médio e anos finais do ensino fundamental (HUANCA (2014), KÖNIG (2013)). Já a pesquisa de Fonseca (2014) utilizou apenas professores do ensino médio como sujeitos de pesquisa.

Os últimos dois trabalhos, o de Justulin (2014) apresentou uma mescla entre estudantes de licenciatura em matemática e professores de matemática. Já o de Cordeiro (2015), de cunho teórico, relacionou a resolução de problemas com a teoria de aprendizagem significativa do pesquisador norte-americano David Paul Ausubel (1918-2008). Nesta teoria, aprender significativamente consiste em ampliar e reconfigurar ideias já existentes (saberes prévios) na estrutura mental e com isso ser capaz de relacionar e acessar novos conteúdos.

Com isto apresentamos aspectos que julgamos relevantes sobre o mapeamento de pesquisa de Justilin e Noguti (2017) sobre a pesquisa em Resolução de Problemas e Formação de Professores, a partir de uma visão geral de trabalhos realizados na área, gerando assim possibilidades de reflexões acerca desse assunto.

CAPÍTULO 2

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UM OLHAR SOBRE A SITUAÇÃO DE PORTUGAL

Nesse trabalho, a autora Serrazina (2017) pretendeu apresentar o papel da resolução de problemas na formação inicial e continuada de professores. A partir da literatura, a autora buscou fazer uma análise da resolução e formulação de problemas, o significado de problema e diferentes estratégias de resolução e também, o impacto dos currículos na formação de professores.

A resolução de problemas, no contexto da sala de aula, tem a possibilidade de promover uma aprendizagem significativa para o aluno. Através da perspectiva de George Polya, se não for dada a oportunidade de formular problemas aos alunos, a atividade de resolução de problemas fica incompleta. Ao inserir essa atividade num ambiente apropriado, o aluno poderá verificar a validade de conceitos matemáticos, realizar conjecturas, relacionar conceitos, fazer generalizações, ou seja, usar os procedimentos num contexto significativo para ele, isso fará com que tenha uma atitude reflexiva e ainda o desenvolvimento da capacidade de raciocínio e o pensamento matemático.

A publicação da “Agenda for Action” pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) em 1980 continha como recomendação que o ensino de o ensino de matemática deveria se basear na resolução de problemas. Apesar disso, até hoje, não há consenso sobre o conceito de problema, pois é possível encontrar diversas perspectivas na literatura, conforme algumas abordagens a seguir, tomando por base Serrazina (2017).

2.1 O que é um problema?

A definição de problema é muito associada a tarefas que ao começa-las não se sabe como chegar a sua solução. É possível considerar que um

problema é uma situação em que a pessoa não possui nenhum algoritmo ou procedimento que leve à sua solução. Ou ainda que, o que é problema para uma pessoa poderá ser exercício para outra ou ainda uma frustração para um terceiro. Nessa linha, pode-se afirmar que uma dada situação pode ser um problema ou não, dependendo do indivíduo, pois é preciso que essa situação desperte a necessidade e interesse em resolvê-la e a partir daí fazer uma tentativa deliberada no sentido de resolver. No documento do NCTM (1991),

Um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja insolúvel (NCTM, 1991, p.11)

Para Krulik e Rudnik (1993) o problema é caracterizado por uma situação com que se confronta um grupo ou indivíduo, podendo ser quantitativo ou não, na procura de uma solução, para a qual não se tem uma resposta prontamente. Diferem os conceitos de questão (uma situação que apela à capacidade de memória), exercício (uma situação em que é necessário treinar ou reforçar algoritmos já aprendidos) e problema (onde é necessário raciocinar e sintetizar o que já foi aprendido).

Dessa forma, uma situação poderá ser exercício para uns e problema para outros. Um aluno dependendo da sua fase de aprendizagem, pode considerar determinada situação como problema, porém numa fase posterior, esse mesmo problema torna-se um exercício. Hegedus (2013) numa perspectiva mais global, afirma que

Temos uma visão muito ampla para resolução de problemas, vendo-a como uma empresa de investigação colaborativa onde múltiplas abordagens são válidas. Não é apenas resolver um problema específico, que tem uma resposta específica ou uma aplicação no mundo real, mas é antes uma investigação que pode ter múltiplas abordagens e onde os alunos podem fazer múltiplas observações (HEGEDUS, 2013, p.89)

Essa ideia lembra o que é conhecido por tarefa de investigação. Ponte (2005) distinguiu problema de investigação, considerando que no problema

está indicado perfeitamente o que é dado e o que é pedido, considerado uma tarefa fechada com um elevado grau de desafio. E uma tarefa de investigação é quando é fornecida informação e perguntas são feitas, mas é deixado muito trabalho a fazer para o aluno, seja em termos de elaboração de uma estratégia de resolução, ou em termos de formulação específica das próprias questões a resolver. Trata-se de uma tarefa aberta com um alto grau de desafio.

Para Serrazina (2017), a autora assume que problema é uma situação para a qual se procura uma solução, não existindo de início um procedimento que conduza a essa solução, havendo uma fronteira tênue entre problema e tarefa de investigação.

As características de um bom problema, segundo Serrazina (2017), são:

- (i) Ser desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática;
- (ii) Ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas;
- (iii) Ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível.

Dada a concepção do que é um problema, Serrazina (2007) passou a apresentar seu entendimento sobre a estratégia de resolução de problema.

2.2 Estratégias para Resolução de Problemas

As estratégias mais adequadas para resolver um problema estão diretamente relacionadas com o tipo de problema e nível de ensino do aluno, no caso, dez etapas:

- i- Utilizar um esquema / diagrama / tabela / gráfico;
- ii- Trabalhar do fim para o princípio;
- iii- Simular / simplificar o problema;
- iv- Descobrir uma regularidade / regra;
- v- Tentativa e erro;
- vi- Organizar uma sequência de passos;

- vii- Procurar um problema análogo, mas mais simples;
- viii- Desdobrar um problema complexo em questões mais simples
- ix- Criar um problema equivalente;
- x- Explorar casos particulares.

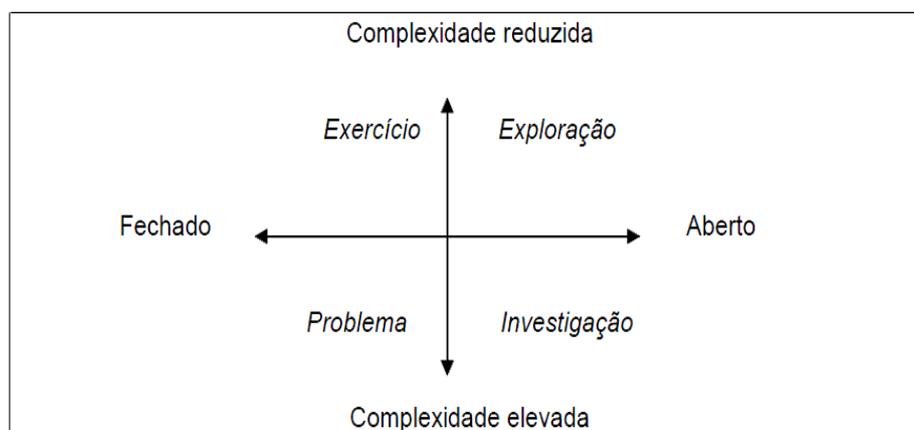
Essas estratégias são trabalhadas muitas vezes na formação de professores, para que os mesmos expandam o conceito de problema para além dos problemas aritméticos, tradicionalmente apresentados nos livros didáticos para o ensino básico, que na maioria das vezes, segundo Serrazina (2007) não são vistos como problemas pelos alunos.

Serrazina (2007) destacou outra publicação do NCTM os “Principles and Norms for School Mathematics”, em que afirma

Aprendendo resolução de problemas em matemática, os alunos adquirem modos de pensar, hábitos de persistência e de curiosidade, e confiança em situações que não lhes são familiares e que lhes servirão fora da aula de Matemática. Ser um bom resolvidor de problemas pode acarretar-lhes grandes vantagens seja na vida de todos os dias, seja no trabalho (NCTM, 2000, p.52).

Serrazina (2007) apoia-se no trabalho de Ponte (2003) sobre a abordagem das atividades investigativas a qual envolve a formulação de questões e conjecturas, testes e/ou argumentações, provas e refutações, demonstração e comunicação dos resultados, para posicionar o problema nesse contexto.

Ponte (2003) distingue, em um diagrama (figura 01), quatro tipos diferentes de tarefas: exercícios, problemas, explorações e investigações.

Figura 01 : Tipos de tarefas

Fonte: Ponte (2003, p.5)

A seguir apresentamos com base em Serrazina (2007) o que se entende por um ensino exploratório, sob a perspectiva de atividades investigativas.

2.3 Ensino Exploratório

A ideia do ensino exploratório de Ponte (2005) distingue os termos tarefa e atividade, sendo tarefa o que o professor propõe e atividade sendo o que os alunos realizam. Também se destaca a natureza das tarefas, que seguem dois eixos, sendo um representando o grau de abertura das tarefas e outro representando o grau do desafio.

Nesta classificação, de acordo com Serrazina (2007), os problemas tem um alto grau de desafio, mas sua natureza é fechada e as tarefas de investigação possuem uma elevada complexidade, mas sua natureza é aberta. Aberto, no sentido de que a tarefa instiga o raciocínio do aluno para promover a sua produção escrita, de modo que sua argumentação pode gerar mais de uma resposta, o que não ocorre em uma tarefa fechada. O problema é formulado com uma indagação cuja resolução leva a um número específico de respostas, por isso, sua natureza fechada.

A partir daí, Ponte (2005), considerou dois tipos de ensino: o ensino direto, em que o professor assume o papel de fornecedor de informação e o ensino exploratório, em que a informação aparece a partir da realização de

uma atividade do aluno e aprendizagem vem através das reflexões desse aluno acerca da atividade realizada.

A inclusão da resolução de problemas nos cursos de licenciatura em matemática de Portugal teve forte influência do NCTM e foi também amplamente discutida pela Associação de Professores de Matemática (APM).

O Programa de Formação Contínua de Professores que ensinam Matemática (PFCM) incluiu em seus estudos a natureza de tarefas, propondo a valorização da resolução de problemas e tarefas de natureza investigativa. Segundo Serrazina (2007), essa proposta contribuiu positivamente nas práticas dos professores, evoluindo o conhecimento profissional a partir da exploração de tarefas, sua experimentação em sala de aula, partilha de experiências e a reflexão posterior.

Assim, devem ser criadas oportunidades para discutir as potencialidades de usar resolução de problemas e ensino exploratório nos cursos de formação de professores. Tal proposta deve ser desenvolvido de forma consistente e prolongada, se o objetivo, segundo Serrazina (2007), é ter uma alteração das práticas docentes para que o ensino da matemática passe a ser algo que faça sentido para os alunos.

CAPÍTULO 3

VARIÁVEIS E METODOLOGIAS EM PESQUISA SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nesse trabalho, Kilpatrick (2004) busca apresentar variáveis presentes na pesquisa sobre resolução de problemas e a importância de se discutir os tipos de variáveis e também as metodologias que estão disponíveis. Ao se estudar sobre resolução de problemas, é preciso ter em mente qual o propósito do estudo, dado que há muitas possibilidades de pesquisa.

A partir do momento que o objetivo é traçado é necessário pensar sobre as variáveis que seriam utilizadas no estudo, se é necessário o uso de variáveis adicionais e por fim a metodologia utilizada para a coleta dos dados dessas variáveis. Para isso, são apresentados alguns tipos de variáveis disponíveis e suas metodologias.

3.1 Variáveis para Pesquisa em Resolução de Problemas

As variáveis tem uma vasta possibilidade de classificação, sendo as mais comuns, usadas na matemática e ciências, as variáveis dependentes e independentes. Em um sentido amplo, pode-se dizer que variável independente é usada para fazer previsões e, variável dependente, as que se referem ao comportamento que está sendo predito.

3.1.1 Variáveis Independentes

Em resolução de problemas todos os estudos envolvem alguém (sujeito) resolvendo algum problema matemático (tarefa) com alguma condição (situação). Os termos sujeito, tarefa e situação representam as classes de variáveis.

3.1.1.1 Variáveis do Sujeito

Variáveis do sujeito são classificadas de acordo com o comportamento do sujeito ou pelas suas características que o descrevem como uma pessoa (sexo, altura, cor, instrução, etc.). As formas de aferição dessas variáveis podem ser feitas através de observação direta, registros ou relatório do sujeito. Outras formas de medidas são através de questionários ou observação de um clínico. Essas variáveis incluem aptidões, habilidades, atitudes e realização.

Um meio de classificação dessas variáveis é feita a partir do grau de modificação experimental dessas variáveis. As variáveis que não são abertas a tais modificações são chamadas de orgânicas ou determinadas. As variáveis que são abertas a algum tipo de modificação (exigindo amostra de comportamento), são as variáveis características.

Na resolução de problemas, as variáveis orgânicas são a idade, sexo, raça e classe social, que são reunidas para descrever a amostra. As variáveis características incluem habilidades, atitudes, interesses, valores (tais como atitude em relação à matemática ou interesse em provar teoremas) e outras variáveis de personalidade, relativas a estilo perceptivo, estilo cognitivo, autoconceito, persistência, ansiedade, necessidade de realização, sociabilidade, entre outras. Cada variável, exceto as que lidam com estilo, vai do geral para o específico.

Há ainda as variáveis de história instrucional do sujeito que são os tópicos que eles estudaram, os problemas que eles trataram anteriormente, as técnicas de resolução aprendidas, os tipos de instruções que eles receberam.

3.1.1.2 Variáveis de Tarefas

As variáveis de tarefas podem ser divididas em três grupos: variáveis de contexto, variáveis de estrutura e variáveis de formato.

As variáveis de contexto são apresentadas em problemas que envolvem os mesmos números e uma mesma relação, por exemplo, um problema se refere a coelhos e frangos no galinheiro e o outro a dois botes num rio, sendo que a diferença entre esses dois problemas acaba sendo o contexto de cada um.

As variáveis de estruturas são relacionadas ao que os problemas têm em comum na sua estrutura. Uma forma de caracterizar a estrutura de um problema seria dizer que uma mesma fórmula sempre irá expressar a relação entre os elementos de um dado problema e de qualquer outro problema, desde que se tenha as mesmas informações dadas, esses problemas tem a mesma estrutura sintática. Outra maneira de caracterizar a estrutura de um dado problema é através do seu estado-espço, ou seja, outro problema que tenha a mesma estrutura semântica pode ser considerado como tendo o mesmo estado-espço.

A partir daí, questionamentos sobre a importância de um sujeito conseguir classificar problemas a partir da sua estrutura, quais as vantagens em treiná-los para fazer tais classificações são levantados.

E por fim, as variáveis de formato que são a maneira como um problema pode ser apresentado, seja oralmente ou escrito, se há a manipulação de algum aparato, se as instruções apresentam regras ou condições limite para resolver um problema ou o próprio sujeito deverá induzir essas regras ou condições como parte do problema. Também são consideradas a forma do pensamento durante a realização da tarefa, se deve pensar em voz alta, fazer o retrospecto da resolução, usar rascunho, entre outros procedimentos. Em geral, elas raramente são manipuladas em estudos, pois não despertam grande interesse nos educadores matemáticos.

3.1.1.3 Variáveis de Situação

As variáveis de situação envolvem instruções, como no caso das variáveis de formato e podem ser facilmente confundidas com variáveis de

formato, dependendo da quantidade de informação fornecida. As variáveis relacionadas ao conteúdo das instruções fornecidas são de formato e as variáveis relacionadas à percepção do sujeito frente ao propósito da tarefa são relacionadas à situação.

Uma variável de situação diz respeito às condições físicas e psicológicas, sob as quais o sujeito resolve, ou tenta resolver, um problema. Alguns exemplos: o sujeito se oferece voluntariamente para o estudo, se ele recebe recompensas extrínsecas (dinheiro ou notas), se trabalha sozinho ou em grupo, o momento do dia da coleta dos dados, presença de distrações, entre outras. Assim como as variáveis de formato, as variáveis de situação em geral tem pouco interesse para o educador matemático, porém, apresentam interesse de psicólogo social ou educacional.

3.1.2 Variáveis Dependentes

Algumas das variáveis dependentes são obtidas das respostas do sujeito relacionadas à um problema, outras precisam de amostras de comportamento adicionais.

3.1.2.1 Variáveis Concomitantes

Variáveis concomitantes são vistas quando o sujeito adquire novos conhecimentos e habilidades a partir do trabalho com tarefas de problemas propostos, quando a classificação de problemas para um sujeito muda, depois de ele ter resolvido uma serie de problemas.

O sujeito tem a possibilidade de adquirir novos conhecimentos e/ou habilidades em matemática e não só aprender como resolver problemas. Essa medida do conhecimento e/ou habilidades são exemplos de variáveis dependentes concomitantes.

3.1.2.2 Variáveis de Produto

As variáveis de produto são baseadas nas dimensões de resolução do sujeito em um problema: sua exatidão, sua completude, sua elegância, sua velocidade, entre outros. As variáveis de produto mais usadas são velocidade e exatidão.

3.1.2.3 Variáveis de Processo

Variáveis de processo são baseadas no caminho que o sujeito encontra para a resolução do problema. São relacionadas ao processo, estratégia adotada, eficiência em chegar na resolução, heurística usada, algoritmos usados, natureza de seus erros, entre outras.

3.1.2.4 Variáveis de Avaliação

As variáveis de avaliação são relacionadas ao mapa cognitivo do sujeito, ou seja, como ele vê o problema? Quão confiante ele está na sua resolução? Ele está ciente dos processos que utilizou? Para isso seria necessário criar um instrumento para medir esses itens, como um relatório do sujeito de como foi o processo de resolução. Esse relatório fornece dados que só podem ser obtidos dessa maneira.

3.2 Variáveis para Pesquisa sobre o Ensino da Heurística em Matemática

Até aqui, as variáveis foram tratadas fora da perspectiva do ensino da heurística. Em estudos do ensino da heurística, as variáveis são tratadas completamente, ou seja, os métodos, materiais e outras condições de instrução. Nesse caso, temos novamente variáveis dependentes e independentes, relacionada agora na pesquisa da heurística.

3.2.1 Variáveis Independentes

As variáveis independentes, consideradas anteriormente, também se encaixam nessa fase. As variáveis de sujeitos se mantem iguais, as variáveis de tarefa são usadas para a caracterização de problemas no ensino, as de situação continuam iguais. Além dessas apresentadas anteriormente, seriam inseridas as variáveis de tratamento instrucional, variáveis de atividade em sala de aula e variáveis do professor.

3.2.1.1 Variáveis de Tratamento Instrucional

Variáveis de tratamento instrucional são relacionadas à forma como os sujeitos são tratados na escola, se o tratamento é determinado antecipadamente ou modificado de acordo com a resposta do sujeito. Ainda temos mais duas variáveis relacionadas, as variáveis de método e variáveis de materiais.

As variáveis de método são relacionadas a maneira que é dado o ensino. Enquanto que as variáveis de materiais incluem a natureza dos meios instrucionais usados e que aparelhos são usados para representar situações problema. As variáveis de materiais em si são de pouco interesse para o educador matemático.

3.2.1.2 Variáveis de Atividade em Sala de Aula

Variáveis de atividade em sala de aula são relacionadas ao planejamento do pesquisador em sala de aula e o que pode ocorrer durante essa aplicação. Essa categoria é útil quando permite ao professore verificar a variação da atividade dentro de um grupo de tratamento e congruência entre tratamentos reais e pretendidos.

3.2.1.3 Variáveis de Professores

Variáveis de professores estão relacionadas às diferenças presentes em todos os professores, como idade, sexo, metodologia, entusiasmo, autoconfiança, habilidades em matemática, filosofia da educação e amor pelas crianças, por exemplo. Suas habilidades e experiências em resolução de problemas, conhecimentos de heurística, interesses em resolver problemas, também diferem entre os professores. Entre tantas características pessoais não é possível dizer quais podem garantir um ensino eficaz e quais poderiam promover a aprendizagem da heurística.

3.2.2 Variáveis Dependentes

As variáveis dependentes da pesquisa de heurística na matemática são as variáveis estudadas anteriormente e algumas adições, como as variáveis de produto. Quando alguém pretende aprender sobre como o tratamento instrucional teve influencia nas atividades de sala de aula, essas atividades em sala de aula são tomadas como variáveis dependentes. Variáveis de produto incluem todas as medidas que se podem fazer, relacionadas ao que foi aprendido durante uma instrução.

3.3 Metodologias em Resolução de Problemas e Ensino de Heurística Matemática

As metodologias podem ser divididas em duas facetas: tipo de comparação e método de coletar dados. O tipo de comparação é realizado a partir da procura por semelhanças ou diferenças nas respostas e tratamentos realizados pelo sujeito. O método de coletar dados é feito a partir da aplicação de testes ou questionários, registro de respostas, entrevistas, inventários de personalidade, entre outros.

As metodologias mais promissoras são as que envolvem um mesmo conjunto de sujeitos durante um longo período de tempo. A partir de um grande número de problemas resolvidos é possível fazer generalizações mais seguras

sobre os processos usados. Assim, uma abertura às novas técnicas de pesquisa, deixando o empirismo a parte, traria uma concepção mais ampla de pesquisa, permitindo que estudos sobre os processos de resolução de problemas e o ensino de heurística causem impacto.

CAPÍTULO 4

O PROFESSOR PESQUISADOR DIANTE DA PRODUÇÃO ESCRITA DOS ALUNOS

A autora D'Ambrosio (2017) traz logo no início a definição de professor construtivista, a partir da concepção de Steffe e D'Ambrosio (1995, p.148), como sendo os que “estudam as construções matemáticas de seus alunos e que interagem com eles num espaço de aprendizagem cujo desenho é baseado, pelo menos em parte, num modelo em desenvolvimento do conhecimento dos alunos”.

O professor construtivista consegue entender o conhecimento de seus alunos como resultado de ações realizadas por eles e também das reflexões que eles fazem sobre essas ações para organizar o seu mundo experiencial. Esse professor constrói um modelo de segunda ordem de seus alunos, trabalhando para a constituição de um sujeito epistêmico, que representa o saber do professor relativo à compreensão de seus alunos sobre determinado conteúdo.

Os modelos de segunda ordem são sempre descrições de uma pessoa alheia, sendo o modelo de primeira ordem pertencente apenas ao próprio sujeito, acessível a ele apenas.

O professor que escolhe um olhar construtivista deve levar em conta a importância da escrita no aprendizado de seu aluno, e, para a leitura, é necessário pontuar a leitura como sendo um processo hermenêutico de ouvir e interpretar o que o aluno quer comunicar. Sendo assim, o professor precisa praticar o ouvir construtivista, ou seja, voltar seu trabalho para as ideias e objetivos do falante.

Podem ser descritas três formas diferentes de ouvir os alunos, a primeira forma é ouvir para avaliar e, assim, procuram a resposta correta e tentam mudar o pensamento do aluno para que eles a encontrem.

A segunda forma de ouvir é para interpretar a solução encontrada pelo aluno. O professor tenta compreender o pensamento do aluno, fazendo muitas perguntas para que o aluno encontre seu equívoco, para, daí, criar situações que o levem a corrigir seu erro. Buscando sempre levá-lo as respostas e construções matemáticas corretas.

As duas formas de ouvir anteriores são voltadas para a matemática acadêmica formal, enquanto que a terceira forma de ouvir, a hermenêutica, em que o professor ouve o aluno, acreditando que, ele mesmo, professor, aprenderá algo novo. “Essa forma de ouvir requer a negociação, é cativante e confusa, e envolve o ouvinte e o falante em um projeto compartilhado” (DAVIS, 1996, p.53). Esse professor acredita que os estudantes irão produzir novas soluções que ele próprio não tinha considerado até então.

Acredita-se que o professor tem acesso ao pensamento do aluno tanto pelas articulações orais quanto pela produção escrita. Podem ser consideradas duas formas de se trabalhar com os alunos, uma metodologia de acreditar e uma metodologia de duvidar. A metodologia de duvidar, mais usual em sala de aula, envolve o ouvir de forma avaliativa duvidando da razão que possa haver na produção do aluno. Enquanto a metodologia de acreditar envolve o professor confiar na produção do aluno, procurando o que há de correto e viável. Ouvir acreditando pode resultar em novas perspectivas para o professor.

Em seguida D’Ambrosio (2017) apresentou alguns registros de aulas de uma professora americana, para alunos de 12 anos, que aplicou problemas buscando desenvolver um modelo sobre as estruturas multiplicativas disponíveis aos alunos. A partir dos problemas, foram registradas respostas de alguns alunos e foram mostradas as contribuições que a metodologia de duvidar trouxe para esses alunos.

Quando se acredita na produção do aluno, é possível se informar a respeito do conhecimento que esse aluno leva para a escola e a sua forma de raciocinar; podendo ainda enriquecer o modelo de matemática para os alunos e permitindo criar novas direções para planejar novas ações. Contribui ainda para o sentimento de membro integrante e valorizado da sala de aula, tem orgulho das suas contribuições e descobertas, buscando se expressar de maneira com que todos possam entender. Tornando-se assim um aluno interessado e participativo, e ainda aprendendo a ouvir a voz do colega tentando encontrar relações entre as ideias e aprendendo a considerar novas possibilidades e construções.

CAPÍTULO 5

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UM TEMA EM CONTÍNUA DISCUSSÃO: VANTAGENS DAS RESOLUÇÕES VISUAIS

A autora Vale (2017) destaca a necessidade dos dias de hoje, com a alta demanda de pessoas preparadas para enfrentar uma sociedade global, regida por comunicações de alta velocidade com grande impacto visual, as exigências do mercado de trabalho por pessoas com novos meios de pensar. Isso está intimamente ligado à importância da resolução de problemas na sala de aula. Com a resolução de problemas é possível desenvolver as capacidades criativas dos alunos, permitindo que todos participem ativamente de sua aprendizagem, a importância que esse tema em gerar motivação nos alunos e de atrair sua atenção.

Problemas de natureza visual podem facilitar desenvolvimento da criatividade dos alunos, e ainda há tarefas que ao se utilizar representações visuais apresentam vantagens sobre o uso de outras representações, deixando a resolução de problemas mais fácil.

A criatividade pode ser desenvolvida a partir da resolução e formulação de problemas que levem o aluno à compreensão de conceitos matemáticos e estimulem a criatividade, fluência, flexibilidade e originalidade. O processo criativo tem essas dimensões funcionando em harmonia e raramente ocorrem isoladamente no processo de pensamento.

Para haver um bom ensino da matemática há aspectos fundamentais que devem ser levados em conta, entre eles, um profundo conhecimento dos conteúdos matemáticos, um bom entendimento do modo de ensinar e ainda um uma pratica que garanta o desenvolvimento da aprendizagem matemática em

todos os alunos, ou seja, a aprendizagem depende fortemente do professor e das tarefas propostas, afinal, os problemas proporcionam desafios intelectuais que podem melhorar o desenvolvimento matemático dos alunos.

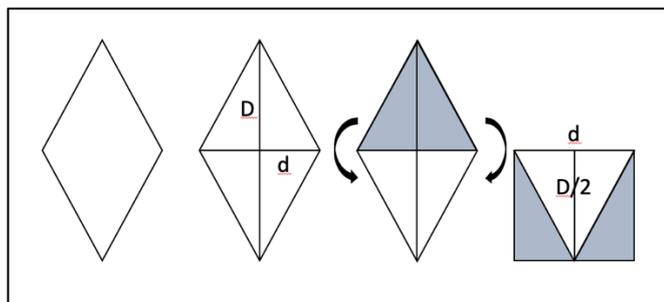
A autora valoriza estratégias relacionadas à resolução de problemas, pois o aluno, através da visualização, aumenta as possibilidades de resolução, assim, tornando a resolução parte importantíssima no processo de ensino, aliado às práticas mais procedimentais, permitindo ao aluno pensar matematicamente. A visualização se tornou uma ferramenta importante no raciocínio matemático, onde o visual proporciona algo mais profundo do que apenas o uso de fórmulas, contribuindo para uma visão mais ampla da matemática.

Sendo assim, quanto mais diferentes as situações de atividades propostas para os alunos resolverem, maior será o repertório de experiências adquiridas que lhes vão possibilitar ter uma intuição para a resolução de determinado problema. Sendo esta intuição sendo gerada pela experiência, isto é, por situações práticas em que o indivíduo está sistematicamente envolvido.

Foram apresentados cinco exemplos em que se pode resolver alguns problemas com as representações visuais mais facilmente do que com a forma algébrica. Segundo Polya, fazer um desenho é uma poderosa estratégia para resolver um problema acrescentando as perspectivas de Einstein e Poincaré sobre a importância do uso das intuições visuais nos seus trabalhos.

Um dos exemplos a se destacar é para descobrir uma fórmula geral para a área do losango. Uma boa atividade para deduzir essa fórmula é começar desenhando um losango, decompô-lo em triângulos e obter uma figura equivalente, que se saiba determinar a área, como um retângulo. A Figura 2 mostra a transformação de losango para um retângulo.

Figura 2: Decomposição do losango



Fonte: Onuchic, et. al (2017, p. 150)

Sendo D e d , duas diagonais do losango, a área do retângulo obtido será $A = \frac{D}{2} \times d$, o que nos leva à fórmula clássica da área de um losango: $A = \frac{D \times d}{2}$. A partir dessa atividade, é possível chegar num retângulo cuja área é conhecida, ou seja, as transformações visuais utilizadas permitem reconfigurar a figura original, trazendo intuitivamente um resultado matemático.

Normalmente, os problemas apresentados em sala de aula não levam às soluções visuais, em geral são resolvidos de forma analítica. Sendo assim, leva-se a importância de uma resolução visual, que pode trazer o sentido da resolução e do próprio símbolo matemático, complementando o seu ensino.

CAPÍTULO 6

REFORMULANDO: ABORDANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS COMO INVESTIGAÇÃO

O autor Kilpatrick (2017) considera a resolução de problemas caracterizada por uma sequência de reformulações, pois em geral, a resolução final de um problema é dada a partir de sucessivas reformulações dos problemas.

Um exemplo de problema que apresenta a necessidade de reformulação, é o GPS. Quando ele apresenta a mensagem recalculando, na verdade está tentando solucionar um problema novo gerado pela mudança do caminho original. O caminho original indicava a menor distância entre dois pontos, quando há uma mudança na trajetória inicial, ele precisa solucionar esse novo problema, buscando novamente a menor distância entre o novo local e o destino.

O ensino de Ciências e Matemática na Europa teve a incorporação do ensino investigativo através do projeto internacional Promoting Inquiry in Mathematics and Science Education across Europe (PRIMAS), que envolveu pesquisadores de 14 países em sua elaboração. O uso do aprendizado baseado na investigação (IBL) foi implementado através do projeto PRIMAS no ensino de matemática que reconhece a necessidade de adequar o desenvolvimento profissional dos professores com as circunstâncias de cada país.

Na Europa, devido ao decrescente número de matrículas em cursos ciência, tecnologia, engenharia e matemática houve a necessidade de se

implementar uma estratégia para mudar os objetivos de carreiras dos alunos, sendo esse um dos fortes argumentos para a implementação do IBL.

A educação matemática tradicionalmente foca muito mais em resolução de problemas, mas o projeto PRIMAS sugere que um foco em investigação é capaz de fornecer algumas oportunidades importantes para que os alunos se envolvam no estudo da matemática. O autor defende que a formulação de problemas deve ser um objetivo tanto do professor quanto do aluno, para ensinar e aprender matemática.

Para introduzir o ensino IBL, seria necessário apresentar esse sistema, preferencialmente, durante a formação dos professores, para que eles pudessem ver, analisar e explorar as várias facetas da IBL para aplicar futuramente em sala de aula, salientando a importância de dois focos dentro da prática docente, um mais teórico e outro mais prático.

O termo metacognição, durante um tempo, foi considerado exclusivo para pesquisadores educacionais apenas. Schoenfeld definiu metacognição em uma série de questões, tentando explicar seu significado para os interessados como:

- i- Seu conhecimento sobre os seus próprios processos de pensamento. Quão exato você é para descrever seu próprio raciocínio?
- ii- Controle e autor regulação. Quão bem você mantém um controle do que você está fazendo quando (por exemplo) você está resolvendo problemas, e quão bem (se é que você faz isso) você usa a contribuição dessas observações para guiar suas ações de resolução de problemas?
- iii- Crenças e intuições. Que ideias sobre matemática você traz para o seu trabalho em matemática, e como isso modela o jeito como você faz matemática?

Nos trabalhos de Polya, quando ele trata da heurística, apesar de não usar o termo metacognição, suas sugestões remetem aos conselhos

metacognitivos, dando ao solucionador do problema, conselhos que o ajudarão a entender e elaborar um plano de resolução para o problema.

O autor descobriu na Universidade da Geórgia, que familiarizar os futuros professores com os as sugestões metacognitivas de Pólya, os ajudarão a introduzir resolução de problemas como um processo investigativo para os alunos. Esse trabalho com a formação de futuros professores, ajuda a entender as diferenças entre trabalhos de rotina e não rotina, os problemas de não rotina demandam criatividade e originalidade do aluno, diferentemente do problema de rotina.

Um exemplo de metacognição:

Problema: Prove a proposição: Se um lado de um triângulo é menos do que a média aritmética dos outros dois lados, o ângulo oposto é menos do que a média dos dois outros ângulos.

Sugestões: Qual é a hipótese? Qual é a conclusão? ...

Essas sugestões apresentadas são questões metacognitivas, que ajudam a guiar o trabalho do resolvidor. Essas questões levam o resolvidor a analisar seus componentes, indo além dos confins do problema.

A partir de todo assunto discutido, a reformulação de problemas se torna uma ferramenta importantíssima para a resolução de problemas, pois os solucionadores de problemas sempre ao tomar iniciativa, durante o percurso precisará mudar a estratégia a partir do seu desempenho na resolução.

CAPÍTULO 7

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO SUPERIOR

A Resolução de Problemas no ensino superior, segundo Ferreira (2017), se mostra como um diferencial no processo de formação, abrangendo ensino, aprendizagem e avaliação de matemática. No Brasil, grande parte dos cursos de Licenciatura em Matemática, possui o tema nas ementas dos Projetos Políticos Pedagógicos.

Ferreira, Silva e Martins (2017) dividiu o trabalho em duas partes: uma primeira que trata dos trabalhos realizados no ensino superior e uma segunda parte, com uma proposta para esse tema. A primeira parte trás duas possibilidades de abordagem em ensino:

- i- Abordagem de resolução de problemas através de conteúdos da educação básica: o tema é trabalhado através de conteúdos do Ensino Fundamental e Médio, durante disciplinas do início da graduação ou em didática, estágio supervisionado, etc.
- ii- Resolução de problemas em matemática superior: tema abordado em disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Análise Real, Equações Diferenciais, etc.

As pesquisas encontradas tratando da abordagem através da educação básica foram de cinco artigos em licenciatura em matemática e três artigos em outros cursos superiores. Na matemática superior, os trabalhos em licenciatura em matemática, foi de apenas um e quatro trabalhos em outros cursos do ensino superior.

Os trabalhos encontrados em outros cursos de ensino superior, relacionados à matemática básica, foram oferecidos para sanar as dificuldades

e lacunas em disciplinas de Matemática Elementar. Os autores destacam que ao se trabalhar da mesma maneira que no ensino básico com os alunos na graduação, em geral, não é eficiente. Os alunos que iniciam a graduação com alguma defasagem precisa de um tratamento diferenciado. O uso de computador nessas aulas mostrou um resultado bastante satisfatório no processo de resolução de problemas.

Nos cursos de licenciatura em matemática, os trabalhos focados na matemática básica, ocorrendo em geral em disciplinas como Prática Pedagógica ou Laboratório de Ensino de Matemática. A intenção era apresentar novos métodos de ensino através da resolução de problemas para os futuros professores.

Em um dos trabalhos, Azevedo (1998) apoiada na Metodologia de Resolução de Problemas, traz um estudo com logaritmos, em que o objetivo era avaliar criticamente os conhecimentos dos alunos de conceitos da educação básica. Houve o estabelecimento da relação entre o conteúdo de logaritmos e conteúdos de limites, derivadas e integrais, abordados na disciplina de Cálculo em Curso Superior.

Para os conteúdos de matemática superior em outros cursos de graduação, os trabalhos foram desenvolvidos em disciplinas de cálculo para engenheiros e matemática para administradores, envolvendo história da matemática para chegar aos conceitos atuais, e uma metodologia via resolução de problemas para os administradores. Em todas as pesquisas foram desenvolvidas a postura de trabalho em grupo ao longo do processo, que em geral, se iniciava individualmente. Esse método, através da resolução de problemas, tornou as turmas mais críticas, participativas e reflexivas.

Em licenciatura em matemática, apenas um trabalho foi aplicado com matemática superior como tema para resolução de problemas. A disciplina do trabalho foi Estruturas Algébricas, considerada uma das mais abstratas da graduação. A ideia do autor foi mostrar uma abordagem diferente em uma disciplina abstrata através da resolução de problemas.

O trabalho prático realizado pelos autores foi aplicado em uma turma da disciplina de Álgebra II, utilizando a metodologia ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, possibilitando ao aluno, construir conhecimentos em uma disciplina abstrata.

A ideia dos autores é que ao mostrar exemplos de trabalhos aplicáveis em Álgebra II, essa ideia poderia se expandir por todas disciplinas ofertadas em Licenciatura em Matemática, oferecendo aos alunos uma experiência diferente e uma possibilidade de uma nova estratégia de ensino através da resolução de problemas. Seria um grande passo, poder contar com mais pesquisa voltada pra essa área, afim de fortalecer esse tema como uma metodologia aplicável à sala de aula.

CAPÍTULO 8

O PROBLEMA DA CALHA E O USO DA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS CURSOS DE ENGENHARIA

Nesse artigo de Menino e Onuchic (2017) foi utilizada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, sendo esse trabalho uma proposta de trabalho para a aula de matemática. O curso alvo foi Engenharia Civil, durante 6 anos, na disciplina de Cálculo I.

8.1 Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação

Os problemas tem uma importância histórica na matemática. Através deles foram possíveis muitas descobertas ao longo da história, seja em outras ciências ou na própria matemática.

A partir disso, os autores trazem o pensamento de que o conhecimento matemático deva emergir de experiências com resolução de problemas. Para isso é necessário dispor de um ambiente atrativo para essa prática, que favoreça a confiança dos alunos em suas capacidades de aprendizagem. “Ensinar Matemática através da resolução de problemas é uma abordagem consistente com as recomendações do NCTM (2000) e dos PCN (1997, 1998, 1999), pois conceitos e habilidades matemáticos são aprendidos no contexto da resolução de problemas”. (ONUCHIC, ALLEVATO, 2005, p.221)

Na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, os problemas propostos aos alunos são de conteúdos que ainda não foram apresentados formalmente. Sua avaliação é feita continuamente, durante sua execução. Não é valorizado o ensino mecânico dos conhecimentos, o real objetivo é ajudar os alunos a se tornarem investigadores e questionadores das situações problemas que surgem e para que isso ocorra o professor assume o papel de organizador,

observador, mediador e incentivador da aprendizagem, deixando o viés de apenas transmitir o conhecimento.

8.2 O Problema da Calha

A professora nomeou o problema gerador como o Problema da Calha. Nesse problema é considerado cinco casos de formatos de calhas que foram apresentados aos alunos e eles deveriam determinar qual dos cinco formatos fornecia a maior capacidade de litros.

Para a realização desse trabalho, foram necessárias conceitos e conteúdos dos ensinos fundamental e médio de maneira não convencional, mas com compreensão e significado. A proposta das autoras foi ensinar matemática através de problemas e não ensinar a resolver problemas.

CAPÍTULO 9

O COMPUTADOR NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: REFLEXÕES SOB A PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Segundo Allevato, Jahn, Onuchic (2010), ao escolher computadores como uma ferramenta no ensino aprendizagem da matemática, é necessário que os professores saibam exatamente do que precisam dessa ferramenta, para utilizá-lo eficientemente. A abordagem visual, trazida pelo computador, foi mostrada como não natural para os alunos, que recorriam a lápis e papel, em estudo de Borba e Villarreal (2005). Apesar disso, ao se trabalhar as relações entre o visual e algébrico, é possível chegar a resultados que mostrem suas relações, como o caso de representação gráfica da função derivada que leva a interpretações de comportamentos e extremos de funções.

Apesar disso, podem ocorrer erros causados pela diferença de algumas notações matemáticas para a notação dos *softwares*, por exemplo. Muitas vezes, acha-se que o computador não comete erros. Entretanto, o uso do computador, trás as noções de extremos de funções quadráticas, das possíveis três raízes de uma função cúbica, entre outros.

Para Onuchic (1999) um problema é “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. Vale ressaltar que o tipo de problema proposto está ligado aos objetivos da resolução de problemas.

O primeiro trabalho apresentado foi de Allevato (2005), que utilizou o *software WinPlot* em uma turma de Administração de Empresas. Foram apresentados dois resultados em que os alunos usaram incorretamente a sintaxe das fórmulas, gerando gráficos de retas para funções de raiz quadrada. E o resultado correto do uso do *software*. A partir desse resultado, fica-se a considerações que deve ser levantada pelos professores: O que se pretende que os alunos aprendam com os problemas? Quais sub-habilidades são exigidas para sua resolução? Que tipo de problema e quais questões devem

ser elaboradas para que os alunos atinjam o objetivo proposto? Quais os conhecimentos instrumentais necessários para uso dos recursos?

No trabalho de Santos (2006), é mostrado um problema sugerido pela professora em que a falta de conhecimento dos comandos do *software Wingeom* complicariam a sua execução e isso geraria desmotivação nos alunos. Para resolver isso, alguns pesquisadores auxiliaram numa formulação mais detalhada, contendo todos os passos para a construção geométrica. Assim, ficando mais fácil e viável a aplicação de seu trabalho.

Pierce e Stacey (2001), trazem a importância que o conhecimento matemático tem sobre o uso de computador. Em *softwares* como o *Winplot*, por exemplo, a linguagem algébrica é usada em sua sintaxe e, assim, o conhecimento das regras algébricas auxilia no uso do *software*, como regras de operações, uso de parênteses, entre outros.

Em seguida, a autora trouxe um trabalho, realizado por um aluno de Ciências da Computação que usou o *software Winplot* para analisar as animações computacionais usando transformações no plano. O trabalho se iniciou através de transformações lineares planas para exploração. Em seguida, foi proposto desenhar uma figura ou objeto que se movimentasse a partir das transformações estudadas no *software*. O objeto escolhido foi um cata-vento e a partir daí começou a aparecer as complexidades dessa escolha. Para conseguir representar o objeto escolhido, foi necessário estudar conceito de função, propriedades das funções, tipos de funções, funções inversas, curvas no plano, representação cartesiana, paramétrica e polar de curvas, transformações geométricas, entre outras, além dos conteúdos específicos de transformações lineares.

Esse foi um exemplo de problema aberto, pois o aluno não sabia a princípio quais conteúdos seriam estudados, além das transformações lineares, e também as manipulações necessárias do *software* para obter o efeito de animação (girar). Para a realização desse desafio, precisou estudar, aprender e aprofundar seus conhecimentos, além de aprimorar o uso do *software* para sua execução.

A partir dessas experiências, é possível realizar algumas análises acerca do uso de computador para resolução de problemas, pois os problemas devem estar adequados ao objetivo proposto, deve-se levar em consideração a sintaxe usada nos softwares e o quanto isso pode dificultar seu uso, a possível utilização para ver as lacunas no conhecimento dos alunos, como não saber regras algébricas, por exemplo. E também foi mostrado o uso para um problema aberto, tendo se mostrado uma estratégia que proporcionou ao aluno uma oportunidade de aprofundar seus conhecimentos matemáticos além de conectá-los e trazer um sentido para os mesmos.

Sendo assim, cabe ao professor direcionar os alunos através de problemas adequados, que tragam o potencial das ferramentas computacionais como calculadoras, planilhas eletrônicas, sistemas de geometria dinâmica ou computacionais algébricos e assim proporcionar uma experiência diferente do vivenciado tradicionalmente, confrontando os alunos com problemas mais complexos, menos usuais e mais interessantes, trazendo uma nova visão rica em aprendizagem.

CAPÍTULO 10

O PAPEL DA AVALIAÇÃO NA METODOLOGIA DE ENSINO- APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo Pironel e Vallilo (2017), o processo de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas em matemática procura desenvolver e implementar o uso da avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem. Segundo Pironel e Onuchic (2016):

- i- Pode ocorrer ensino e aprendizagem sem que exista uma avaliação desse processo;
- ii- Pode haver ensino e avaliação sem que tenha havido aprendizagem;
e
- iii- Pode haver aprendizagem e avaliação dessa aprendizagem, sem que ela tenha acontecido a partir do ensino.
- iv- Porém, compreende-se a necessidade de que os processos de ensino, aprendizagem e avaliação ocorram integradamente quando pensamos na sala de aula de matemática.

Essa metodologia visa potencializar o desenvolvimento do aluno. Quando pensamos em avaliação, a partir dessa metodologia, ela deve ocorrer não apenas durante o desenvolvimento da atividade, além disso, esse processo inicia-se antes da aula, a partir do momento que o professor elabora um problema gerador ou usar algum problema existente.

Em muitos casos, a avaliação é vista apenas como um método de quantificar o aprendizado, sem questionamentos sobre o desempenho baixo de alguns alunos, sendo confundida com provas classificatórias. Segundo o National Council of Teacher of Mathematics – NCTM (2000,p.11) traz como um dos princípios da matemática sendo que a avaliação deve apoiar o aprendizado

de conteúdos matemáticos importantes e fornecer informações úteis tanto para professores como para alunos.

Segundo o NCTM (2014, p.59), é preciso garantir a avaliação como parte integrada ao ensino, que forneça evidências sobre proficiência do aluno nos conteúdos matemáticos importantes e sobre sua prática, que dê retorno aos alunos e auxilie nas decisões instrucionais, destaca ainda, a necessidade de se avaliar a compreensão conceitual, o raciocínio e a fluência procedimental. A prática ensino-aprendizagem-avaliação baseada na resolução de problemas se encontra alinhada à essas ideias.

Santos (2002) classifica a avaliação em três tipos:

- i- Avaliação formativa: externa ao aluno, todo processo é realizado pelo professor, com escolha de tarefas em todo processo de aprendizagem;
- ii- Coavaliação entre pares: processo interno e externo ao aluno, ao trabalhar em pares, os alunos tem a possibilidade de reavaliar e contribuir para as próprias ideias e a do par, reestruturando o conhecimento de ambos.
- iii- Auto avaliação: interno ao aluno, processo de metacognição, esse olhar crítico para si mesmo ajuda o aluno a identificar o próprio erro.

Para fazer a escolha de um problema adequado para os alunos, o professor precisa levar em conta o conteúdo matemático que se pretende trabalhar e ainda quais conhecimentos são necessários para se resolver determinado problema. Ao elaborar a aula, o professor resolve o problema e a partir dessa resolução é primordial que sejam vislumbrados os caminhos possíveis para a resolução, quais serão os erros possíveis, prevendo e antecipando as intervenções que serão necessárias em sala de aula. Isto é um problema? Qual turma são adequadas para sua aplicação? Quais são os conteúdos envolvidos? A resolução nos levará à formalização pretendida do conteúdo? Essas são algumas perguntas possíveis ao se escolher um problema para aplicação.

Suponhamos que o objetivo de uma determinada situação seja trabalhar juros compostos. A partir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, deve-se buscar um problema gerador, que permita, através da resolução, formalizar esse determinado conteúdo matemático, que são Juros Compostos, um exemplo desse problema seria:

O problema da Estimativa: A população de São Paulo, segundo estimativa do IBGE possuía em 2016 cerca de 12 milhões de habitantes. O censo demográfico de 2010 mostrou que a cidade possuía 11,2 milhões de habitantes em 2010. Considerando que o crescimento populacional da população paulistana se mantenha proporcional, qual será a população estimada para o ano de 2046?

Nesse caso, a resolução não seria apenas através do cálculo através da fórmula do cálculo de montantes, mas também poderia envolver os conteúdos de sequências, potências e progressão geométrica, podendo ser utilizado de acordo com os objetivos que o professor tem para sua aula.

A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, fornece uma maneira para que o ensino, a aprendizagem e a avaliação ocorram simultaneamente, essa metodologia traz a necessidade de que a avaliação ocorra durante o desenvolvimento da atividade, objetivando a construção do conhecimento por parte do aluno.

Onuchic e Allevalo (2011, p.81) trazem o conceito dessa metodologia:

Na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (ONUCHIC E ALLEVATO, 2011, p.81)

A aula em si começa a partir da entrega de um problema, sendo esse o problema gerador, e forma-se pequenos grupos na sala de aula. Sendo problema “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.81). A partir dessa metodologia o aluno

analisa seus próprios métodos, elabora justificativas e dá sentido ao que faz, concomitantemente, o professor consegue avaliar o progresso do aluno, reorientando ou não, as praticas dos alunos, guiando-os no processo.

Quando um aluno participa de um processo de avaliação, é importante que esteja ciente do seu aprendizado, sabendo dos avanços e refletindo sobre seus erros, para que possa melhorar seu conhecimento. Ao realizar o processo de auto avaliação, a partir da negociação avaliativa, de acordo com o que é produzido pelos estudos, o aluno terá uma confiança sobre si e através de questionamentos consegue atribuir sentido às suas ações. Assim promove sentido no que se estuda e através de um problema, pode avaliar seu aprendizado.

A observação do professor pode ser realizada de duas maneiras, a observação com registro, em que o professor registra as observações realizadas em aula e a observação com intervenção imediata, em que o professor faz a intervenção durante o desenvolvimento do aluno, por meio de perguntas, dicas e até mesmo resolvendo algum problema distinto do problema gerador que possa orientá-lo para a resolução do mesmo.

Ao avaliar através da observação, em especial quando a observação vem seguida da intervenção, mostra a importância do método ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, pois permite ao professor perceber o sentido que os alunos estão construindo de determinado assunto a partir do desenvolvimento da atividade, possibilitando correções e reduzindo as concepções errôneas, garantindo um melhor desempenho para um maior numero de alunos.

A plenária, quando um aluno é convidado a apresentar a resolução obtida pelo grupo, possibilita a socialização de todas as resoluções obtidas pelos alunos e gera o debate sobre a validade das mesmas. O professor então se torna o mediador, direcionando a classe a encontrar a solução e os erros apresentados, favorecendo um momento de auto avaliação e coavaliação para toda turma.

Um mecanismo de avaliação proposto seria o que utiliza uma prova, auto avaliação e diários interativos. A prova, realizada em duplas ou grupos, esclarece as dificuldades e facilidades dos alunos, a auto avaliação traz a autorreflexão acerca de seu aprendizado, se tornando crítico e podendo tomar parte no processo de tomadas de decisões para melhorar seu conhecimento e com os diários interativos é possível fazer uma coleta de dados dos alunos, conseguindo estabelecer estratégias a partir do desempenho, ou não, dos alunos. Ao final de todo esse processo, é importante que o professor faça uma reflexão da avaliação, em que o professor destaca quais acertos e erros foram cometidos no processo, fazendo assim, uma meta-avaliação.

Ao inserir o processo de avaliação no ensino-aprendizagem, a avaliação e torna um instrumento de ensino, promovendo a aprendizagem, fazendo com que os alunos alcancem um desenvolvimento do pensamento crítico e criatividade, necessários para construção de um cidadão participativo.

CAPÍTULO 11

PERSPECTIVAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POR MEIO DE ARTICULAÇÕES ENTRE TEORIA, PRÁTICA E CONCEITOS SOBRE COMUNIDADE DE PRÁTICA.

Segundo Leal Jr e Miskulin (2017), o campo da Resolução de Problemas na matemática possui estudos que envolvem aspectos epistemológicos e didático-pedagógico nos processos de ensino aprendizagem. Esse trabalho traz perspectivas para a articulação entre teoria, prática e alguns conceitos sobre comunidade de prática.

Onuchic (1999) apresenta três vertentes da concepção de resolução de problemas, sendo elas:

- i- O ensino sobre resolução de problemas, pautado em princípios descritivos;
- ii- O ensino para a resolução de problemas, caracterizado por um ensino prescritivo;
- iii- O ensino através da resolução de problemas, já bem difundido no Brasil, com uma matriz teórica que tem princípio construtivista e interacionista, além de princípios analíticos, reflexivos e críticos sobre e na prática docente.

Essa terceira perspectiva traz a metodologia ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, as duas primeiras, caracterizam um ambiente mais tradicionalista dentro do ensino de matemática. Em 2014, Onuchic et al., apresentaram o livro Resolução de Problemas: teoria e prática que foi um processo de formalização de princípios educacionais em matemática através da resolução de problemas, estudo esse que vinha desde 1999, através da Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic.

A metodologia de ensino através da resolução de problemas, traz o estudo dos métodos que os alunos utilizam na resolução de problemas e na busca de soluções, que podem ser várias e que poderão ser discutidas nas plenárias e a formalização do conceito em seguida. Os métodos utilizados, são produzidos pelos professores e alunos através de pesquisa, exploração e investigação. Questões filosóficas, educacionais e pedagógicas também fornecem esses métodos, pois permeiam todas atividades de resolução de problemas.

Segundo Foucault teoria e prática tem uma ligação no sentido real dos conceitos, em que não há diferenciação entre uma e outra. Essa ideia se estende por muitos trabalhos realizados, em que não apresentam distinções entre teoria e prática. Por outro lado, há uma linha de pesquisa em resolução de problemas em que teoria e prática são tratados como termos diferentes, em que autores usam prática pra desenvolver teoria e vice-versa.

A conceituação para o termo prática está em torno do que é praticado, realizado ou efetivado em seu contexto social, histórico e cultural. Essa prática está associada às atividades e princípios que possuem significado e sentido acerca de sua constituição.

Teoria e prática em resolução de problemas, possuem uma relação de significação, em que a teoria é levantada a partir da prática. Não há uma ordem hierárquica estabelecida entre elas, ou quem vira primeiro. Na mesma linha de pensamento, o trabalho de Onuchic e Noguti (2014) traz a resolução de problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação.

A resolução de problemas, como área de pesquisa, vem desde o início do século XX, com pesquisas de Thorndike em psicologia, que passou da Teoria da Disciplina Mental para o Conexionismo, sendo a resolução de problemas uma atividade para alcançar objetivos.

A origem da teoria da disciplina mental vem desde a época de Platão, pela noção de que o estudo de geometria era uma maneira de melhorar, de um modo geral, a inteligência. Cabe, no entanto, ressaltar que Thorndike combatia

a teoria da disciplina mental como base de qualquer componente curricular. Para os defensores da disciplina formal a importância não estava no que deveria ser aprendido, mas sim na faculdade que estava sendo treinada. Acreditava-se que, pelo treino de uma faculdade, acontecia uma transferência ampla e geral na capacidade da mente.

Thorndike defende o rompimento com toda e qualquer situação que mantivesse a resolução de problema apenas como uma ginástica da mente, principalmente porque, se escolhidas adequadamente, as situações poderiam ser enunciadas de forma similar a uma que acontece no cotidiano do aluno, procurando garantir com isso a presença de “elementos idênticos” com uma situação de sala de aula.

Necessário se faz, portanto, reafirmar que a defesa do autor estava alicerçada principalmente na importância de que os enunciados dos problemas ou das atividades desenvolvidas pelo aluno contivessem “elementos idênticos” a situações que acontecessem fora do ambiente escolar. Esta é a base do Conexionismo, cuja presença de elementos idênticos garantiria que uma conexão fosse estabelecida e a aprendizagem ocorresse, pois para o autor aprendizagem é conexão.

E desde então surgiram grandes nomes, como John Dewey, Brownell e, posteriormente, Polya, considerado o pai da resolução de problemas, que institucionalizou a resolução de problemas em 1940. Schroeder e Lester (1989), trazem 3 sentidos para a resolução de problemas: (1) ensinar sobre resolução de problemas; (2) ensinar a (para) resolver problemas; e (3) ensinar através da resolução de problemas.

No primeiro, o professor traz os modelos e a heurística de Polya. O trabalho de George Polya (1978) retoma a ideia da heurística, a arte da descoberta. Em seu livro *A arte de resolver problemas*, Polya dedica o terceiro e mais longo capítulo a um Pequeno Dicionário de Heurística, e no verbete Heurística, lemos: “o objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção” (POLYA, 1978, p.86).

Para Polya (1978), resolver um problema de qualquer tipo é contornar um obstáculo. Basicamente, este autor tratou de dois tipos de problemas: os de demonstração e os de determinação. Os problemas de determinação são mais importantes na Matemática elementar; os problemas de demonstração são na Matemática superior.

O segundo sentido para a resolução de problemas é voltado a atenção que o professor direciona para como a matemática é ensinada e como pode ser construída. O terceiro caso é o processo de ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.

A partir desse processo de ensino e aprendizagem é importante destacar o trabalho do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) que desde 1999 tem produzido pesquisa acerca desse assunto. Seus trabalhos são voltados para ensino, aprendizagem e avaliação, em articulação com estudo do currículo, formação docente, pesquisa, entre outros.

O GTERP tem se configurado como um grupo de professores e pesquisadores cujo contexto configura-se como um espaço de negociações de significados em prol da pesquisa em resolução de problemas, cuja denominação no plano acadêmico é comunidade de prática. Uma comunidade desta natureza é estruturada a partir de: (a) o domínio que é o objetivo/interesse em comum; (b) a prática configura-se como as ações compartilhadas dentro de uma comunidade e (c) a própria comunidade que engloba e envolve, de alguma forma, os seus membros e legitima sua produção. Essa comunidade prática que será responsável pela produção e legitimação da pesquisa em resolução de problemas.

Esse estudo apresenta apenas uma ideia na qual prática, teoria, método, teorização, metodologia e comunidades práticas estão em constante modificação e desenvolvimento.

CAPÍTULO 12

UM CAMINHAR CRÍTICO REFLEXIVO SOBRE RESOLUÇÃO, EXPLORAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NO COTIDIANO DA SALA DE AULA

O autor Andrade (2017) teve os primeiros trabalhos sobre resolução de problemas em 1991-1992, eram trazidas as primeiras reflexões acerca dessa temática, baseadas em suas leituras e experiências em sala de aula. Seu maior questionamento era o modo tradicional do ensino da matemática, em que o professor passava em um primeiro momento a teoria de um conteúdo e em seguida, exercícios sobre esse tema, caracterizando como aplicação da teoria.

Essa abordagem não favorecia uma aprendizagem libertadora e transformadora e era considerada contraditória ao desenvolvimento da matemática. A partir desse pensamento, era trazida a ideia de que a teoria deveria vir a partir da prática e não o contrário, tendo como denominação ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.

Desde o mestrado, o autor vem trabalhando através da perspectiva “Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas e a Multicontextualidade da Sala de Aula” e assumindo que o ensino-aprendizagem de matemática sempre começa com um problema. O movimento Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses-Resultado (P-T-RS-R) traz os enunciados dos problemas sempre com algo novo a ser explorado na sala de aula e o planejamento é aberto, podendo ganhar várias formas e exploração ao longo do trabalho.

As pesquisas e as práticas em resolução de problemas não abordavam as questões de natureza sócio-político-cultural o que não levava à uma perspectiva de educação crítica, sendo esse um dos propósitos nos estudos do autor. Paulo Freire, Vygotsky e Lakatos tiveram influência em seus trabalhos,

auxiliando em uma possível prática de educação crítica em resolução de problemas na sala de aula de matemática.

Um problema é a situação em que o indivíduo não possui respostas nem procedimentos imediatos para determinar e encontrar uma solução para determinada tarefa, mais ainda, essa dada situação só será considerada um problema se tiver sido desenvolvida pelo indivíduo.

Ao aplicar a proposta exploração, resolução e proposição de problemas não é necessário, em primeira instância, que o problema seja solucionado, mas sim, que essa tarefa proporcione a realização de um trabalho efetivo, e em um processo de reflexão e síntese, com a participação do professor, chegue-se à solução desejada. Muitas vezes os caminhos até uma solução proporcionam inúmeras descobertas em torno e além da tarefa proposta. Sendo assim, uma proposta que visa não apenas a resolução do problema, mas a sua multicontextualidade de exploração.

O trabalho de exploração de problemas, que foi amplamente estudado pelo autor, traz possibilidades de investigar mais, de procurar sempre ir mais longe e mais fundo no que se estuda. Para se desenvolver no contexto de sala de aula, o professor precisa que a aula seja um ambiente aberto, o que deixa a aula não sendo o fim de uma história, mas o início de muitas outras.

Nesse sentido, a resolução de problemas toma dois caminhos, sendo o primeiro o processo (Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses) e o segundo o produto (Sínteses-Solução), sendo também uma parte do processo de exploração de problemas.

A codificação e decodificação são importantes ferramentas no desenvolvimento desse processo. Codificar um problema é apresentá-lo de uma forma diferente, com nova linguagem, mais simplificado e conveniente; esse processo de codificação se refere ao trabalho de síntese, que é envolvido em um problema.

Decodificar é procurar seu significado, decifrar sua mensagem, e também fazer uma análise crítica dessa mensagem. A decodificação se

refere, principalmente à análise crítica realizada de um problema, sua resolução ou o trabalho feito.

A partir disso, um Experiência de Exploração, Resolução, Proposição e Codificação-Decodificação de problemas é uma experiência, em sua totalidade, de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, tendo a codificação e decodificação como ferramentas essenciais de trabalho.

CAPÍTULO 13

RESOLUÇÃO DE PROBLEMA, UMA MATEMÁTICA PARA ENSINAR?

Nesse trabalho Moraes, Onuchic e Leal Junior (2017) trazem uma análise dos termos “resolução de problema” e “Resolução de Problemas”. Quando o termo for iniciado por letras maiúsculas será relacionado à metodologia, à prática ou movimento educacional, quando em letras minúsculas, será relacionado à uma atividade, ao ato de resolver problemas.

Os documentos oficiais muito discutidos atualmente são os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) e BNCC (Base Nacional Comum Curricular), devido à sua importância para Educação Matemática e em especial na sala de aula. Nesses dois documentos, o Ensino e a Aprendizagem de Matemática tem recebido muito destaque nas orientações.

As perspectivas de Resolução de Problemas tem sido uma proposta metodológica bastante mencionada nesses documentos oficiais há algum tempo. No PCN do Ensino Médio, 1999, as competências e habilidades relacionadas aos diversos componentes curriculares; traz a linguagem e resolução de problemas como destaque.

No BNCC “resolução de problemas” aparece como prática comum em sala de aula, sendo a via pela qual os alunos irão aprender matemática, formar o pensamento matemático, serão investigativos, críticos, dentro e fora da sala de aula. É feito então o questionamento: “como o professor deve orientar suas aulas com Resolução de Problemas desenvolvendo uma cultura de resolução de problemas em suas aulas?”

A Resolução de Problemas vem tomando espaço na estruturação do ensino de matemática em diversos países, tendo como mote a qualidade do ensino de matemática. Apesar disso, o impacto dos estudos acerca da resolução de problemas tem tido pouco efeito nos currículos de matemática,

ficando assim, defasada e desatualizada no âmbito das mudanças da sociedade e atualidade, não chegando à prática em sala de aula.

A partir disso, fica-se a reflexão de que ensinar sobre resolução de problemas implica na apreensão desse saber. Os documentos mostram a resolução de problemas como um recurso didático e não como um saber, como sendo uma matemática a se ensinar.

A Resolução de Problemas, tendo forte influência de Polya, se apresenta como uma matemática para ensinar, sendo a resolução de problemas entendida numa perspectiva do “através de”. Nos documentos vemos a forte atuação da resolução de problemas, enquanto que a Resolução de Problemas é vista de forma indireta, sendo considerada uma forma, um meio, uma metodologia, que pode ser suprir as demandas em sala de aula.

Em todos esses documentos os dois termos são usados como sinônimos, de forma indiscriminada, sendo então necessário que se tenha uma compreensão da essência desse trabalho didático-pedagógico com tantas implicações em temas como Ensino, Aprendizagem, Avaliação, Currículo, Formação de Professores, etc. (ONUCHIC et al., 2014).

CAPÍTULO 14

PERSPECTIVAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO GTERP

O Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP) desenvolve seus trabalhos e atividades no Departamento de Matemática da UNESP – Rio Claro. Foi oficialmente formado em 1992, mas se reunia semanalmente desde 1989, sempre coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic.

Seus integrantes são alunos regulares e ex-alunos do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática (PPGEM) que tem interesse em Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. É aberta a participação para alunos especiais que buscam amadurecimento em seus projetos de pesquisa e para professores, que visam aprimorar sua prática docente.

O objetivo do grupo é desenvolver estudos que sejam influentes em sala de aula, tanto para o aluno quanto para o professor. Participa também dos principais movimentos acadêmicos nacionais e internacionais, ligados à área de Educação Matemática, com relação ao ensino-aprendizagem-avaliação de matemática em Resolução de Problemas.

O ensino da Resolução de Problemas passou a ser estudado sistematicamente sob a influência de Polya, nos anos 60. Essa proposta passou por várias alterações, apresentada pelo NCTM, em 1980, como recomendação de que a resolução de problemas fosse o foco da matemática escolar dos anos 80.

Os PCNs no Brasil tiveram influencia do NCTM pois esses documentos passaram a trazer a Resolução de Problemas como ponto de partida em atividades matemáticas e para fazer matemática em sala de aula, sendo destacada a importância da história da matemática e tecnologia de

comunicação. Na década de 90, em vários lugares do mundo, assumiu-se que a resolução de problemas deveria ser o ponto de partida e um meio de ensinar matemática, sendo esse problema o gerador do processo de construção do conhecimento.

O GTERP trabalha a Resolução de Problemas com a “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”, onde ensino, aprendizagem e avaliação ocorrem simultaneamente durante a construção do conhecimento, sendo o professor o guia e coconstrutores desse conhecimento.

O grupo produziu 17 dissertações de mestrado, tendo três em andamento, e 11 teses de doutorado defendidas e quatro em andamento. Esses números dão um panorama do que foi produzido em Resolução de Problemas pelos membros do GTERP. A Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, pode ser considerada mais do que uma metodologia, é uma forma de Filosofia de Educação Matemática, dado que atinge professores, alunos, ensino, aprendizagem, avaliação, trabalho do professor e trabalho colaborativo e cooperativo. Essa Resolução de Problemas possui um matiz filosófico sendo aliado às filosofias contemporâneas de Educação Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entendemos que este momento da redação do relatório de pesquisa envolve o resgate das intenções deste processo de investigação que culminou em resultados que, por um lado, expressa o parecer sobre a obra que gerou o TCC e, por outro lado, uma autorreflexão da autora sobre o tema avaliação em sua formação inicial na Licenciatura em Matemática.

O olhar do pesquisador sobre o seu processo de investigação tem por finalidade buscar respostas ao seu problema de pesquisa que, no neste caso, teve a seguinte formulação: **quais as contribuições do ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas na constituição do “ser professor”?**

A partir de todo estudo desse estado da arte sobre Resolução de Problemas, temos que esse livro trouxe muitas reflexões acerca desse assunto e aponta um caminho tanto para a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas quanto para outras vertentes da Resolução de Problemas, no Brasil e no mundo. Ao longo desse trabalho, fica claro que desenvolver essas metodologias voltadas para a Resolução de Problemas não é tarefa fácil, pois demandam professores bem preparados e dispostos a aplicar esse tipo de metodologia.

O GTERP mostrou ser um grande gerador de novas discussões e novas perspectivas para a Educação Matemática. Seus participantes, em mais de 25 anos de grupo, trouxeram contribuições importantíssimas para a área, em especial a Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, coordenadora e reconhecida mundialmente por suas contribuições à Resolução de Problemas.

As metodologias apresentadas constituem uma forma de trabalho em sala de aula, o que possibilita uma construção de conhecimentos com mais significado e efetividade para os alunos. As experiências retratadas nos mostram que os avanços proporcionados por essas metodologias são

significativos e tem forte influencia no aprimoramento da prática docente do professor.

É sabido que o campo da Resolução de Problemas em Matemática é um campo muito fértil para realização de estudos, mas esse estado da arte, proporcionado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, nos traz uma possibilidade de entender melhor quais são os estudos relevantes na área e também avançar nas discussões acerca da utilização da Resolução de Problemas como uma prática pedagógica e articuladora dos discursos em torno da ação educativa/educadora, incorporando outras perspectivas, desenvolvidas no Brasil e no mundo.

O término da leitura deste livro contribuiu de forma significativa à minha formação inicial, tendo em vista outra vertente de abordagem da avaliação, um tema tão polêmico e, conseqüentemente, polissêmico nas discussões acadêmicas e em contextos escolares.

A escolha desse tema sobre avaliação, que se iniciou durante a escolha do referencial teórico para o estágio e acabou sendo também a inspiração para o tema do TCC, vem de uma necessidade pessoal de se entender os processos avaliativos realizados durante toda vida acadêmica e escolar dos alunos. Ao realizar esse estudo, que se estendeu durante boa parte da graduação, foi possível concluir que há diversas maneiras, além do tradicional, que podem ser vivenciados em sala de aula e podem contribuir para minha atuação profissional.

No primeiro momento do estágio, pude perceber durante todo o tempo de observação e regência, que o praticado em sala de aula caminhava sempre na necessidade de quantificar o saber do aluno, sem ter nenhuma interpretação sobre os resultados. E a partir dessa situação encontrada, o objetivo foi buscar novas perspectivas acerca da avaliação realizada.

Conhecer a metodologia da Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, sugerida pelo meu orientador, foi muito significativo e enriquecedor para o meu conhecimento. O fato de terem sido apresentadas outras perspectivas acerca

desse assunto e também reflexões sobre o tema e sua colocação na Educação Matemática, expandiram as possibilidades que antes eram mais restritas, e isso favoreceu grandemente para um desejo de fazer diferente e conseguir aplicar todo esse estudo em sala de aula na minha atuação profissional.

Quero finalizar esse trabalho, trazendo o fato de que esse estudo possibilitou o enriquecimento da minha visão sobre a educação matemática e, em especial o conceito de avaliação. Agradeço também a sugestão dessa obra feita pelo meu orientador, que durante todas as disciplinas ministradas, sempre buscou nos desafiar, apresentando temas muito pertinentes à educação matemática e nos fazendo refletir muito sobre o importante papel do professor de matemática em sala de aula, que culminou na realização desse trabalho tão importante para minha formação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados**: análise de uma experiência. 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro, SP, 2005.

BELLONI, I.; SOARES, J. F. **Avaliação de escolas e universidades**. Campinas: Komedi, 2003.

BICUDO, M. A. V. **Filosofia da Educação Matemática**: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. São Paulo: Editora UNESP. 2010.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking**. USA: Springer, 2005. 226 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

DAVIS, B. **Teaching mathematics**: Toward a sound alternative. New York: Garland, 1996.

DIAS SOBRINHO, J. Campo e caminhos da avaliação: a avaliação da educação superior no Brasil. In: FREITAS, L. C. (Org.). **Avaliação**: construindo o campo e a crítica. Florianópolis: Insular, 2001.

HEGEDUS, S. Young children's investigating advanced mathematical concepts with haptic Technologies: future design perspectives. **The Mathematics Enthusiast**, 10(1-2), 87-108. 2013.

HORTA NETO, João Luiz. **Avaliação externa de escolas e sistemas**: questões presentes nos debates sobre os temas. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, v. 91, n.227, p. 84-104, jan/abr 2010.

KRULIK, S.; RUDNIK, J. A. **Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers**. Massachussets: Allyn and Bacon, 1993.

LUCKESI, C. C. **Verificação ou avaliação: o que pratica a escola**. Ceará: Gestão e Avaliação da Educação Pública. Disponível em <http://www2.ccv.ufc.br/newpage/conc/seduc2010/seduc_dir/download/avaliacao1.pd>. Acessado em 17/01/2019.

NCTM. **Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar**. (Tradução portuguesa do original em inglês de 1989). Lisboa; APM & IIE. 1991.

NCTM. **Principles and Norms for School Mathematics**. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics. 2000.

NCTM. **Principles to Action: Ensuring Mathematical Success for All**. Reston, NCTM, 2014.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.) **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial. 2014.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. 2ª ed. In: BICUDO, M. A.; BORBA, M. (orgs) **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, p. 213-231, 2005.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. R.; LEAL Jr, L. C.; PIRONEL, M. **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ONUCHIC, L. R.; NOGUTI, F. C. H. A Pesquisa Científica e a Pesquisa Pedagógica. In: ONUCHIC et al. (Org.) **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial. 2014.

ONUCHIC, L. R. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2006.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, J. P. **Investigar, ensinar e aprender**. Lisboa: Actas do ProfMat, 2003a. p. 25-39. Disponível em <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)>. Acesso em: 05 jan. 2019.

PONTE, J. P. Gestão Curricular. In: GTI (Org.) **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: AOM, 2005, p. 11-34.

PIERCE, R.; STACEY, K. Algebraic insight: the algebra needed to use computer algebra systems. **Mathematics Teacher**. Reston, v. 95, n. 8, p. 622-627, 2002.

PIRONEL, M.; ONUCHIC, L. R. Avaliação para a aprendizagem: uma proposta a partir de transformações do conceito de avaliação na sala de aula no século XXI. **Anais** do IV Congresso Nacional de Avaliação em Educação: IV CONAVE. Bauru: CECEMCA/UNESP, 2016.

RISTOFF, D. Avaliação institucional: pensando princípios. In: BALZAN, Newton; DIAS SOBRINHO, José (Orgs.). **Avaliação institucional: teoria e experiências**. São Paulo: Cortez, 1995. p. 37-51.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n.19, p.37-50, set/dez. 2006.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação do Estado. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática**. Coord. Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2010. 72p.

SANTOS, L. Auto-avaliação regulada. Porquê, o quê e como? In: ABRANTES, P.; ARAÚJO, F. (Coord.) **Avaliação das Aprendizagens: Das concepções às práticas**. Reorganização Curricular do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica, p. 77-84, 2002.

SANTOS, S. C. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial**. 2006. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro, SP, 2006.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática – Ensino Fundamental II e Ensino Médio**. Coord. Maria Inês Fini. São Paulo, SEE: 2012. 72p.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.) **New Directions for Elementary School Mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

STEFFE, L.; D’AMBROSIO, B. S. Toward a working model of constructivist teaching: A reaction to Simon. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 26, p. 146-159, 1995.

VIANNA, H. M. **Fundamentos de um programa de avaliação educacional**. Brasília: Líber Livro, 2005.

ANEXO

1. Referências adicionais do capítulo I

1	KÖNIG, R. I. Resolução de problemas matemáticos na formação continuada de professores. Mestrado Profissional em Ciências Exatas (Dissertação). UNIVATES. Lajeado, 2013, 271p.
2	MENESES, R. R. Formação continuada em reuniões pedagógicas e impactos no ensino de Matemática: Refletindo a partir de realidades escolares de Boa Vista/ RR. Dissertação (Mestrado). Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES. Lajeado: 2014. 126f
3	DUTRA, D. S. A. Resolução de problemas em ambientes virtuais de aprendizagem num curso de licenciatura em matemática na modalidade a distância. 2011. 170p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
4	MOÇO, M. P. Discussões sobre a resolução de problemas enquanto estratégia metodológica para o ensino de matemática. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande, Programa de Pós-Graduação Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, 2013.
5	CAMARGO, M. M. V. R. A interação sócio-cognitiva na formação inicial de professores que ensinam matemática por meio da resolução de situações-problema. 2010. xiii, 235f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2010.
6	CORDEIRO, E. M. Resolução de problemas e aprendizagem significativa no ensino de Matemática. 2015. 108f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.
7	JUSTULIN, A. M. A formação de professores de Matemática no contexto da Resolução de Problemas. 2014. 254f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2014.
8	PROENÇA, M. C. A resolução de problemas na Licenciatura em Matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado. 2012. 208f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2012.
9	NUNES, C. B. O. O processo de ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de Matemática. 2010. 430p. Tese (Doutorado em Educação Matemática),

	Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2010.
10	AZEVEDO, E. Q. O processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da formação inicial do professor de Matemática. 2014. 268f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2014.
11	HUANCA, R. R. H. A resolução de problemas e a modelização matemática no processo de ensino-aprendizagem-avaliação: uma contribuição para a formação continuada do professor de Matemática. 2014. 315p. Teses (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2014.
12	JUSTO, J. C. R. Resolução de Problemas Matemáticos Aditivos: Possibilidades da Ação Docente. Programa de Pós-Graduação em Educação (Tese). UFRGS. Porto Alegre, 2009, 197p.
13	OLIVEIRA, S. A. Resolução de Problemas na Formação Continuada e em aulas de Matemática nos Anos Iniciais. Programa de Pós-Graduação em Educação (Dissertação). UFSCar. São Carlos, 2012, 171p.
14	MIRANDA, A. S. M. S. Resolução de problemas como metodologia de ensino: uma análise das repercussões de uma formação continuada. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Dissertação). PUCRS. Porto Alegre, 2015. 11p.
15	CAVALCANTE, J. L. Resolução de problemas e formação docente: saberes e vivências no Curso de Pedagogia. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Dissertação). UEPB. Campina Grande, 2011. 218p.
16	FONSECA, R. C. O. Uma investigação sobre concepções de professores e uso da calculadora científica em sala de aula para a resolução de problemas matemáticos. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado Profissional - Dissertação). UEPB. Campina Grande, 2014. 123p.
17	RODRIGUES, I. C. Resolução de Problemas em aulas de Matemática para alunos de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental e a atuação dos professores. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (Mestrado Profissional - Dissertação). PUCSP. São Paulo, 2006, 221p.