

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar
CAMPUS SOROCABA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA

Aline Susan Rodrigues Evangelista

**O ESTADO DA ARTE DE PESQUISAS ACADÊMICAS SOBRE A
OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS**

Sorocaba

2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar
CAMPUS SOROCABA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA

Aline Susan Rodrigues Evangelista

**O ESTADO DA ARTE DE PESQUISAS ACADÊMICAS SOBRE A
OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado junto à Banca Examinadora da Universidade Federal de São Carlos – campus Sorocaba, como exigência parcial para a obtenção do título de LICENCIADA EM MATEMÁTICA sob a orientação do Prof. Dr. Paulo César Oliveira.

Sorocaba

2021



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DE SOROCABA - CCML-So/CCTS

Rod. João Leme dos Santos km 110 - SP-264, s/n - Bairro Itinga, Sorocaba/SP, CEP 18052-780

Telefone: (15) 32298874 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 1/2021/CCML-So/CCTS

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

ALINE SUSAN RODRIGUES EVANGELISTA

O ESTADO DA ARTE DE PESQUISAS ACADÊMICAS SOBRE A OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos - *Campus Sorocaba*

Sorocaba, 29 de junho de 2021

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	Prof. Dr. Paulo César Oliveira
Membro da Banca 1	Prof. Dr. Antonio Luís Venezuela
Membro da Banca 2	Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto



Documento assinado eletronicamente por **Paulo Cesar Oliveira, Docente**, em 02/07/2021, às 17:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Luis Venezuela, Docente**, em 02/07/2021, às 18:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Magda da Silva Peixoto, Docente**, em 02/07/2021, às 23:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **0431318** e o código CRC **BFBE219E**.

Referência: Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.011406/2021-99

SEI nº 0431318

Modelo de Documento: Grad: Defesa TCC: Folha Aprovação, versão de 02/Agosto/2019

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Antonio Carlos e Sandra e à minha avó Tereza (in memoriam), por todos os ensinamentos e por me mostrarem a importância dos estudos. Ao meu irmão Alisson, meu noivo Lucas e a todos os meus amigos que sempre me apoiaram e, com muito amor, me deram forças para chegar até aqui.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me guiado e sustentado até aqui e por me permitir concluir essa etapa em minha vida. Agradeço imensamente minha mãe, meu pai e minha avó (in memoriam) por todos os valores que me passaram e por terem sempre me dado amor e me ensinado a ter persistência para superar todos os desafios. Ao meu irmão e minha irmã por serem meus companheiros desde a infância e por estarem sempre ao meu lado me motivando. Ao meu noivo por sempre me compreender, por me ajudar, me dar coragem e apoio durante a minha jornada no curso.

Ao meu orientador Prof. Dr. Paulo César Oliveira, por me conduzir neste trabalho e por todos os conhecimentos passados na graduação, obrigada pela dedicação e paciência. Aos meus amigos de longa data e aos meus colegas de sala, Juliana, em especial, a qual não continuou no curso, mas esteve comigo em grande parte do tempo e sempre torceu por mim.

Agradeço a todos os professores que tive na Graduação, em especial aos meus queridos professores Antonio Luis Venezuela, Geraldo Pompeu Junior, Graciele Paraguaia Silveira e Paulo César Oliveira, por tudo que aprendi e por toda ajuda e exemplo durante essa trajetória.

À UFSCar – Campus Sorocaba, agradeço por ter me proporcionado anos de aprendizado e de experiências que levarei para a vida toda.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo analisar o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos escolares nas pesquisas a respeito da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Para o percurso metodológico recorreremos ao Estado da Arte como modalidade de uma pesquisa qualitativa. A partir do banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD, foram catalogadas 25 dissertações de Mestrado que envolvem o objeto de pesquisa, defendidas no período de 2009 a 2020. Adotamos como critério de análise para essas produções acadêmicas a unidade temática em questão: 1 trabalho em Álgebra, 1 em Função, 1 com Sequências Numéricas, 1 envolvendo Estatística, 5 discutindo Resolução de Problemas e 16 trabalhos com Geometria. Como resultados da nossa pesquisa destacamos que as dissertações trazem diferentes propostas de ensino utilizando questões da OBMEP. Cada um dos trabalhos teve uma abordagem diferente já que, por um lado, houve dissertações que abordaram detalhadamente o que seria trabalhado e trouxeram um amplo aporte teórico e, por outro lado, houve também trabalhos que não apresentaram seus objetivos, a metodologia utilizada nem a fundamentação teórica. Além disso, foi possível, ao longo da pesquisa, verificar que muitos autores escolheram utilizar o software GeoGebra como ferramenta auxiliar no ensino. Alguns dos trabalhos tiveram como foco a resolução de questões da OBMEP de forma algébrica e houve dissertações em que os autores escolheram analisar os erros dos estudantes.

Palavras-chave: Resolução de problemas; Educação básica; Mapeamento de pesquisas.

ABSTRACT

This study aimed to analyze the teaching-learning process of school contents in research on the Brazilian Public Schools Mathematics Olympiad (OBMEP). For the methodological path we use the State of Art as a modality of a qualitative research. From the thesis database of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel - CAPES and the Digital Library of Theses and Dissertations - BDTD, 25 Master's dissertations involving the research object were catalogued, defended in the period from 2009 to 2020. We adopted as an analysis criterion for these academic productions the thematic unit in question: 1 work in Algebra, 1 in Function, 1 with Numerical Sequences, 1 involving Statistics, 5 discussing Problem Solving and 16 papers with Geometry. As results of our research we highlight that dissertations bring different teaching proposals using OBMEP questions. Each one of the dissertations had a different approach since, on the one hand, there were dissertations that addressed in detail what would be worked and brought a broad theoretical contribution and, on the other hand, there were also works that did not present their objectives, the methodology used or the theoretical foundation. In addition, it was possible, throughout the research, to verify that many authors chose to use GeoGebra software as an auxiliary tool in teaching. Some of the papers focused on the resolution of OBMEP questions in an algebraic way and there were dissertations in which the authors chose to analyze the students' errors.

Keywords: Problem solving; Basic education; Survey mapping.

Sumário

1. Introdução	11
2. História da OBMEP	14
2.1 Provas e premiações.....	14
2.2 O desempenho dos estudantes em Matemática e o impacto da OBMEP	15
3. Percurso metodológico da pesquisa	18
4. Análises das dissertações	24
4.1 Álgebra e Geometria	24
4.2 Funções	27
4.3 Estatística.....	31
4.4 Sequências Numéricas.....	32
4.5 Resolução de Problemas	34
4.5.1 OBMEP sob uma perspectiva de Resolução de Problemas.....	34
4.5.2 Olimpíadas de Matemática: Concepção e descrição de “Situações Olímpicas” com o recurso do Software GeoGebra.....	37
4.5.3 Produto educacional: Situações Didáticas Olímpicas aplicadas a problemas de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).....	41
4.5.4 Sequências com figuras geométricas na OBMEP: Resolução e construção dos problemas.....	42
4.5.5 Uma experiência sobre o ensino da Matemática no Ensino Médio sob a perspectiva da utilização de problemas da OBMEP.....	45
Síntese das cinco dissertações que abordaram a Resolução de Problemas	48
4.6 Geometria	48
4.6.1 Medidas e forma em Geometria.	48
4.6.2 Resolução de problemas sobre Geometria para as Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP.	50
4.6.3 Teorema de Pitágoras e Áreas: sua aplicabilidade no banco de questões da OBMEP.	51
4.6.4 Uma sequência didática sobre área e perímetro utilizando o Banco de Questões da OBMEP e o GeoGebra.	53
4.6.5 Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 3 da OBMEP sobre geometria.....	56

4.6.6 Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 2 da OBMEP sobre geometria.....	57
4.6.7 Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 1 da OBMEP sobre geometria.....	59
4.6.8 O estudo de Simetrias com Frisos e questões da OBMEP.	60
4.6.9 O uso do GeoGebra e resoluções visuais no ensino de Matemática.	63
4.6.10 Análise de erros na resolução de questões da OBMEP: uma proposta de utilização do GeoGebra como recurso didático.	66
4.6.11 Análise e classificação de erros de questões de geometria plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.....	71
4.6.12 Análise de Erros: Reflexões sobre o ensino de Geometria no Município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP.....	76
4.6.13 Matemática Dinâmica na Resolução de questões da OBMEP.....	80
4.6.14 GeoGebra como instrumento de mediação no ensino de Geometria: O processo de transformação dos alunos que atuaram na OBMEP.....	84
4.6.15 Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo de questões da 1ª fase da OBMEP.....	87
4.6.16 Resolução de Problemas, uma abordagem com questões da OBMEP em sala de aula.....	90
5. Considerações Finais.....	93
6. Referências.....	95

1. Introdução

Ao longo dos anos muitas competições na área da Matemática foram criadas, surgindo em diversos países como Olimpíadas de Matemática e tendo todas dois objetivos em comum: promover o estudo da Matemática e descobrir novos talentos na área.

No Brasil, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) criada em 2005, foi ganhando espaço e atingindo cada vez mais seu lugar de destaque. Diversas pesquisas que catalogamos destacam que essa olimpíada traz inúmeras contribuições ao processo de ensino da Matemática e que deveria ser agregada à formação dos estudantes na educação básica. Contudo, alguns trabalhos analisados também mostraram o desinteresse de uma parcela significativa dos estudantes em participar da OBMEP, sinalizando a importância de que as gestões escolares e docentes promovam a difusão sobre o conhecimento e possibilidades de participar dessa competição olímpica, que incentivem os estudantes a partir da abordagem de questões da OBMEP em sala de aula, para que os mesmos se familiarizem e se sintam motivados para realizar as provas.

No *campus* de Sorocaba da UFSCar, docentes e estudantes já participaram da OBMEP enquanto Pólo formador de estudantes para esta competição, acrescido que atualmente uma docente do Departamento de Física, Química e Matemática -DFQM é coordenadora no Programa de Iniciação Científica da OBMEP e no Programa OBMEP na Escola.

Castro, Oliveira e Tinti (2019) apresentaram uma análise de produtos educacionais elaborados a partir das dissertações produzidas em dois Programas de Pós-Graduação na modalidade de Mestrado Profissional, o da UFSCar e o da UFOP, no período de 2010 a 2017. No Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da UFSCar (*campus* de Sorocaba e São Carlos) esses autores analisaram um montante de 75 dissertações na área de Matemática. A análise dos produtos educacionais no programa PPGECE realizados por Castro, Oliveira e Tinti (2019) revelou, entre outros resultados, que apenas uma dissertação foi defendida com foco na OBMEP (FAXINA, 2016).

Recentemente, Santos Junior (2020) defendeu sua dissertação de Mestrado intitulada “Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico no

estudo de questões da 1ª fase da OBMEP” pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar (*campus* Sorocaba), sob a mesma orientação desse Trabalho de Conclusão de Curso. O trabalho de Santos Junior (2020) visou identificar os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos com resoluções de questões da 1ª fase da OBMEP e auxílio do software GeoGebra.

Uma implicação do trabalho de Santos Junior (2020), tendo em vista os fatos citados nos parágrafos anteriores, foi a necessidade de analisar o que tem sido produzido em nível de teses e dissertações a respeito da OBMEP e o ensino da Matemática na Educação Básica.

Acatamos esse nicho de pesquisa com o objetivo de analisar o processo de ensino-aprendizagem nas pesquisas a respeito da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e formulamos a seguinte questão de investigação: **o que tem sido abordado na relação entre as questões da OBMEP e o processo ensino-aprendizagem de Matemática na Educação Básica?**

Para respondermos esta questão de investigação realizamos um mapeamento de pesquisas com base no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD, sobre os quais catalogamos 25 dissertações de Mestrado que envolveram o objeto de estudo dessa pesquisa, defendidas no período de 2009 a 2020.

Estruturamos a redação desse relatório apresentando ao leitor sucintamente o conteúdo dos demais capítulos. No capítulo 2, a fim de obter um melhor entendimento a respeito da OBMEP, buscou-se explorar um pouco sobre sua origem, sua forma de funcionamento, seus objetivos e suas premiações. Além disso, apresentamos informações sobre o impacto da OBMEP no desempenho dos estudantes em sistemas de avaliações externas. De acordo com Santos e Oliveira (2020, p.39) “em geral, tais sistemas de avaliação tem como foco principal a aferição do desempenho dos estudantes em provas padronizadas de Língua Portuguesa (foco em leitura) e Matemática (foco em resolução de problemas)”.

No capítulo 3 apresentamos o percurso metodológico da pesquisa expondo o mapeamento das produções acadêmicas acompanhadas de informações quantitativas.

Dedicamos o capítulo 4 para apresentar a análise das dissertações de Mestrado agrupadas por unidades temáticas, levando em conta o objetivo e a formulação da questão de investigação.

No capítulo 5, apresentamos as considerações finais dessa pesquisa. Trata-se de um momento de resgate das intenções desse processo de investigação que culminou em resultados, os quais permitem responder à questão de investigação. Reservamos também a apresentação das referências que subsidiaram o desenvolvimento dessa pesquisa em nível de Trabalho de Conclusão de Curso – TCC.

2. História da OBMEP

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é realizada anualmente e teve sua primeira versão no ano de 2005. Este projeto tem como principal objetivo o estímulo do estudo da Matemática e possibilita identificar alunos que tem grande talento nesta área. A Olimpíada, que é realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), se destina às escolas públicas e privadas em todo o país e tem apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), promoção do Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação (MCTI) e do Ministério da Educação (MEC).

Desde os anos 1970, existem concursos relacionados à Matemática no Brasil, o primeiro foi a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), a qual em 2017, começou a se integrar à OBMEP passando a ser uma única e grande competição, com o objetivo de racionalizar o uso dos recursos humanos e financeiros. A OBM ainda existe, mas é uma competição distinta, com sua própria premiação e, desde 2017, consiste de uma única fase, tendo como meta a seleção dos jovens que representarão o Brasil em Olimpíadas internacionais.

Inicialmente a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) era direcionada apenas aos alunos que cursassem do 6º ano do Ensino Fundamental até o último ano do Ensino Médio e que fossem de escolas públicas. A partir do ano de 2017, as escolas privadas também passaram a participar da OBMEP. Existe uma modalidade da Olimpíada que foi criada em 2018 e é destinada apenas para alunos de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental e que estudam em escolas públicas, a qual é chamada de 'nível A' e nela a prova é composta de 15 questões objetivas.

2.1 Provas e premiações

As provas possuem três níveis diferentes, sendo o 'Nível 1' para estudantes de 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, o 'Nível 2' para alunos de 8º e 9º ano e o 'Nível 3' para alunos do Ensino Médio e são realizadas em duas fases, contendo a primeira, vinte questões de múltipla escolha e a segunda fase seis questões discursivas. A segunda fase só é realizada pelos melhores colocados na primeira fase da prova, normalmente, segundo o site da OBMEP, cerca de 5% dos alunos de cada escola com maior pontuação em cada nível vão para a

segunda fase. As provas têm duração de até 2h30min na primeira fase e de até 3h na segunda fase e o tempo mínimo de permanência na sala é de 40 minutos.

Na primeira fase, estas provas são aplicadas e corrigidas pelas próprias escolas, por isso é primordial a parceria com as Secretarias de Educação e escolas para que a Olimpíada obtenha sucesso em sua realização.

Os prêmios aos alunos com melhor desempenho são medalhas de ouro, prata e bronze e menção honrosa e, além disso, as escolas, professores e Secretarias Municipais de Educação também são premiadas. Estas premiações são realizadas no ano subsequente à realização da prova.

Os medalhistas que estudam em instituições públicas têm a oportunidade de participar do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC Jr – OBMEP) e isso inclui o recebimento de uma bolsa, sendo esta um incentivo financeiro mensal para alunos de escolas públicas, concedido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Este programa permite que os alunos tenham um contato maior com a Ciência em geral e passem a se interessar pela carreira científica, os preparando caso desejem seguir nesta área.

Há também o programa Mentores, no qual os cursos são ministrados por professores universitários e se destinam aos alunos do PIC que desejam estudar assuntos mais avançados e que envolvam diferentes áreas, nas quais a Matemática esteja presente.

2.2 O desempenho dos estudantes em Matemática e o impacto da OBMEP

Os dados do Pisa (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) de acordo com as informações do site institucional do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP (2019), mostram que o Brasil tem baixo desempenho na avaliação e grande deficiência na qualidade do ensino de Matemática, disciplina tão importante para a formação dos estudantes e que, muitas vezes, é vista por eles como uma matéria difícil e entediante.

Os resultados da edição de 2018, segundo o INEP (2019), mostram que mais de dois terços dos estudantes de 15 anos têm um nível de aprendizado em Matemática mais baixo do que o considerado básico pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), já que a nota em Matemática foi 384 e para ser considerado nível básico deve-se atingir uma nota a

partir de 420,07 (nível 2) e para entrar nos níveis considerados de alto desempenho (níveis 5 e 6) é preciso ter uma nota acima de 606,99. O Brasil teve 43,2% de participantes demonstrando um aprendizado abaixo do nível 2 nas três provas (leitura, Matemática e Ciências) e apenas 2,5% dos estudantes ficaram no nível 5 ou 6. Com as pontuações obtidas, o Brasil ficou no nível 2 em leitura, no nível 1 em Matemática e no nível 1 em Ciências, em uma escala que vai até 6 e na qual o nível 2 é considerado o mínimo adequado. Com esse desempenho, o Brasil ficou no 57º lugar entre os 77 países em leitura, na 70ª posição em Matemática e na 64ª posição em Ciências.

Muitos motivos podem ter causado estes baixos resultados e há muito a ser feito para que o Brasil atinja melhores colocações. Com relação à Matemática, algo que se nota é que os assuntos são interligados e o aprendizado ocorre de maneira sequencial então, na maioria das vezes, um tópico depende do outro, sendo necessária uma bagagem, um conhecimento prévio de um assunto para que seja possível compreender o outro. Sendo assim, se um aluno não aprendeu como efetuar divisões, por exemplo, ele provavelmente terá dificuldades e não vai se desenvolver quando for estudar frações, porcentagem, entre outros. Isso ocorre em grande parte dos temas trabalhados nesta disciplina, as dúvidas vão se acumulando e os alunos vão se desmotivando e achando que nunca vão aprender Matemática (INEP, 2019).

Muitos são os desafios a se superar para mudar o baixo desempenho do país na educação, principalmente nas principais disciplinas, Português e Matemática. A OBMEP, segundo Soares e Leo (2014), é um exemplo de que, com propostas alternativas, é possível melhorar o ensino e obter resultados positivos em provas nacionais. A Olimpíada tem um impacto considerável nos resultados de Matemática em todo o país, pois as escolas que sempre participam da competição apresentam melhora no desempenho de seus alunos.

Biondi, Vasconcelos e Menezes-Filho (2009) comprovaram, através de um estudo quantitativo, que a OBMEP influenciou na qualidade da educação no país, pois aumentou a nota média de Matemática das escolas participantes nas avaliações educacionais. Além disso, estes autores mostraram que quanto maior o número de participações, melhor o desempenho destes alunos nesta disciplina

e a OBMEP gerou benefícios salariais futuros aos jovens participantes em termos de rendimento no mercado de trabalho.

Segundo a pesquisa de Soares e Leo (2014), os alunos que tiveram bastante envolvimento com a OBMEP ao longo de sua trajetória escolar obtiveram resultados cada vez melhores na Prova Brasil, a qual avalia a qualidade do ensino oferecido no país a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos. Os resultados mostraram um aumento de 9,33 pontos em 2007, 11,53 em 2009 e 15,34 em 2011 nas notas de Matemática das escolas com participações frequentes. Em 2011, escolas com uma trajetória regular de envolvimento e que somavam entre 3 e 5 anos de participação tiveram impacto de 6,77 pontos nas notas em Matemática, então pode-se perceber que mesmo as escolas que não participaram ativamente beneficiaram-se de forma significativa.

Os resultados encontrados mostram que, quanto maior for o tempo de envolvimento da escola com a Olimpíada, maiores são os impactos na aprendizagem de Matemática, logo é muito importante que as escolas sempre participem. A OBMEP traz benefícios aos professores também, já que em razão dela, os mesmos buscam se qualificar para ensinar da melhor forma e nos alunos premiados, surge um interesse pela Matemática e áreas afins, além de melhorar o desempenho dos mesmos. Ou seja, a participação e engajamento das escolas, professores e alunos na Olimpíada traz contribuições para todos (IMPA-OBMEP, 2017).

O apoio familiar também é muito importante, por isso, “a escola deve promover uma integração maior com as famílias para estimular o estudo em casa e valorizar o conhecimento”. (IMPA-OBMEP, 2017, p. 9)

Santos Junior (2020) relatou em sua dissertação de Mestrado que 2018 foi o ano letivo que começou a utilizar o software GeoGebra nos encontros da OBMEP, como mediador para desenvolver o pensamento geométrico com estudantes do Ensino Médio, numa turma mista, composta por 22 alunos das três séries do Ensino Médio. Destes 22 integrantes do Programa OBMEP na Escola, no município de Taquaritinga do Norte – PE, 14 conseguiram aprovação para a 2ª fase da OBMEP, tendo três deles alcançado a premiação do Certificado de Menção Honrosa.

Apresentamos, com as análises, resultados de pesquisas que mostram os benefícios do Programa OBMEP na Escola, porém, para uma parcela não representativa do montante de alunos nas unidades escolares em questão, principalmente quando levamos em questão os participantes da segunda fase dessa olimpíada.

Dedicamos os próximos capítulos para a apresentação da descrição e análise das informações contidas em 25 dissertações de Mestrado.

3. Percurso metodológico da pesquisa

Para darmos conta do objetivo dessa pesquisa que consiste em analisar o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos escolares nas pesquisas a respeito da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), recorreremos pesquisa qualitativa na modalidade Estado da Arte. Desenvolvemos o relatório de pesquisa a partir de um mapeamento de produções acadêmicas em nível de Mestrado e Doutorado. Esta opção metodológica para o TCC traz muitas contribuições, já que

[...] procura identificar os aportes significativos da construção da teoria e prática pedagógica, apontar as restrições sobre o campo em que se move a pesquisa, as suas lacunas de disseminação, identificar experiências inovadoras investigadas que apontem alternativas de solução para os problemas da prática e reconhecer as contribuições da pesquisa na constituição de propostas na área focalizada. (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p.39)

Para o mapeamento inicial das pesquisas utilizamos o descritor 'OBMEP' na busca em ambas as bases de dados. No caso da base de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) foi gerado 133 produções acadêmicas, entre teses e dissertações de Mestrado; já na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), o resultado foi 64 trabalhos de pesquisa. Em ambas bases de pesquisa, muitos trabalhos se repetiram.

Com a leitura dos resumos de cada pesquisa tendo como base o objetivo e a questão de investigação formulada para o TCC, restringimos o número de pesquisas, no caso todas em nível de Mestrado, para 25. O critério utilizado para a seleção dessas dissertações foi o de escolher aquelas que abordaram o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos com base em questões relacionadas às provas da OBMEP. Na Tabela 1 apresentamos a distribuição das pesquisas brasileiras defendidas entre 2009 a 2020:

Tabela 1: Dissertações de Mestrado produzidas no período de 2009 a 2020, envolvendo as provas da OBMEP.

2009	1
2013	4
2014	3
2015	2
2016	2
2017	2
2018	2
2019	8
2020	1
TOTAL	25

Fonte: arquivo da pesquisadora.

Na Tabela 1 podemos observar que o ano de 2019 foi o ano em que muitas dissertações foram produzidas e, olhando para a retrospectiva deste ano publicada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), podemos encontrar alguns motivos pelos quais houve grande concentração de trabalhos com relação à OBMEP. Um dos acontecimentos importantes para a Matemática em 2019 foi a criação de um dia dedicado a ela, o dia 14 de março, o qual era conhecido anteriormente como o Dia do Pi (π) e passou a ser o Dia Internacional da Matemática (IDM, na sigla em inglês). Além disso, a 15ª edição da OBMEP aplicada em 2019 alcançou recordes de escolas inscritas e de municípios participantes já que foram mais de 54 mil instituições de ensino e mais de 18 milhões de alunos de escolas públicas e privadas.

Outro fator a se considerar é que a OBMEP teve sua primeira versão no ano de 2005 e com o passar dos anos foi ganhando notoriedade e alcançando maiores proporções no país quanto ao engajamento das Secretarias de Educação, escolas, professores e alunos, por isso é natural que, com o reconhecimento que a Olimpíada foi adquirindo, mais trabalhos acadêmicos relacionados a ela foram sendo desenvolvidos.

Além disso, a maioria dos trabalhos se concentram nas regiões Nordeste e Norte do país, sendo que 9 foram produzidos no Nordeste (cinco no Ceará, duas no Piauí, uma no Rio Grande do Norte e uma na Paraíba) e 6 foram escritos em estados do Norte (cinco no estado do Pará e uma no Tocantins). Com relação às

outras regiões do país, cinco dissertações foram produzidas na região Sudeste, duas no Sul e duas no Centro-Oeste.

O Quadro 1 mostra o mapeamento das pesquisas analisadas, com um total de 25 dissertações de Mestrado.

Quadro 1: Mapeamento de pesquisas no período de 2009 a 2020.

Autor/ano	Título do trabalho	Universidade	Nome do programa de Pós - graduação
Abel Pedro dos Santos Júnior/2020	Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo de questões da 1ª fase da OBMEP	Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) - Campus Sorocaba	Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas
Augusto Lacerda Lopes de Carvalho Júnior/ 2013	Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 3 da OBMEP sobre geometria	Universidade Federal do Pará (UFPA)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Cícera Carla do Nascimento Oliveira/ 2016	Olimpíadas de Matemática: Concepção e descrição de "Situações Olímpicas" com o recurso do software GeoGebra	Universidade Federal do Ceará (UFC)	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
Clailton Costa Cordeiro/2009	Análise e classificação de erros de questões de geometria plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas	Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy" (UNIGRANRIO)	Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica
Claudia Galvão da Silva/ 2013	Resolução de Problemas sobre Geometria para as Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP	Universidade Federal do Pará (UFPA)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT
Edjan Fernandes Dos Santos/ 2014	Medidas e Forma em Geometria	Universidade Federal do Ceará (UFC)	Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

Eduardo Cordeiro Fideles/ 2014	A OBMEP Sob uma perspectiva de Resolução de Problemas	Universidade De Brasília (UnB)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Evanilson Vicente Ferreira/ 2019	Sequências com figuras geométricas na OBMEP: Resolução e construção dos Problemas	Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)	Programa de Pós-Graduação em Matemática
Francisco Daniel Souza de Lima/ 2019	Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de Funções: O Contributo da Engenharia Didática de segunda geração	Universidade Federal do Ceará (UFC)	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
João Evangelista de Oliveira Neto/ 2019	Produto Educacional: Situações didáticas olímpicas aplicadas a Problemas de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)	Universidade Federal do Ceará (UFC)	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
João Paulo Silva Guimarães/ 2019	Uma experiência sobre o Ensino da Matemática no Ensino Médio sob a perspectiva da utilização de Problemas da OBMEP	Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT
José Marcos Nunes do Amarante/ 2019	Análise de Erros: Reflexões sobre o ensino de Geometria no Município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP	Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
José Vinícius do Nascimento Silva/ 2015	Uma proposta de aprendizagem usando o Cubo Mágico em Malta - PB	Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Júlio Augusto dos Santos Neto/ 2018	Uma Sequência Didática sobre área e perímetro utilizando o Banco de Questões da OBMEP e o GeoGebra	Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)	Programa De Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas
Laís de Almeida Pereira/ 2017	Matemática Dinâmica na Resolução de questões da OBMEP	Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Luciano Neves de Santana/ 2019	O uso do GeoGebra e resoluções visuais no ensino de Matemática	Universidade Federal do Tocantins (UFT) - Campus Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Maria Lúcia Beltrami Faxina/ 2016	Uma sequência didática sobre porcentagem e tratamento da informação utilizando problemas das OBMEP	Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)	Mestrado em Ensino de Ciências Exatas
Maria Luziana Oliveira Lima/ 2019	Situações didáticas olímpicas para o ensino de Sequências Numéricas: Um contributo da Engenharia Didática	Universidade Federal do Ceará (UFC)	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
Mário Henrique da Silva/ 2013	Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 2 da OBMEP sobre Geometria	Universidade Federal do Pará (UFPA)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT
Renan Eduardo Nardelli/ 2015	O estudo de Simetrias com frisos e questões da OBMEP	Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT
Ricardo de Castro Ribeiro Santos/ 2018	GeoGebra como instrumento de mediação no ensino de Geometria: O processo de transformação dos alunos que atuaram na OBMEP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Ronildo Lopes Pontes/ 2013	Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 1 da OBMEP sobre Geometria	Universidade Federal do Pará (UFPA)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Thaís Vendruscolo/ 2019	Análise de erros na resolução de questões da OBMEP: uma proposta de utilização do GeoGebra como recurso didático	Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física
Verissimo Docarmo Neto/ 2014	Teorema de Pitágoras e Áreas: sua aplicabilidade no banco de questões da OBMEP	Universidade Federal do Piauí (UFPI)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Wiviane Valério/ 2017	Resolução de problemas, uma abordagem com questões da OBMEP em sala de aula	Universidade de São Paulo (USP)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Fonte: arquivo da pesquisadora.

No capítulo seguinte serão descritas as vinte e cinco dissertações buscando mostrar como cada uma delas abordou a OBMEP. Essas análises foram separadas por conteúdos da Matemática que os trabalhos trataram e, no caso dos assuntos que possuíam mais de uma dissertação, também foi apresentada uma síntese comparando a abordagem acerca do conteúdo.

4. Análises das dissertações

4.1 Álgebra e Geometria

A dissertação de mestrado de Silva (2015) intitulada “Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico em Malta – PB” teve como objetivo mostrar como deixar as aulas de Matemática mais dinâmicas introduzindo a montagem de cubos mágicos na sala de aula. O autor iniciou o seu trabalho apresentando episódios da história do cubo mágico de Rubik e suas principais características. Esse cubo foi criado por Erno Rubik em 1974 na Hungria e é um dos jogos mais conhecidos no mundo. O autor decidiu utilizar este objeto em sua pesquisa, pois acredita que o cubo mágico pode ser um bom aliado no ensino da Matemática, já que desperta a curiosidade do aluno e ajuda a entender dilemas matemáticos como geometria espacial, análise combinatória, probabilidade, entre outros.

O cubo é um quebra-cabeça tridimensional e para encontrar a solução é necessário raciocínio lógico e muita concentração, pois é preciso mexer em poucas peças para não bagunçar as outras. A primeira versão desse objeto criado por Erno Rubik foi feita em madeira para ilustrar o conceito de terceira dimensão para os seus alunos do curso de Arquitetura. O cubo ganhou alcance mundial após matemáticos o apresentarem em conferências internacionais e, em 1979, foi levado a uma feira de brinquedos em Nuremberg na Alemanha e nessa feira, Tom Kremer, um especialista em brinquedos, concordou em comercializar o brinquedo no mundo todo.

Silva (2015) expôs em sua dissertação de Mestrado o cubo mágico de Rubik, o qual possui seis lados de cores diferentes e tem como objetivo, após misturadas as peças, deixar novamente cada face do cubo com apenas uma cor. Silva (2015) argumentou que há uma visão tradicional da Matemática e que está relacionada com a aprendizagem de regras para a manipulação de símbolos, simplificação de expressões algébricas e resolução de equações, o que, na visão dos alunos, não tem relação com outros conhecimentos e nem com o cotidiano. Sendo assim, segundo o autor, é preciso ensinar Matemática com aulas dinâmicas e que motivem os estudantes, utilizando recursos diferentes para renovar o ensino.

Silva (2015) apoiou nos aportes teóricos de Jean Piaget (1896 - 1980) e Lev Vygotsky (1896 - 1934) que defendem a utilização dos jogos como fator de

aprendizagem por estimularem as relações cognitivas, afetivas, verbais, psicomotoras e sociais. Além disso, o autor ressalta que “por meio de atividades lúdicas o professor pode colaborar com a elaboração de conceitos, reforçar conteúdos, promover a sociabilidade entre os estudantes, trabalhar a criatividade, o espírito de competição e a cooperação.” (SILVA, 2015, p. 18)

O autor descreveu algumas curiosidades sobre o cubo de Rubik e discutiu a solução mais usada no cubo 3 x 3 x 3 conhecida como método de camadas e apresentou alguns passos dessa maneira de resolver o cubo mágico. Silva (2015) apresentou quais os possíveis métodos de se resolver o cubo mágico e indicou que a solução que seria apresentada por ele é uma das mais tradicionais e baseia-se em determinados movimentos que produzem os resultados esperados.

Silva (2015) discorre que a opção ideal para quem está iniciando é o método de camadas, o qual consiste em sete passos que devem ser decorados para finalizar a montagem do cubo. Em seguida, Silva (2015) descreve os sete passos a serem percorridos nesse método até chegar na solução do cubo. O autor também descreve os padrões que podem ser formados no Cubo de Rubik e discorre sobre o número de Deus, relacionando o fato de que muitos problemas de jogos matemáticos e combinatórios podem ser inseridos em correspondência com problemas clássicos. A expressão “Número de Deus” é “como se batiza a menor quantidade de movimentos necessários para resolver o cubo de Rubik. Atualmente, o mínimo conseguido foi de 20 movimentos” (SILVA, 2015, p.22).

O autor descreve como foram as aulas usando o cubo mágico como ferramenta pedagógica, sendo que o objeto era conhecido por todos os alunos de turmas de Ensino Médio de uma escola pública. Participaram da pesquisa 20 jovens com idades entre 14 e 17 anos de turmas distintas do Ensino Médio de uma escola estadual na cidade de Malta – PB. As atividades desenvolvidas por Silva (2015) tiveram duração de 15 horas aulas durante 5 dias, oferecidas como um curso complementar no período oposto ao das aulas regulares. Cada um dos alunos recebeu um cubo mágico e foi necessária a instalação do aplicativo “Solve the Cube” em celulares ou tablets. Segundo o autor, a escolha do aplicativo deve-se ao fato de que este facilita bastante o aprendizado, já que segue o método de camadas usado para o processo de montagem do cubo. O autor descreveu as funções do aplicativo e relatou que os estudantes demonstraram domínio quanto

à tecnologia. Segundo Silva (2015), o intuito do curso não era dar respostas prontas ou simplesmente ensinar a completar o cubo pelo método de camadas, mas também mostrar que com algoritmos matemáticos e raciocínio lógico pode-se solucionar o cubo.

O trabalho de campo dessa pesquisa envolveu o conteúdo ensinado no curso, sendo que no primeiro dia, além de ensinar a primeira camada do cubo também foi abordado o estudo de Simetrias. Nesse momento, os alunos mostraram certo conhecimento a respeito do assunto ao se lembrarem de imagens espelhadas. Na sequência, os alunos aprenderam a montar a segunda camada do cubo com o auxílio do aplicativo e estudaram sobre o cálculo de área e volume para poder usar o cubo mágico para explorar situações como o cálculo da área e o volume de paralelepípedos retângulos e cubos. Segundo Silva (2015), foi possível calcular o volume de algumas figuras espaciais utilizando o cubo mágico como referencial e puderam explorar outras situações envolvendo conceitos de prismas.

No terceiro dia os alunos continuaram a montagem do cubo e o tema tratado foi Análise Combinatória, o que permitiu calcular o total de possibilidades do cubo de Rubik $3 \times 3 \times 3$. Segundo o autor, os alunos se mostraram animados com a proposta, porém muito ansiosos para terminar logo a montagem do cubo. O autor percebeu que alguns alunos tiveram dificuldades, pois ainda não conheciam o conceito de fatorial de um número, mas colaboraram através de questionamentos, debates e prática, tornando o cubo uma ferramenta aliada ao processo de aquisição de conhecimentos.

No quarto dia o tema abordado foi frações e conceitos iniciais de probabilidade, mostrando que é possível usar a face frontal do cubo (escolhida a cor aleatoriamente) e mostrar que a mesma foi dividida em 9 partes iguais. No quinto e último dia, houve a finalização da montagem das seis faces do cubo mágico e estudaram os conceitos matemáticos incluindo noções de álgebra abstrata, aritmética modular e congruências.

O autor descreve como foram as aulas e em todas elas procurou trazer as definições e explicações matemáticas para que os alunos compreendessem mais sobre os assuntos abordados e ele obteve bons resultados, pois os alunos foram muito participativos e demonstraram interesse na realização das atividades.

Silva (2015) decidiu verificar a aprendizagem dos temas abordados através da aplicação de uma avaliação com dez questões que envolviam cubos retiradas da Olimpíada Brasileira de Matemática da Escolas Públicas (OBMEP). O autor apresentou o enunciado dos 10 problemas propostos e suas respectivas soluções e comentou em cada um deles quantos alunos responderam corretamente, sendo que, no geral, houve um bom aproveitamento dos assuntos estudados no curso.

O autor se mostrou satisfeito com os resultados e apresentou uma tabela com as notas da avaliação de aprendizagem do curso e concluiu que a média das notas, que foi 6,24, foi muito interessante, já que pôde perceber que o manuseio e utilização do cubo ajudou no desenvolvimento de tais questões, além de que se observou o orgulho de cada estudante após conseguir completar o cubo, o que melhorou a estima dos mesmos.

O trabalho trouxe uma proposta diferente de ensino utilizando o cubo de Rubik e trabalhou com a tecnologia em sala de aula e resolução de questões da OBMEP, no entanto, não definiu a metodologia de pesquisa bem como o embasamento teórico. Os temas abordados no curso foram muito interessantes e importantes e tiveram relação com o uso do cubo mágico, mas o último tema (conteúdo do quinto dia de curso), como o próprio autor relatou, é um tema estudado apenas no ensino superior e a forma como foi abordado pode ter ocasionado aos alunos dificuldades de aprendizagem, por envolver definições e demonstrações matemáticas estudadas em Teoria dos Números, uma área desconhecida pelos alunos.

4.2 Funções

A pesquisa de dissertação de mestrado de Lima (2019) intitulada “Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de Funções: O contributo da Engenharia Didática de segunda geração” teve como objetivo geral contribuir na formação de professores apresentando Problemas Olímpicos (PO) com o suporte do GeoGebra.

O autor, descreve sobre as competições que existem envolvendo a Matemática, sendo as principais, a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) e a Olimpíada Brasileira da Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Foram apresentados dados referentes à participação na OBMEP no ano de 2018, os

quais, segundo ele, contribuiriam para que essa competição se tornasse a maior olimpíada do país. Lima (2019) também expõe a necessidade de se propor novas metodologias de ensino e de preparar os alunos para a realização das olimpíadas, mas que, para isso, o poder público precisa garantir um ambiente em que o professor possa utilizar diferentes meios, como ferramentas tecnológicas.

Na visão de Lima (2019) existem poucos materiais que abordam a OBMEP e os problemas apresentados no site não são suficientes para que o aluno se desenvolva, visto que não possibilitam a interação e não trazem uma metodologia diferente. Devido a isso, Lima (2019) se motivou a apresentar aos professores uma maneira de abordar os problemas da OBMEP utilizando uma metodologia alternativa de ensino.

A metodologia de pesquisa utilizada foi a Engenharia Didática de Segunda Geração (EDSG), que consiste na generalização da Engenharia Didática de Primeira Geração (EDPG), as quais possuem as fases: Análise preliminar; Concepção e análise *a priori*; Experimentação e análise *a posteriori* e Validação. A denominação “Segunda Geração” deve-se ao fato do foco na formação de professores.

A metodologia de ensino utilizada foi a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1986), sendo aplicadas as quatro fases ação, formulação, validação e institucionalização utilizando o software GeoGebra. Lima (2019) apresenta a definição de Situação Didática, segundo Brousseau (1986) e cita seus objetivos específicos no trabalho:

- a) observar a interferência de um potencial metodológico na abordagem dos Problemas Olímpicos da OBMEP;
- b) refletir sobre a qualidade do material disponível no site da OBMEP para utilização como suporte aos professores no alcance do potencial metodológico;
- c) oferecer uma metodologia de ensino focada na Teoria das Situações Didáticas (TSD), com o suporte do software GeoGebra, visando contribuir para a formação de professores de Matemática na abordagem dos problemas olímpicos da OBMEP, especificamente os relacionados ao tema funções na segunda fase da OBMEP em seu nível três. (LIMA, 2019, p. 16)

Sobre a necessidade de os professores se aperfeiçoarem, o autor apresentou as diferenças entre o Mestrado Profissional (MP) e o Mestrado Acadêmico (MA) e expõe um gráfico que mostra o crescimento dos cursos de pós-graduação entre 2013 e 2016.

Lima (2019) abordou as Olimpíadas de Matemática segundo as dissertações do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). O autor explicou que esse é um dos programas de mestrado mais abrangente atualmente e que consiste em um mestrado semipresencial na área de Matemática, que visa atender, principalmente, professores de Matemática em exercício na Educação Básica, especialmente de escolas públicas.

Ao buscar, no site do PROFMAT, dissertações que tratam de olimpíadas de matemática, o autor encontrou apenas 46 num total de 3552 e percebeu que não houve a aplicação de uma metodologia de ensino alternativa, já que o foco das dissertações foi a resolução de questões de olimpíadas pelo método tradicional, ou seja, “elaborar lista de exercícios, usar videoaulas, lousa e pincel, entre outros procedimentos nos quais o aluno não participa do processo de construção do raciocínio para solucionar o problema” (LIMA, 2019, p.34).

Lima (2019) discorre que buscou desenvolver um trabalho com uma metodologia de pesquisa e de ensino em que o aluno pudesse ser autônomo em sua aprendizagem. Em relação ao GeoGebra, com base em documentos curriculares vigentes, o autor interpretou que é importante a inserção de tecnologias em sala de aula para que os alunos sejam produtores do seu próprio conhecimento e se familiarizem com máquinas e softwares. O GeoGebra foi escolhido pelo autor para ser um auxiliar na TSD, ao transferir o Problema Olímpico (PO) da OBMEP para o software. O autor relata que escolheu utilizar o GeoGebra por ser uma ferramenta que proporciona uma melhor percepção dos elementos, colaborando para a resolução dos problemas olímpicos.

Em outra seção do trabalho, o autor apresenta os objetivos centrais das dissertações encontradas no repositório do PROFMAT que abordam Olimpíadas de Matemática e destaca quatro dissertações que trabalham a Engenharia Didática, buscando verificar se essas dissertações apresentavam alguma metodologia de ensino associada. O autor, a partir dessa análise, percebeu que nas quatro dissertações não houve uma metodologia de ensino específica e que, basicamente, se restringem a resolver questões. Por isso, Lima (2019) buscou oferecer uma alternativa para que os docentes possam abordar o tema funções

de formas diferentes e que a abordagem desse conteúdo seja por meio do raciocínio lógico dedutivo.

O autor detalha como foram seguidas as quatro fases da Engenharia Didática em sua dissertação, sendo que a análise preliminar teve início com a identificação das problemáticas enfrentadas pelo professor na abordagem das olimpíadas e com a realização de um apanhado de como se dá o processo de preparação dos professores. A etapa da concepção e análise *a priori* teve como foco as questões da OBMEP relacionadas a funções. No processo da experimentação foi aplicado a TSD, cujas quatro fases são: ação, formulação, validação e institucionalização. Na última fase, a da análise *a posteriori* e validação, houve a verificação das hipóteses levantadas na concepção e análise *a priori* para ver se esse tipo de recurso pode contribuir para uma melhor preparação do professor ao abordar a OBMEP.

O autor descreve brevemente, segundo Alves (2018) que Problema Olímpico (PO) é “um conjunto de situações problemas de Matemática, abordado em um contexto competitivo ou de maratonas, com a participação apenas (e de modo restritivo) dos estudantes competidores” e que Situação Didática Olímpica (SDO) é “um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, balizadas por uma metodologia de ensino (TSD), entre um aluno ou grupo(s) de alunos, um certo meio e um sistema educativo”. (ALVES, 2018 apud LIMA, 2019, p. 58)

Lima (2019) expõe três das onze Situações Didáticas Olímpicas (SDO) escolhidas da OBMEP, que envolvem a abordagem dos problemas de funções da segunda fase da competição em seu terceiro nível. Em cada uma das SDO são citados os conhecimentos prévios, o enunciado do problema, a descrição detalhada das quatro dialéticas da TSD com as resoluções propostas pela OBMEP e o passo a passo dos comandos a serem executados no GeoGebra. As demais SDO encontram-se no Produto Educacional do trabalho, que consiste em um caderno de atividades a parte com as demais SDOs, elaboradas igualmente com as fases dialéticas da TSD e também com a construção de cada uma delas no GeoGebra. O autor também relata ter disponibilizado o link para cada construção pronta para download e o endereço das construções também em QR Code para facilitar aos que desejem acessar pelos celulares.

A dissertação de Lima (2019) apresenta as metodologias utilizadas tanto em nível de ensino quanto pesquisa, possui fundamentação teórica e define e atinge seus objetivos. Mesmo não havendo a parte empírica da pesquisa, o trabalho trouxe muitas contribuições que podem ser utilizadas por professores de Matemática, os quais não teriam dificuldade em entender a metodologia aplicada visto que a resolução dos problemas foi bem detalhada, bem como o passo a passo a ser feito no software.

4.3 Estatística

Faxina (2016) em sua pesquisa “Uma sequência didática sobre porcentagem e tratamento da informação utilizando problemas da OBMEP”, apresentou uma sequência didática, em treze folhas de atividades, com problemas sobre porcentagem e tratamento da informação (medidas de tendência central e interpretação gráfica) da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), idealizada para uma aprendizagem diferente da tradicional exposição da teoria seguida de exemplos e exercícios.

O trabalho foi desenvolvido com 46 alunos de 8º ano de uma escola municipal da cidade de Campinas no ano de 2015. No início das atividades, segundo Faxina (2016) os alunos demonstraram pouco interesse em buscar as soluções para os problemas. Tinham dificuldades na leitura e interpretação, assim como apresentavam dificuldades nos cálculos com as quatro operações básicas e cálculo simples de porcentagem. Quanto à autonomia, os alunos, em sua maioria, eram dependentes da explicação e dos encaminhamentos da professora-pesquisadora.

No decorrer da aplicação das tarefas, os alunos foram demonstrando autonomia na resolução das atividades. Faxina (2016) observou, também, que os registros escritos, solicitados na maioria das fichas de atividades, eram realizados com maior naturalidade. Os alunos, a partir do segundo bloco de tarefas, já conseguiram evolução significativa quanto ao aprendizado, pois o propósito do trabalho não era somente chegar ao resultado dos problemas, mas principalmente criar uma base, fornecendo conhecimentos teóricos e criando hábitos para a resolução de problemas, através dos passos sugeridos por Polya (2006): compreensão do problema, o estabelecimento de um plano, execução e

retrospecto, tendo como o objetivo que os alunos apliquem nas diversas disciplinas e nas situações do dia a dia.

Levando em consideração os resultados obtidos, Faxina (2016, p.90) concluiu “que a abordagem do tratamento da informação por meio da resolução de problemas da OBMEP motivou os alunos, despertando o seu interesse pela Matemática, e proporcionando uma melhor compreensão dos conceitos”. A autora não apresentou justificativas que sustentam as potencialidades dos problemas extraídos da OBMEP na aprendizagem de estatística, a partir dos resultados de sua pesquisa. Como metodologia de pesquisa, Faxina (2016) apresentou a estrutura da Engenharia Didática, porém, a mesma não foi explorada no decorrer do percurso metodológico dessa investigação.

4.4 Sequências Numéricas

Lima (2019) inicia seu relatório de pesquisa intitulado “Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de Sequências Numéricas: um contributo da Engenharia Didática” discutindo a problemática do desinteresse dos alunos com relação à Matemática e as notas baixas na disciplina, o que reflete também nos resultados dos alunos nas Olimpíadas de Matemática. Segundo ela, os alunos consideram muito difíceis os problemas olímpicos e, muitas vezes, não sabem nem iniciá-los, pois não estão acostumados com esse tipo de tarefa na sala de aulas. A autora comenta que esse tipo de competição começou a ganhar notoriedade depois da implantação da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), gerando mais participação dos estudantes.

Lima (2019) discorre que um dos conteúdos que sempre está presente na OBMEP são as Sequências Numéricas, em especial, a Progressão Aritmética e Progressão Geométrica. É frequente, segundo a autora, a memorização de fórmulas em detrimento do raciocínio lógico, o que compromete o êxito da resolução de questões das provas de Olimpíadas, cujos problemas necessitam de interpretação e formulação de conjecturas.

Devido a isso, a autora reforça a necessidade de buscar metodologias que possam desenvolver habilidades como investigação, criatividade, raciocínio

lógico, entre outras necessárias nas Olimpíadas. A pesquisa foi desenvolvida segundo a formulação de três questões de investigação:

As dissertações relativas a Olimpíadas de Matemática estão discutindo o tema em uma perspectiva metodológica para o ensino? Essas dissertações utilizam Situações Didáticas Olímpicas (SDO), em particular no ensino de Sequências Numéricas? Como as SDOs, fundamentadas na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1982), auxiliada pelo software GeoGebra podem contribuir para uma nova abordagem do ensino de Sequências Numéricas, no contexto olímpico? (LIMA,2019, p.14)

Nesse sentido, a autora analisou as dissertações do repositório do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e do Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), considerando pesquisas de 2013 até o ano de 2017 buscando trabalhos acadêmicos sobre o assunto e sobre o ensino de sequências numéricas utilizando Situações Didáticas Olímpicas (SDO). Em seguida, ela citou alguns dos trabalhos e o que cada um deles abordou, concluindo que não encontrou uma discussão aprofundada envolvendo metodologias direcionadas a problemas olímpicos e nem trabalhos voltados para SDO no ensino de Sequências Numéricas. Além disso, pôde perceber que a Teoria das Situações Didáticas (TSD) que foi utilizada em alguns dos trabalhos, é benéfica ao ensino de Matemática, principalmente de problemas olímpicos e que o software GeoGebra possibilita explorar o aspecto da visualização associada ao contexto dos problemas. Com isso, Lima (2019) teve como objetivo geral em sua pesquisa elaborar e propor Situações Didáticas Olímpicas (SDO) sobre Sequências Numéricas utilizando o GeoGebra.

Assim como outros pesquisadores, Lima (2019) também apresentou em seu relatório de pesquisa o histórico das Olimpíadas de Matemática no Brasil, trazendo algumas informações a respeito de cada uma delas, com maior enfoque para a OBMEP, sobre a qual a autora trouxe dados para mostrar que com o passar dos anos a participação nessa olimpíada aumentou muito e reforçou que é muito importante que os alunos se engajem para essa prova, pois a mesma pode contribuir muito no rendimento escolar. Ainda sobre a OBMEP, em outra seção do mesmo capítulo a autora abordou as premiações e programas de incentivo oferecidos aos melhores colocados na competição.

Em termos de metodologia de pesquisa, a proposta de formulação das Situações Didáticas Olímpicas (SDO) sobre Sequências Numéricas foi subsidiada pela Engenharia Didática (ED) de Michèle Artigue, especificamente, as duas primeiras fases (análises preliminares e análise *a priori*) em complementaridade com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) para elaborar dez SDO referentes ao conteúdo Sequências Numéricas utilizando as quatro fases da TSD, a saber, ação, formulação, validação e institucionalização; tendo como recurso tecnológico auxiliar o software GeoGebra.

A autora afirmou que sua proposta de formulação das SDO visa colaborar com professores de Matemática do Ensino Médio para que eles possam utilizar problemas olímpicos em suas aulas, valorizando a autonomia dos estudantes e possibilitando uma visão mais ampla do problema através da visualização com o GeoGebra.

Lima (2019) concluiu que boa parte das pesquisas com foco na resolução de problemas e treinamentos olímpicos não apresentam metodologias de ensino voltadas para Olimpíadas de Matemática, o que instigou a proposta das SDO.

Tendo em vista que os cursos de Mestrado Profissional devem gerar um produto educacional a ser disseminado para profissionais da área, neste caso, professores de Matemática, o presente trabalho produziu um material didático de apoio a professores do Ensino Médio. Trata-se de um caderno de atividades com dez Situações Didáticas Olímpicas envolvendo problemas da OBMEP, dos três níveis, referentes ao conteúdo Sequências Numéricas.

4.5 Resolução de Problemas

4.5.1 OBMEP sob uma perspectiva de Resolução de Problemas.

Na dissertação intitulada “A OBMEP sob uma perspectiva de Resolução de Problemas”, Fideles (2014) teve como objetivo analisar a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) como uma ferramenta que contribui para a qualidade do ensino de Matemática, principalmente do desenvolvimento da habilidade de aplicar os conhecimentos matemáticos para resolver problemas e o uso de problemas para construir o conhecimento matemático.

O autor buscou mostrar os métodos de ensino que podem ser utilizados ao trabalhar as questões da OBMEP com os alunos e, para isso, expôs pontos a serem explorados, como uso de tecnologias e também indicou pontos nos quais o professor precisa ter certo cuidado e evitar como, por exemplo, gerar muita competitividade entre os alunos.

Fideles (2014) utilizou dados da Prova Brasil para abordar as problemáticas da repetência, evasão e baixo desempenho na disciplina de Matemática. Em contrapartida, a OBMEP criada em 2005, “tem como objetivo, entre outros, estimular o estudo da Matemática e o interesse dos alunos e professores por meio da resolução de problemas contribuindo para melhoria do ensino da escola pública brasileira” (FIDELES, 2014, p.10).

O autor também apresentou dados da Prova Brasil para afirmar que, com a inserção da OBMEP nas escolas, as notas dos alunos melhoraram e conta um pouco da sua experiência como professor relatando que mesmo não tendo nenhum de seus alunos premiados na Olimpíada, pôde perceber o quanto são afetados positivamente por ela. Ao perceber a influência das questões da OBMEP na qualidade do ensino de Matemática, Fideles (2014) passou a pesquisar sobre resolução de problemas e o quão essa metodologia pode colaborar no processo de ensino-aprendizagem-avaliação segundo a perspectiva de Onuchic e Allevato (2004).

A fundamentação teórica da pesquisa de Fideles (2014) trouxe autores que falam sobre cooperação e competição, sendo esta uma preocupação quando se propõe atividades com premiações, como é o caso da Olimpíada, na qual alguns alunos conseguem medalhas e os que não conseguem podem se sentir desmotivados. Fideles (2014) cita Palmieri (2003) e Paulo Freire (1989), os quais reconhecem que a cooperação e competitividade devem caminhar lado a lado e que deve haver equilíbrio para que atividades neste formato não sejam prejudiciais nas relações humanas. Além disso, o autor analisa os objetivos da OBMEP e cita cinco fatores que, para ele, são sinais de que a Olimpíada não tem caráter exageradamente competitivo, são eles: não deve haver apenas um vencedor e sim um grupo de medalhistas; todos os prêmios oferecidos são relacionados com os estudos e melhoria da Educação; o foco ser a Educação Pública; identificar jovens talentos e incentivar que ingressem nas áreas

científicas e tecnológicas; explorar os diferentes potenciais e habilidades que podem ser desenvolvidas pelo ser humano.

O autor também discorre que a OBMEP se destaca pelo uso da metodologia de resolução de problemas, a qual aumenta o interesse dos alunos, resultando na melhoria do ensino. O aporte teórico que ao autor usou neste tópico é a Heurística da Resolução de Problemas, destacando, inicialmente, as seis categorias possíveis para problemas, segundo Dante (1989): exercícios de reconhecimento, exercícios de algoritmos, problemas-padrão, problemas processo ou heurísticos, problemas de aplicação e problemas de quebra-cabeça.

Em seguida, Fideles (2014, p.20) relata que a maioria dos problemas encontrados na OBMEP é da forma “problemas processo”, ou seja, “a solução envolve passos não descritos no enunciado. É preciso pensar em uma estratégia para resolvê-lo”. Nesse sentido, pautou-se na Heurística de Pólya (1986), como metodologia que ele escolheu trabalhar com os alunos, mas na prática não relatou exatamente como foi este processo. Na Heurística de Pólya (1986) existem quatro passos principais para resolver um problema: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Fideles (2014, p.24) não apresentou um percurso metodológico de pesquisa. Ao invés disso, selecionou 3 problemas de provas aplicadas na OBMEP para “colocar em prática o método de Pólya” com o objetivo de “explorar a resolução para ajudar o aluno a desenvolver a habilidade de resolver problemas com confiança e autonomia e construir o conhecimento matemático”. Na sequência o autor relatou uma experiência que teve propondo alguns problemas da OBMEP para seus alunos de uma turma de segundo ano do Ensino Médio, mostrando o surgimento de várias estratégias diferentes de resolução de um mesmo problema, concluindo que isso não seria possível ao propor exercícios de aplicação de fórmulas.

Os resultados da pesquisa de Fideles (2014) mostram que inserir problemas da OBMEP nas aulas de Matemática traz muitos benefícios, visto que gerou motivação e cooperação nos alunos, além de se sentirem motivados para resolver os problemas e, ao mesmo tempo, compartilharem suas ideias com a turma. Ele percebeu também que muitos alunos têm uma dificuldade maior em Geometria e em registros escritos, não sabendo interpretar determinados

problemas nem mesmo expressar de forma clara o que estavam pensando para solucioná-los.

Fideles (2014) expôs as dificuldades que os professores enfrentam ao ensinar Matemática e dá uma atenção especial ao papel do erro no processo de ensino-aprendizagem, devendo este ser visto como algo natural no processo de desenvolvimento do aprendiz e como um indicador qualitativo diante do progresso dos alunos.

O autor, ao final de sua dissertação, discorreu sobre o uso de novas tecnologias e educação à distância, afirmando que uma proposta interessante seria fazer uso da internet para formação de grupo de estudo, blogs, fóruns e até mesmo cursos como complemento das aulas presenciais. A dissertação contém diversos temas pertinentes com relação ao ensino de Matemática como resolução de problemas, os erros e inserção de tecnologias, mas possui imprecisões nos objetivos da pesquisa e não define exatamente os meios para alcançá-los.

4.5.2 Olimpíadas de Matemática: Concepção e descrição de “Situações Olímpicas” com o recurso do Software GeoGebra.

A dissertação de mestrado de Oliveira (2016), com o título “Olimpíadas de Matemática: Concepção e descrição de Situações Olímpicas” com o recurso do Software GeoGebra” teve como foco a elaboração de um material de apoio à preparação de Olimpíadas de Matemática utilizando o software GeoGebra.

A autora iniciou seu trabalho discorrendo sobre a precariedade do ensino de Matemática no Brasil e sobre a importância de se propor novas metodologias aos alunos para que a disciplina seja mais interessante e menos mecânica. Além disso, Oliveira (2016) afirmou que é necessário que os alunos possam ter um olhar crítico sobre o que aprendem, o que normalmente não ocorre. A respeito deste assunto, a autora citou as Olimpíadas de Matemática como uma forma de melhorar a qualidade do ensino e relatou que teve uma experiência de dois anos em sua Universidade desenvolvendo com outros professores aulas preparatórias para a Olimpíada de Matemática com duas turmas de 13 alunos. Oliveira (2016) relatou que os alunos apresentavam dificuldades, pois as atividades propostas eram diferentes das que eles estavam habituados na escola e, devido a isso tentou encontrar materiais que colaborassem para uma evolução no aprendizado

de forma a facilitar as aulas com contexto olímpico, mas não encontrou nada e então se motivou a utilizar uma metodologia de ensino voltada às olimpíadas e fazer com que essa pudesse ser reproduzida ou servisse de incentivo a outros trabalhos.

Oliveira (2016) ressaltou que a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) contribuiu para o aumento da participação dos alunos em Olimpíadas voltadas à Matemática e citou autores como Alessandro Bagatini (2010) para fundamentar suas concepções a respeito da necessidade de motivar a curiosidade nos alunos, de eles serem autores de sua própria aprendizagem e de se trabalhar com resolução de problemas. A autora relatou ter percebido que mesmo ao trabalhar com metodologias diferentes ainda se nota a falta do uso de tecnologias, o que a motivou a trabalhar em sua dissertação situações didáticas que abordem a preparação para Olimpíadas de Matemática, auxiliados pelo software GeoGebra. Ela adiantou que no trabalho seriam apresentadas dez situações didáticas baseadas na Teoria de Guy Brousseau usando as fases ação, formulação, validação e institucionalização, e que seriam descritas quais seriam as prováveis atitudes do professor e do aluno com relação ao entendimento do que foi sendo explicado.

O objetivo geral da pesquisa de Oliveira (2016) foi mostrar que é possível, através do GeoGebra, propiciar ao docente um material de apoio à preparação de Olimpíadas de Matemática. A autora colocou também os seguintes objetivos secundários: identificar problemas olímpicos que detenha potencial para usar o software GeoGebra, como facilitador de conjectura de possíveis soluções; descrever o GeoGebra como ferramenta auxiliar na resolução de uso de situações olímpicas; estruturar Situações Didáticas relativas a problemas olímpicos e desenvolver resolução de atividade olímpica como sendo um objeto a ser pesquisado e explorado pelos aprendizes.

Oliveira (2016) retomou a importância de se despertar a curiosidade nos alunos e de o aluno participar no processo de aquisição do conhecimento e indicou que sua pesquisa foi pensada para tornar o aprendiz autor de seus passos. A autora também colocou que ao professor cabe o estímulo aos discentes, buscando acrescentar, em suas aulas ou em atividades extraclasse, problemas inerentes às olimpíadas, que possam despertar o interesse do

estudante, além de sempre atuar como mediador usando estratégias que possam conduzir o aluno à resposta e, como exemplo do que pode ser proposto, a autora citou as Situações Didáticas.

Com relação a isso, a autora colocou dois questionamentos:

- Seria possível usar a Teoria das Situações Didáticas (TSD) no uso de resolução de problemas do contexto das olimpíadas?
- A exploração de uma Situação Olímpica pode estimular uma abordagem alternativa para o professor em vista a exploração do software GeoGebra?

Em seguida ela colocou suas hipóteses para os questionamentos:

- O software GeoGebra possibilita a exploração da visualização como elemento impulsionador das estratégias implementadas nas situações olímpicas;
- A TSD possibilita a perspectiva de considerar uma proposta de metodologia de ensino para as Olimpíadas de Matemática.

Oliveira (2016) explicou que descreveria as Situações Olímpicas estruturadas apenas nas duas primeiras etapas da metodologia de pesquisa de Engenharia Didática (ED): Análise Prévia e na Análise a Priori, pois o mais relevante seria mostrar o desenvolvimento das aulas como uma maneira deferente de preparação para as Olimpíadas de Matemática.

No segundo capítulo, a autora discorreu acerca da história das Olimpíadas de Matemática como um todo e citou algumas olimpíadas internacionais que ocorrem anualmente, apresentando um mapa conceitual com as categorias das mesmas. Foram citadas também todas as Olimpíadas de Matemática que ocorrem no Brasil, tanto as nacionais quanto as regionais, sendo apresentado quando surgiram e como são organizadas. Em uma seção do mesmo capítulo, Oliveira (2016) citou alguns trabalhos acadêmicos que abordaram Olimpíadas de Matemática e os assuntos que cada um deles buscou trabalhar, sendo que todos consideraram as Olimpíadas como uma ferramenta enriquecedora para o ensino de Matemática.

No terceiro capítulo, a autora discorreu sobre a Engenharia Didática de Michele Artigue e sobre a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, explicando cada uma das etapas presentes nestas metodologias. No mesmo capítulo, Oliveira (2016) faz uma breve abordagem sobre o software GeoGebra.

No quarto capítulo foi feita uma análise preliminar através de um levantamento bibliográfico em materiais olímpicos identificando os componentes que mais afetam a aprendizagem de problemas olímpicos. Com isso, a autora percebeu que muitos alunos não conseguem bons resultados devido ao fato de haverem temáticas pouco trabalhadas em sala de aula, além de haver a falta do uso de tecnologias e de não serem apresentadas aos alunos as construções que antecedem alguns passos na resolução de um problema. Em uma seção do mesmo capítulo, assim como fez no segundo capítulo, a autora citou dissertações que abordaram as Olimpíadas de Matemática e descreveu brevemente do que se tratou cada uma. Além disso, Oliveira (2016) também discorreu sobre análise epistemológica, citando alguns autores como Saddo Ag Almouloud (2007) para fundamentar que análise epistemológica permite observar os obstáculos que podem ser evitados e tratou um pouco sobre o erro e dificuldades que podem atrapalhar o aluno no desenvolvimento da aprendizagem.

No quinto capítulo foi feita uma análise a priori, na qual foram descritas duas situações olímpicas que poderiam ser aplicadas em sala de aula e foi descrito o problema, o objeto de estudo, os conhecimentos prévios necessários e as fases de desenvolvimento algébrico e de construção no software GeoGebra. Os problemas e o passo a passo feito no GeoGebra foram bem detalhados. No apêndice são apresentadas mais oito situações olímpicas, todas incluindo os conhecimentos prévios, o problema e como deveria ser o desenvolvimento das quatro fases: ação, formulação, validação e institucionalização, incluindo as soluções algébricas e comandos a serem executados no GeoGebra.

A autora finalizou o capítulo dizendo que o produto educacional desenvolvido teve como finalidade produzir um material didático a ser utilizado pelo professor no ensino médio para auxiliar o aprendizado dos alunos no contexto de problemas olímpicos, utilizando também a ferramenta computacional GeoGebra.

No último capítulo foram apresentadas as considerações finais, no qual a autora concluiu que o contexto olímpico deveria ser um instrumento comum nas salas de aula, pois proporciona melhora ao ensino de Matemática. Oliveira (2016) comentou também que o produto educacional produzido poderia ser uma porta

para que outros trabalhos no ramo de Olimpíadas de Matemática também trabalhem sobre essa visão.

A autora comentou que o uso do software GeoGebra pode ser um facilitador das percepções já que permite a exploração da visualização nas situações olímpicas, no entanto, não houve a aplicabilidade da pesquisa em sala de aula.

A dissertação de Oliveira (2016) trouxe conteúdos importantes na área de Educação Matemática e a abordagem das situações olímpicas foi muito bem produzida podendo realmente servir de base para outros professores que desejarem utilizar o GeoGebra como ferramenta auxiliar no ensino de Matemática. No entanto, pôde-se perceber que a parte teórica ficou bastante extensa, pois em alguns momentos a autora retomou assuntos que já haviam sido mencionados e em outras partes os conteúdos não se conectaram, como no segundo e no quarto capítulo em que a autora utilizou uma seção para fazer uma pequena análise dos trabalhos acadêmicos que abordavam as Olimpíadas de Matemática, sem explicar muito o porquê de conter essas seções de estado da arte em seu trabalho, ficando um pouco confuso já que o foco não era esse.

4.5.3 Produto educacional: Situações Didáticas Olímpicas aplicadas a problemas de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

A pesquisa de dissertação de Mestrado de Oliveira Neto (2019), com o título “Produto educacional: Situações Didáticas Olímpicas aplicadas a problemas de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)” buscou destacar uma forma de ensinar Geometria utilizando tecnologia. O autor iniciou explicando em que consiste seu trabalho, no caso o Produto Educacional, sendo este um relato de uma experiência de implementação de estratégias ou produtos de natureza educacional, buscando melhorias no ensino em uma área específica de Ciências ou Matemática. O Produto Educacional que foi apresentado por Oliveira Neto (2019) tem como objetivo mostrar uma metodologia diferente de ensino voltada às Olimpíadas de Matemática para que os professores ampliem sua forma de ensinar e tornem as aulas de Matemática mais atrativas.

O autor utilizou como metodologia a Situação Didática Olímpica (SDO), sendo que esta se baseia na Engenharia Didática de Michèle Artigue, na qual o processo experimental é constituído por quatro fases: análises prévias; concepção e análise a priori; experimentação, análise a posteriori e validação, e na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau, a qual considera quatro etapas: ação, formulação, validação e institucionalização.

Oliveira Neto (2019) descreve em seu trabalho dez Situações Didáticas Olímpicas aplicadas em problemas de Geometria da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Em cada uma das Situações Didáticas foram colocados os conteúdos prévios necessários para que o problema fosse resolvido. Além disso, em cada um dos problemas foram apresentadas as quatro dialéticas presentes da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau e imagens mostrando as construções que deveriam ser feitas no software Geogebra. No final do trabalho, o autor disponibilizou os endereços eletrônicos de todas as construções utilizadas no software.

O trabalho alcançou seu objetivo de mostrar que é possível tornar as aulas mais interessantes fazendo uso de uma metodologia diferente, porém não foi aplicado em sala de aula. Os problemas da OBMEP foram muito bem escolhidos, as resoluções bem detalhadas e os links disponibilizados das construções no software podem ser muito úteis para diversos professores que ainda não têm facilidade no uso do mesmo. O autor apresentou pouca explicação a respeito da metodologia escolhida e não houve um embasamento teórico com relação aos outros temas que fizeram parte da dissertação, como a OBMEP e o GeoGebra.

4.5.4 Sequências com figuras geométricas na OBMEP: Resolução e construção dos problemas.

Na pesquisa em nível de mestrado intitulada “Sequências com figuras geométricas na OBMEP: Resolução e construção dos problemas”, Ferreira (2019) teve como objetivo oferecer a professores e estudantes uma ferramenta auxiliar à resolução algébrica dos problemas, permitindo a união entre visualização e representação, tão importantes na formação do pensamento geométrico.

Na introdução, Ferreira (2019) citou diversos autores para enfatizar que o tema Sequências escolhido por ele sempre esteve presente ao longo da história,

pois a busca por padrões já era observada pelo homem há milhares de anos como, por exemplo, na escrita e na agricultura. O autor relacionou essa constante busca por padrões numéricos com os dias atuais, afirmando que o comportamento dessas sequências é algo muito estudado em Matemática e, neste momento, citou como exemplo a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), a qual, segundo ele, procura explorar este assunto tanto na aplicação de suas provas como nos Bancos de Questões.

Ferreira (2019) adianta que no trabalho foi realizada uma pesquisa sobre problemas da OBMEP que trabalhavam sequências, em seguida foram analisadas as resoluções destes problemas e então realizada a construção dessas sequências com o software GeoGebra, com o objetivo de mostrar um recurso para auxiliar professores e estudantes na preparação para a OBMEP. O autor justifica que sua escolha de trabalhar com Sequências Matemáticas formadas por figuras geométricas surgiu após perceber que em vários problemas propostos na OBMEP faz-se necessário que o aluno visualize o problema no papel e consiga imaginar como se estivesse em movimento como, por exemplo, em problemas que pedem o perímetro ou a área da milésima figura baseando-se apenas na observação de alguns elementos da sequência. Para Ferreira (2019), o uso do GeoGebra seria uma forma de fazer com que os estudantes visualizem o problema e assim consigam interpretá-lo e resolvê-lo.

No segundo capítulo, o autor destacou a importância de se trabalhar novas metodologias para que as aulas não sejam maçantes e que não contenham apenas exercícios repetitivos, os quais não levam o aluno a questionar nem buscar novas estratégias de resolução. Neste sentido, o autor ressalta que uma das alternativas seriam as ferramentas auxiliares no ensino de Matemática como, por exemplo, a utilização de softwares, que promovem a melhoria na aprendizagem, mas que, infelizmente, não são muito utilizados por falta de acesso ou pela não familiarização por parte dos professores.

Em outras seções do mesmo capítulo, o autor discorre um pouco sobre o Software GeoGebra e suas funcionalidades e sobre como é o funcionamento da OBMEP. Com relação à Olimpíada, Ferreira (2019) ressaltou que em todos os anos, tanto nos Bancos de Questões como nas Provas, a OBMEP procura abordar problemas que envolvam o estudo de sequências, os quais geralmente

envolvem situações com sequências numéricas e sequências de polígonos ou figuras.

No terceiro capítulo o autor colocou as definições matemáticas para sequências e recorrências e mostrou o método de resolução para determinar a fórmula fechada de algumas delas. Como citado anteriormente, a metodologia do trabalho de Ferreira (2014) foi realizar uma pesquisa nos bancos de questões e nas Provas da OBMEP à procura de problemas que apresentassem questionamentos sobre sequências. Ele cita que utilizou a busca na própria página da OBMEP em todos os Bancos de Questões e Provas desde o ano de 2005 até 2018 utilizando palavras chaves no portal, tais como “sequências”, “sequência de figuras” e “recorrência” e foram escolhidos os que apresentavam sequências com figuras geométricas e que os seus padrões numéricos pudessem ser obtidos por recorrência. O próximo passo, segundo ele, foi verificar se seria possível utilizar as funções do GeoGebra nos problemas selecionados para conseguir a movimentação desejada dos elementos como estava propondo o enunciado, tendo sido necessário um estudo mais aprofundado sobre as funções do GeoGebra. Em seguida, o autor verificou se seriam obtidos os mesmos resultados apresentados nas resoluções por meio da aplicabilidade do estudo de recorrências lineares, comparando as soluções algébricas dos problemas com as construções desenvolvidas no software.

Ferreira (2019) apresenta seis diferentes problemas e coloca as soluções detalhadas para cada um deles, tanto as algébricas quanto as soluções com o GeoGebra, citando, de forma bem explicativa, o passo a passo a ser feito no Software.

Em linhas gerais, o trabalho teve êxito com relação à proposta de trabalhar problemas da OBMEP utilizando como ferramenta auxiliar o Software GeoGebra. Todos os problemas envolvem o tema Sequências escolhido pelo autor e trazem as resoluções detalhadas, possibilitando que sejam reproduzidas por outros professores. O autor relatou que não houve a aplicação destas questões em sala de aula, mas que isso seria interessante para comprovar a compreensão dos problemas estudados.

4.5.5 Uma experiência sobre o ensino da Matemática no Ensino Médio sob a perspectiva da utilização de problemas da OBMEP.

Na dissertação “Uma experiência sobre o ensino da Matemática no Ensino Médio sob a perspectiva da utilização de problemas da OBMEP”, Guimarães (2019) teve como objetivo despertar o interesse dos alunos pela Matemática, trabalhando fichas de atividades com problemas adaptados da OBMEP e o software GeoGebra. Os objetivos específicos foram: contribuir com a escola sobre o ensino de Matemática, melhorar a experiência docente do autor, fornecer material diversificado para o aluno e colaborar com o ensino de Matemática, já que, segundo ele, os métodos utilizados podem ser replicados em outras escolas.

A motivação do autor para o trabalho foram os baixos índices dos alunos na disciplina, mostrando como justificativa os dados não satisfatórios da escola na disciplina de Matemática no SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e no SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), buscando mostrar a importância de uma oportunidade de aplicação e discussão de problemas abrangendo diversos conteúdos do ensino básico de Matemática.

Guimarães (2019) optou pela Engenharia Didática de Michele Artigue como uma possibilidade metodológica para as pesquisas relacionadas à Didática da Matemática, cujo processo experimental baseado na concepção, realização, observação e análise de sequências didáticas em sala de aula é composto por quatro fases: análises prévias, construção e análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori* e validação da experiência.

A pesquisa foi realizada com alunos de uma sala de 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública em Analândia – SP. O baixo rendimento dos alunos do Ensino Médio nos sistemas de avaliação externa, motivou Guimarães (2019) e os demais docentes da unidade escolar a considerar a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) como foco da escola para que fosse dada maior atenção com relação ao incentivo e a aplicação dessa prova, podendo constituir um instrumento de avaliação para a melhoria da situação de fracasso escolar na disciplina de Matemática. A gestão escolar se propôs a realizar uma confraternização com os alunos que fossem aprovados para a segunda fase da Olimpíada e que fossem realizar a prova, visto que, segundo Guimarães (2019),

os poucos alunos que eram aprovados para a segunda fase não compareciam na prova. Com este incentivo, aumentou o número de alunos que foram aprovados para a segunda fase e foram realizá-la.

Guimarães (2019) destacou que a reprodução da parte empírica de sua pesquisa é um incentivo à Olimpíada, sendo que a mesma foi composta de questões adaptadas e de recursos tecnológicos e enfatizou que, apesar de direcionar mais o trabalho à resolução de problemas da OBMEP com o uso de recursos tecnológicos, também considerou essencial que sejam propostas atividades com materiais manipuláveis.

O autor apresentou a organização, descrição e análise da produção das atividades de seus alunos, colocando em seu relatório de pesquisa alguns recortes das atividades que foram aplicadas aos alunos e a descrição do desenvolvimento das mesmas, as quais foram questões adaptadas da OBMEP e trabalhadas em grupos ou em duplas. Guimarães (2019) foi detalhista na forma como foi feita cada uma das propostas, as perguntas pertinentes para cada questão e o objetivo principal de que cada aluno chegasse em uma resposta por conta própria.

Guimarães (2019) destacou como os alunos pensaram para chegar nas soluções de cada um dos 5 problemas propostos e relatou que superou suas expectativas, pois houve grande interesse por parte deles e pôde perceber que todos se ajudaram e participaram mostrando autonomia e empolgação. No geral os alunos não tiveram grandes dificuldades, sendo necessárias poucas intervenções do professor; já que os próprios problemas tinham meios de fazer o aluno pensar na resposta e isso, segundo eles, ajudou bastante. O uso do GeoGebra e do Microsoft Excel no celular foi considerado positivo por parte dos alunos, pois eles puderam visualizar o que tinham feito na atividade de lápis e papel. Um ponto de melhoria, segundo Guimarães (2019), seria a melhor organização do tempo de realização das fichas; uma ação a ser repensada em uma aplicação futura.

O autor retomou que o objetivo principal do trabalho era a utilização de um instrumento de aprendizagem para tentativa de melhoria dos índices da unidade escolar em avaliações externas foi seguido, porém, os índices de desempenho escolar só estariam disponíveis no ano posterior, à aplicação do SARESP.

Consideramos que todos os problemas foram muito interessantes, envolvendo temas como Trigonometria, raciocínio lógico e Álgebra, porém, no enunciado de cada um dos 5 problemas havia instruções nas fichas com perguntas para instigar o aluno a chegar no resultado como, por exemplo, no primeiro problema em que quatro amigos “Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu”. (OBMEP, 2010). Neste problema, desejava-se encontrar o número de bananas que cada um deles comeu e foi dado o passo a passo ao aluno, já que inicialmente foi pedido que os alunos assumissem o papel de cada um dos personagens do problema e utilizassem feijões para realizar as possíveis distribuições das bananas e, em seguida, foi pedido para que eles respondessem as seguintes perguntas: “Pelo menos quantas bananas cada um dos meninos comeu? Quem comeu mais bananas? Quantas bananas Jeca e Tatu comeram juntos? Entre Jeca e Tatu, quem comeu mais? Quantas bananas Saci e Pacu comeram juntos? Quantas bananas Saci comeu no máximo?” (GUIMARÃES, 2019, p.40). Com estas questões o autor comentou que pretendia suscitar discussões e encaminhar os alunos para a resposta do problema.

Em linhas gerais, o aporte teórico do trabalho abordou diferentes assuntos pertinentes à Educação Matemática e teve êxito com relação à proposta de trabalhar problemas da OBMEP, os quais foram bem escolhidos. Nos problemas foram criados meios de fazer o aluno pensar na resposta, como se fossem dicas para iniciar o problema e foram disponibilizados alguns materiais como feijões, triângulos impressos, tabelas e malha quadriculada.

A respeito da forma como Guimarães (2019) apresentou os problemas elaboramos dois questionamentos: até que ponto é válido dar “dicas” aos alunos para que eles comecem a pensar na solução do problema? Esses alunos acostumados a serem instruídos na atividade matemática, serão capazes de desenvolver autonomia em outras tarefas propostas sem o guia de instrução?

Síntese das cinco dissertações que abordaram a Resolução de Problemas

A respeito das cinco dissertações desse tema, pôde-se perceber que ambas tiveram o mesmo objetivo de analisar ou aplicar questões da OBMEP para oferecer a professores e estudantes uma ferramenta auxiliar na resolução dos problemas, normalmente utilizando o software GeoGebra. No geral, apresentaram as soluções bem detalhadas das questões incluindo as construções no software GeoGebra, com exceção de Fideles (2014) que não o utilizou nas questões de seu trabalho.

Outro ponto analisado foi a falta da execução das pesquisas em sala de aula, pois apenas nas dissertações de Guimarães (2019) e de Fideles (2014) houve a aplicação, o que é muito importante para que os resultados alcançados possam ser observados. Algo também notável nos trabalhos foi o uso da metodologia Engenharia Didática, pois foi citada em três das cinco dissertações.

4.6 Geometria

4.6.1 Medidas e forma em Geometria.

A dissertação de mestrado de Santos (2014) intitulada “Medidas e forma em Geometria” inicia expondo que a necessidade de medir comprimentos surgiu há muitos anos, ainda na Grécia e que muitas civilizações já estudaram esse tema.

O autor discorre acerca da dificuldade dos estudantes com a Geometria e, atrelado a isso, a necessidade de os professores evitarem o uso demasiado de fórmulas ao ensinar. Uma alternativa que o autor cita para melhorar o aprendizado em Matemática é de se trabalhar com questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) por serem mais desafiadoras.

Santos (2014) discorreu a respeito dos aspectos históricos da Matemática e explicou alguns termos, como por exemplo, ressaltou que existem as grandezas discretas e as contínuas, trouxe um exemplo para definir segmentos comensuráveis e incommensuráveis, apresentou definições matemáticas com base na visão de estudiosos como Aristóteles (384 a.C.–322 a.C.), Euclides (325 a.C. - 265 a.C.) e Eudoxo (408 a.C - 355 a.C), e fez referência diversas vezes à obra Os

Elementos, de Euclides (300 a.C.). O autor apresentou diversas definições e exemplos de igualdade de frações e comentou que na Matemática grega não havia medida de áreas e nem a noção que se tem hoje de figuras congruentes. O autor colocou também a demonstração de Euclides para o Teorema de Pitágoras.

No capítulo seguinte Santos (2014) apresentou definições e construções sobre números reais, as quais, segundo ele, tiveram contribuições dos matemáticos Richard Dedekind, Karl Weierstrass, Charles Méray e Georg Cantor. A partir dos números reais, o autor definiu corpo e suas condições da adição e da multiplicação, explicou quando um intervalo é limitado superiormente ou inferiormente e definiu os conceitos de ínfimo e supremo. Além disso, Santos (2014) apresentou definições, teoremas e exemplos de sequências infinita, limitada, decrescente, crescente e, após transmitir a ideia de limite, definiu vizinhança e sequência convergente e divergente. Ainda com relação ao estudo de sequências, o autor define a sequência de Cauchy, na qual a distância entre os termos vai se aproximando de zero e apresenta o Teorema de Bolzano-Weierstrass, o qual define que toda sequência limitada possui uma subsequência convergente. O autor, em outra seção, explicou sobre funções contínuas e apresentou os teoremas do anulamento e do valor intermediário, baseando-se no livro de Cálculo de Guidorizzi (2001).

A dissertação traz também a definição, explicação e exemplos de espaço métrico, segmento de reta e de área de figuras planas. Após apresentar o cálculo de área para o quadrado, o retângulo, o paralelogramo e o triângulo, o autor trouxe uma aplicação para o tema, citando o matemático George Alexander Pick, o qual publicou, em 1899, uma fórmula simples para encontrar a área de um polígono cujos vértices são pontos de uma rede. Santos (2014) não colocou a demonstração para o teorema de Pick, mas indicou que a mesma pode ser encontrada no livro *Meu professor de Matemática* (1987), de Elon Lages Lima e em outros trabalhos e apresentou exemplos utilizando essa maneira de resolver exercícios em que se busca encontrar a área.

No final da dissertação, Santos (2014) trouxe um breve histórico citando os anos em que foram criadas as principais Olimpíadas de Matemática, em especial a OBMEP, sobre a qual trouxe mais informações e, a fim de verificar como a OBMEP aborda alguns temas, expôs dez questões que foram propostas entre os

anos de 2005 e 2014 e que envolvem comprimentos de segmentos e áreas. As resoluções apresentadas foram bem sucintas, sem muitas explicações.

O autor concluiu que espera ter mostrado a importância de saber trabalhar os temas comprimento e área no ensino fundamental e médio, já que são base para as geometrias plana, espacial e analítica. Santos (2014) reforça a necessidade de que os professores incentivem seus alunos a participarem da OBMEP e que trabalhem as questões desta competição para que possam obter melhoras na educação.

O autor não deixou claro qual metodologia de pesquisa seria utilizada em seu trabalho, mas afirmou que seu propósito de pesquisa era abordar a importância de se demonstrar medidas de segmentos e o cálculo de áreas, a fim de 'amadurecer' o conhecimento dos alunos, ou seja, elevar o conhecimento do aluno ao nível do raciocínio lógico-dedutivo.

4.6.2 Resolução de problemas sobre Geometria para as Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP.

A dissertação de mestrado de Silva (2013) consiste na resolução de dez problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Na introdução a autora faz uma breve apresentação da OBMEP e expõe que seu trabalho visa auxiliar no aprendizado dos alunos que tem como objetivo a preparação para a prova.

Silva (2013) relata que os temas trabalhados na Olimpíada são Aritmética, Análise Combinatória e Geometria e que ela decidiu abordar a Geometria através da metodologia de resolução de problemas, utilizando uma linguagem que propiciasse o raciocínio lógico e que não se prendesse ao uso de fórmulas.

A autora explicou que as provas da OBMEP são divididas em três níveis, sendo que as provas do nível 1 são direcionadas aos alunos da 5ª e 6ª séries do ensino fundamental, a do nível 2 direcionadas aos alunos da 7ª e 8ª séries do ensino fundamental e as do nível 3 aos alunos do Ensino Médio. Devido a isso, a autora decidiu resolver dez questões de cada um dos três níveis da prova.

No primeiro capítulo, Silva (2013) relata que as provas da OBMEP focam na resolução de problemas, sendo necessário que o aluno compreenda a proposta e saiba transformar para a linguagem matemática, utilizando seus

conhecimentos prévios e o raciocínio lógico. A autora apresenta as questões do nível 1 da prova e, de forma bem resumida, traz também a resolução de cada um deles.

Ainda no primeiro capítulo denominado “Geometria”, a autora também coloca as questões e resoluções dos níveis 2 e 3. Em seguida apresenta uma breve conclusão afirmando que tentou abordar, através de resolução de problemas, os principais temas da Geometria presentes na OBMEP e que acredita que o trabalho possa despertar em muitas pessoas o interesse pela Matemática.

Nota-se que a dissertação de Silva (2013) teve como foco a resolução de problemas da OBMEP, sendo assim, a autora não apresentou um aporte teórico nem dissertou sobre a metodologia escolhida. A autora propôs, inicialmente, utilizar uma linguagem que propiciasse o raciocínio lógico e que não se prendesse ao uso de fórmulas, no entanto, na maioria dos problemas foram colocadas as fórmulas e as resoluções foram sucintas.

4.6.3 Teorema de Pitágoras e Áreas: sua aplicabilidade no banco de questões da OBMEP.

A dissertação de mestrado de Docarmo Neto (2014) aborda o Teorema de Pitágoras e Áreas. A motivação para o trabalho envolve a relevância destes assuntos dentro da Matemática e o fato de que em diferentes situações percebe-se a necessidade do cálculo de áreas. Com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o autor ressalta que um trabalho de geometria adequado possibilita que o aluno saiba utilizar corretamente as formas e propriedades geométricas.

O autor cita que o tema escolhido é de grande relevância aos professores e aos alunos, mas que, muitas vezes, devido às cargas horárias elevadas de trabalho, os professores não conseguem explorar diferentes metodologias. Docarmo Neto (2014) relata que o trabalho contém a abordagem histórica, demonstrações e aplicações com base em questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) que abordam o tema trabalhado. Essas questões foram retiradas do banco de questões da OBMEP e que foram

propostas entre 2010 e 2014, pois foi nesse período que o pesquisador passou a preparar os alunos para a Olimpíada.

Segundo Docarmo Neto (2014), nas aplicações a referência principal utilizada foi o trabalho de Wagner (2014). O autor relatou que seu trabalho teve o intuito de contribuir com professores, mostrando uma forma de trabalhar de maneira integrada o tema Teorema de Pitágoras e Áreas com aplicação de questões de olimpíadas, além de incentivar os alunos e professores mostrando que as questões da OBMEP não são tão difíceis como geralmente pensam.

O autor trouxe alguns dados históricos sobre o Teorema de Pitágoras e expôs que o enunciado mais comum para o Teorema diz que o quadrado da hipotenusa, a , é igual à soma dos quadrados dos catetos b e c . Em seguida, a partir do enunciado do Teorema de Pitágoras, foram apresentadas duas demonstrações para o teorema, uma utilizando semelhança de triângulos e a outra utilizando área de quadrados e uma proposição que se refere ao triângulo retângulo com sua respectiva demonstração.

Docarmo Neto (2014) disserta que o enunciado do Teorema de Pitágoras pode ser relacionado por relações de áreas, em que caberia mudar o enunciado dizendo que a área do quadrado de lado a é igual à soma das áreas dos quadrados de lados b e c . Com isso, o autor ressalta que é evidente a relação do Teorema de Pitágoras com Áreas e então inicia a abordagem desse segundo tema. O autor discorre sobre áreas de regiões poligonais e traz definições, proposições e demonstrações da área do paralelogramo e do triângulo. Foi apresentada também a relação utilizada para a área de regiões circulares, onde foi preciso definir o π (pi), o qual o autor explicou que é a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro e apresentou a demonstração de um teorema que indica a fórmula da área de um círculo, além de mostrar a relação a ser utilizada quando se deseja calcular apenas uma parte da região circular, ou seja, um setor circular.

Por fim, o autor apresenta algumas aplicações dos temas apresentados através da exposição e solução de dezoito questões da OBMEP. Docarmo Neto (2014) conclui que espera que o estudo contribua para que os professores

trabalhem de maneira integrada o Teorema de Pitágoras e Áreas com as questões da OBMEP.

A pesquisa atinge seu objetivo de mostrar que é possível trabalhar ambos os temas de maneira integrada e apresentou a fundamentação teórica com relação ao contexto histórico e aos conceitos matemáticos. As questões da OBMEP apresentadas possuem as soluções bem explicativas e relacionam a aplicação tanto do Teorema de Pitágoras quanto do cálculo de áreas.

4.6.4 Uma sequência didática sobre área e perímetro utilizando o Banco de Questões da OBMEP e o GeoGebra.

A pesquisa ao nível de mestrado de Santos Neto (2018) iniciou com a biografia do autor, o qual atua como professor desde 2008. O autor relatou que reconhece a dificuldade de se propor novas metodologias em sala de aula e afirma que busca diversificar suas aulas, trabalhando propostas que fujam do modelo tradicional. Com base nesse assunto, a introdução também traz a informação de que o autor foi o primeiro a utilizar e a incentivar o uso de softwares matemáticos em uma escola em que trabalhava e, em outra, incentivou a utilização do laboratório para as aulas de Matemática, o que trouxe bons resultados.

O trabalho de Santos Neto (2018) foi realizado com a turma do primeiro ano do curso Técnico em Redes de Computadores Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo (IFSP) do campus Catanduva. Foram expostas algumas informações sobre a cidade de Catanduva e sobre a história do IFSP. O autor descreve como é o campus do IFSP de Catanduva e relata que o mesmo tem sofrido com verbas reduzidas por não possuírem a quantidade suficiente de alunos matriculados. Também foi descrito que o curso em questão possui alunos de diferentes classes sociais, mas que a maioria são alunos de baixa renda familiar e mostrou, através de gráficos com os dados de avaliações aplicadas, que os alunos são bem diversificados com relação ao nível de aprendizagem.

A partir da percepção das dificuldades dos alunos, o autor relata que foram oferecidas diversas opções para que o desempenho em Matemática melhorasse como reforço com aulas adicionais com outro professor de Matemática que não o

da turma, recuperação paralela com aula de revisão e prova substitutiva, horário de atendimento do professor ao aluno (2 horas semanais), monitorias, entre outros. Santos Neto (2018) afirma que, apesar de existirem todas essas opções que visam a melhoria na aprendizagem de Matemática, ainda falta a diversificação das aulas, pois, segundo ele, ainda são tradicionais, sem novas metodologias, recursos e atitudes, que possam gerar uma aprendizagem significativa para a vida do aluno.

O autor enfatiza, com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a necessidade de que o aluno aprenda não apenas a resolver uma equação, mas que saiba interpretar, questionar, fazer inferências, resolver problemas e que também possa se desenvolver criticamente para a vida social.

Santos Neto (2018) relata que desejou apresentar uma proposta diferente e que pudesse servir de exemplo para novas construções nas aulas de Matemática. O trabalho foi desenvolvido a partir da percepção das dificuldades dos alunos em geometria e foi dividido em duas etapas, sendo que na primeira foi utilizado um problema da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) trabalhando perímetro e na segunda criou-se uma extensão do mesmo problema utilizado, mas focando o conceito de otimização de área. O autor discorre que a metodologia escolhida foi baseada na Engenharia Didática, possibilitando que o aluno aprendesse de forma autônoma e dinâmica, já que também escolheu fazer uso do software GeoGebra.

O autor explica brevemente que Engenharia Didática, criada por Michèle Artigue, se aproxima do trabalho de um engenheiro já que, tanto na engenharia quanto na docência são necessárias algumas reformulações em certas práticas para que o objetivo seja alcançado, muitas vezes percebendo isso somente na aplicação e nela podendo extrair os pontos positivos e negativos para as próximas oportunidades. O trabalho de Santos Neto (2018) seguiu as seguintes fases:

- a) elaboração de uma sequência didática pensada como sendo ideal;
- b) aplicação do trabalho com as possíveis intervenções ou correções para se atingir o objetivo traçado, a aprendizagem dos alunos;
- c) avaliação do trabalho pelos resultados obtidos nas atividades entregues pelos alunos, nas percepções do professor em sala de aula e por questionário de pesquisa respondido pelos alunos ao término do trabalho. (SANTOS NETO, 2018, p. 26)

O autor expõe a importância de que os alunos adquiram conhecimento sem muita intervenção dos professores e que busque por si só a resposta para os

problemas propostos. Para isso, propôs um texto que contém uma sequência didática escrita em forma de diálogo, e o software GeoGebra para que o aluno consiga encontrar sua própria maneira de resolver os problemas. No texto, foram utilizados dois personagens, o professor e o Homem Aranha, que dialogam com o aluno. O primeiro faz os enunciados das atividades e o segundo fornece dicas importantes. O software GeoGebra foi escolhido por auxiliar os alunos a visualizar situações ou propriedades que a figura estática ou o texto não conseguem transmitir. O autor informou que os detalhes dos processos de construção das figuras no GeoGebra ou das atividades da sequência didática podem ser obtidos no apêndice.

O problema tratado na primeira etapa foi retirado do banco de questões da OBMEP e envolveu o perímetro de um paralelogramo inscrito em um triângulo equilátero, no qual o autor descreveu um roteiro contendo cinco questões a serem descobertas pelos alunos para depois retornar ao problema. Além disso, foi proposto que os alunos fossem fazendo as construções no GeoGebra e nessa parte, segundo ele, surgiram algumas dificuldades que precisaram da intervenção do professor. Santos Neto (2018) também expôs alguns registros das resoluções feitas pelos alunos e relatou os erros cometidos pelos alunos e as percepções que teve do que poderia ser melhorado. Mesmo com as dificuldades encontradas com a situação didática proposta, grande parte dos alunos conseguiu resolver o problema.

Na segunda etapa foram utilizados os dados do mesmo problema para tratar de otimização de área e associar o problema a funções quadráticas. Nessa etapa foram propostas diversas questões para que os alunos pensassem e também houve a construção do problema no GeoGebra. Como já estava trabalhando com a parábola, foram ensinados os valores máximos ou mínimos da função quadrática a partir do vértice da parábola. Para essa fase os resultados não foram tão bons quanto os da primeira, mas mesmo assim o autor considerou que foi uma atividade valiosa já que os alunos puderam adquirir experiência para futuras atividades.

Santos Neto (2018) explicou que as atividades foram realizadas em um dos laboratórios de informática do campus em três quintas-feiras, com intervalo de 14 dias entre a primeira e a segunda aplicação e 7 dias entre a segunda e a terceira aplicação, sendo que todas elas foram realizadas fora do horário de aula regular

dos alunos e a frequência dos alunos nos encontros foi de cerca de 90%. Os alunos puderam avaliar o trabalho proposto, pois o pesquisador desejava verificar as considerações dos mesmos quanto ao nível de dificuldade, se gostaram do trabalho, se tinham opiniões sobre os recursos utilizados e sugestões. Foram apresentados gráficos e registros das respostas, as quais foram variadas, mas, no geral, a maior parte dos alunos afirmou ter gostado de realizar o trabalho, mesmo relatando não terem entendido algumas coisas. Os alunos comentaram que o uso do GeoGebra e dos personagens no texto facilitaram o entendimento, pois contribuíram para que visualizassem com mais clareza e para que relembassem conceitos. Algumas das sugestões dos alunos foram: “explicar melhor o uso do GeoGebra, melhorar as dicas do Homem Aranha (pois não havia utilidade em algumas informações), aplicar o trabalho todo em um único dia e até mesmo, aumentar o nível de dificuldade das questões”. (SANTOS NETO, 2018, p. 70)

O autor concluiu que houve boa participação dos alunos e o trabalho teve êxito, pois mostrou ser uma alternativa viável de aprendizagem matemática voltada ao desenvolvimento da autonomia do aluno. Santos Neto (2018) relata que pôde aprender muito com o trabalho e que reutilizará em novos projetos. No apêndice foram apresentadas todas as atividades propostas com as dicas dos personagens e as construções no GeoGebra.

A dissertação de Santos Neto (2018) possui uma introdução sem muitos detalhes quanto aos objetivos da pesquisa e focou em detalhar a sua trajetória e trazer detalhes do Instituto no qual seria aplicado o trabalho. A proposta foi interessante e trouxe uma sugestão de como trabalhar metodologias diferentes em sala de aula, mas na aplicação foi notável que os alunos não tinham familiaridade com o GeoGebra e acabaram apresentando dificuldades no manuseio do software para resolver as questões propostas.

4.6.5 Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 3 da OBMEP sobre geometria.

A dissertação de Carvalho Júnior (2013) faz parte de um material multimídia desenvolvido pelo pesquisador em parceria com outros dois autores (Mário Henrique da Silva e Ronildo Lopes Pontes), cujas dissertações de Mestrado também foi alvo de nossas considerações. O trabalho de Carvalho Júnior (2013)

consistiu na apresentação da resolução comentada de quinze questões do nível 3 da OBMEP, sendo que as treze primeiras questões são de provas da segunda fase e as duas últimas do Banco de Questões do ano de 2013. O autor relatou ter utilizado o programa Microsoft PowerPoint para a produção dos slides, com a construção de animações dos elementos e figuras geométricas, e Camtasia Studio, para editar a narração e os vídeos de cada uma das resoluções.

A escolha do objeto de pesquisa por Carvalho Júnior (2013) foi devido ao de existir poucos materiais que contém resolução audiovisual com comentários e animações, tendo em vista que os atuais estudantes são inseridos no mundo tecnológico desde muito cedo. O autor se apoiou nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para fundamentar sua escolha já que nesse documento destaca-se que “a atual tecnologia de produção de vídeos educativos permite que conceitos, figuras, relações, gráficos sejam apresentados de forma atrativa e dinâmica.” (BRASIL, 1998, p. 46).

O autor teve como objetivo possibilitar a compreensão de questões de geometria com os conceitos e propriedades através de animações, permitindo a visualização dos problemas. Além disso, Carvalho Júnior (2013) teve a intenção de disponibilizar um material alternativo para os alunos com enfoque tecnológico, de modo que a aprendizagem de Matemática fosse mais prazerosa e que pudesse servir como um instrumento na construção do conhecimento geométrico.

O autor apresentou as questões da OBMEP e suas resoluções de forma detalhada, as fórmulas utilizadas e as respectivas configurações visuais. No entanto, o trabalho não contém fundamentação teórica, bem como uma metodologia de pesquisa para subsidiar uma provável proposta de ensino.

4.6.6 Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 2 da OBMEP sobre geometria.

Em sua dissertação, Silva (2013) explica que seu trabalho é parte do material multimídia elaborado com mais colegas do mestrado (Ronildo Lopes Pontes e Augusto Lacerda Lopes de Carvalho Junior). Especificamente, Silva (2013) abordou a resolução comentada de quinze questões de geometria das provas da 1ª a 8ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), ou seja, entre 2005 e 2012. As questões escolhidas foram questões da

segunda fase da prova e dirigidas a alunos de 8º e 9º ano do Ensino Fundamental. Assim como Carvalho Júnior (2013), o autor utilizou em seu trabalho o programa Microsoft PowerPoint para a produção dos Slides e o Camtasia para a gravação dos vídeos. A motivação e o objetivo do trabalho foi o mesmo descrito na dissertação de Carvalho Júnior (2013).

Silva (2013) abordou a tecnologia da informação e comunicação, ressaltando a importância de existirem professores preparados para utilizar essa metodologia em suas aulas, já que os alunos estão habituados com o meio tecnológico. O autor enfatiza também que o professor deve ser mediador no processo de aquisição do conhecimento e cita Valente (1999) ao se referir ao uso de tecnologias, se tratando de uma “inovação pedagógica fundamentada no construtivismo sociointeracionista que, com os recursos da informática, levará o educador a ter muito mais oportunidade de compreender os processos mentais, os conceitos e as estratégias utilizadas pelo aluno...” (VALENTE, 1999, p. 22).

O autor coloca que a inserção da tecnologia nas aulas é uma das formas alternativas que resulta em mais interesse por parte do aluno e, por isso, é uma mudança necessária na abordagem pedagógica, pois os recursos tecnológicos permitem a interação, a redução dos meios mecânicos de ensino e proporcionam o desenvolvimento da autonomia nos alunos. Segundo ele, cabe ao professor a escolha correta da tecnologia para auxiliar o aluno a resolver problemas e realizar tarefas que exijam raciocínio e reflexão.

Silva (2013) ressaltou que as aulas desenvolvidas com um recurso tecnológico, podem ser presenciais ou a distância e que o trabalho foi desenvolvido pensando no aluno, para que o mesmo possa ver as animações das figuras geométricas e ter um melhor entendimento nas resoluções das questões propostas.

O autor relata que a ideia do trabalho veio com a oportunidade de explorar mídias eletrônicas com um grupo de alunos das escolas públicas nas quais os três pesquisadores trabalham a fim de obter um instrumento inovador na construção do conhecimento geométrico do aluno e que servisse como fonte inspiradora para outros professores. Em seguida, Silva (2013) expõe os problemas da OBMEP e suas resoluções, da mesma forma que Carvalho Júnior (2013).

Os quinze problemas da OBMEP que foram apresentados possuem os enunciados e as resoluções comentadas detalhadamente, juntamente com as representações figurais que auxiliaram muito no entendimento de cada passo do problema. No entanto, o trabalho não apresenta uma metodologia de pesquisa para subsidiar uma provável proposta de ensino. O autor abordou aspectos das tecnologias educacionais, porém a mesma não se configura como um aporte teórico, pois não há uma conexão com uma possível análise de dados na referida dissertação de Mestrado.

4.6.7 Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 1 da OBMEP sobre geometria.

A dissertação de Pontes (2013) faz parte do Material Multimídia desenvolvida paralelamente aos trabalhos de Silva (2013) e Carvalho Júnior (2013). O trabalho de Pontes (2013) trouxe a resolução comentada de quinze questões do 'nível 1' das provas da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

O autor teve o objetivo mostrar a importância dos aspectos visuais na resolução de problemas de Geometria e de facilitar a compreensão, através de argumentações visualmente animadas, dos conceitos e propriedades inerentes à geometria, já que afirma ser essencial a visualização nos problemas geométricos. Sendo assim, o autor disponibilizou um material didático com um enfoque tecnológico para tornar mais prazeroso o ensino e a aprendizagem dessa área do conhecimento matemático.

Pontes (2013) citou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para ressaltar a importância de utilizar vídeos, ritmos, cores e fatores estéticos de forma atrativa e dinâmica para captar o interesse de quem observa. A motivação do autor foi a mesma citada por Silva (2013) e Carvalho Júnior (2013) que se deu pelo fato de jovens se familiarizarem com as tecnologias desde muito cedo e por existirem poucos trabalhos que utilizem o recurso áudio visual com comentários e animações.

Na pesquisa quinze questões de 'nível 1' da OBMEP, dos anos de 2005 a 2011 foram expostas, comentadas e resolvidas detalhadamente com os desenhos referentes aos problemas. O autor também utilizou em seu trabalho o software

Microsoft PowerPoint para a produção dos Slides e o Camtasia para a gravação dos vídeos.

Os problemas apresentados por Pontes (2013) foram desenvolvidos de forma detalhada e o material produzido é bem interessante, mas não há uma fundamentação teórica e um percurso metodológico que subsidie a pesquisa.

As três dissertações fazem parte do mesmo material multimídia e pôde-se perceber que cada um dos autores, Augusto Lacerda Lopes de Carvalho Júnior, Mário Henrique da Silva e Ronildo Lopes Pontes, apresentou 15 questões da OBMEP na área de Geometria com as resoluções comentadas e os desenhos que possibilitaram a melhor visualização e entendimento dos problemas. Nenhum dos três trabalhos apresentou fundamentação teórica e metodologia de pesquisa para subsidiar a análise dos dados apresentados.

Cada um dos autores apresentou suas próprias referências, escolheu uma determinada fase e nível de prova da OBMEP para abordar a própria maneira de resolver as questões. Os três trabalhos apresentaram pouco aporte teórico e metodológico da pesquisa e ambos se caracterizam em propostas de ensino, as quais não foram aplicadas em sala de aula.

4.6.8 O estudo de Simetrias com Frisos e questões da OBMEP.

A pesquisa de Nardelli (2015) com título “O estudo de Simetrias com Frisos e questões da OBMEP” trouxe, inicialmente, a trajetória do autor desde a faculdade de Licenciatura em Matemática, contando que se interessou por essa área ainda no Ensino Fundamental e que sempre ajudava os colegas, descobrindo então o prazer pelo ensinar. O autor conta episódios de sua experiência lecionando Matemática, a qual foi direcionada na maior parte dos anos para o Ensino Fundamental II, podendo perceber as dificuldades que se repetiam ao longo dos anos, principalmente em Geometria. Por isso, ao ingressar no mestrado, resolveu desenvolver um trabalho diferente voltado às turmas de nono ano, focando no estudo de simetrias, tema que o autor relatou ter notado bastante dúvidas por parte dos alunos.

A motivação de Nardelli (2015) foi ter percebido, em seus anos na docência, a falta de interesse dos estudantes, principalmente quando se estuda geometria e, por isso, desejou encontrar uma forma de melhorar a aprendizagem

de seus alunos e de, possivelmente, contribuir com muitos outros estudantes. Nardelli (2015) escolheu utilizar questões que tratavam das transformações geométricas isométricas, percebendo uma aplicabilidade em frisos. O autor explicou que o trabalho possui a seguinte pergunta diretriz: “Será que, ao desenvolver atividades diferenciadas em sala de aula (apoiadas em materiais concretos, desenhos e vídeos), há uma efetiva contribuição na aprendizagem das transformações geométricas associadas às simetrias?” (NARDELLI, 2015, p. 10)

O autor indica que o estudo desse assunto é muito relevante já que pode ser visto em diferentes áreas, como na Física, Química e Arquitetura e afirma que o estudo nessa área remonta há muitos anos, mas na Grécia Antiga esse termo significava proporcionalidade.

Nardelli (2015) discorreu acerca da definição e classificação dos frisos, baseando-se na teoria apresentada por Christiane Rousseau e Yvan Saint-Aubin (2008) e demonstrou o Teorema da Classificação de Grupos de Frisos, o qual mostra que existem apenas sete grupos de frisos. O teorema foi enunciado e, antes de ser demonstrado, foram apresentadas proposições, além das operações de simetria com alguns resultados e definições sobre grupo e transformações.

Foram apresentadas algumas considerações metodológicas e pedagógicas sobre o conceito de simetria, conforme a análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Proposta Curricular do Estado de São Paulo. O autor relatou que o conceito de simetria é introduzido a partir do Ensino Fundamental II, sendo trabalhado em semelhanças de figuras, quantidade de eixos de simetria, movimentos de translação, rotação, reflexão, entre outros, e no Ensino Médio aparece em outras disciplinas, além da Matemática, mas não explicita qual conteúdo deve ser abordado, apenas indica para retomar e aprofundar os conceitos já aprendidos anteriormente.

Nardelli (2015) abordou também a Engenharia Didática de Michèle Artigue, explicando que essa se assemelha ao trabalho de um engenheiro, pois assim como o engenheiro, o pesquisador nem sempre consegue solucionar algumas questões somente com suas teorias. O autor explicou, com base em (Cemin, 2008), que a Engenharia Didática pode ser estudada de duas maneiras diferentes, pois pode ser como uma metodologia de pesquisa pautada em

experiências na sala de aula, ou uma proposta de ensino fundamentada em uma pesquisa realizada a priori.

As quatro fases da Engenharia Didática, análise preliminar; concepção e análise a priori; experimentação e análise a posteriori e validação, foram citadas e brevemente explicadas. Em seguida, foram apresentadas as fases realizadas em sua pesquisa, mostrando, inicialmente, as quatro questões sobre simetria, previamente elaboradas pelo professor, que foram desenvolvidas com os alunos. As questões escolhidas visaram verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre as principais transformações geométricas isométricas: translação, rotação e reflexão. O professor pesquisador deixou que os alunos fizessem as atividades sem intervir e também apresentou slides com figuras abordando o mesmo tema para que os alunos pudessem enxergar como ocorriam os movimentos. Os alunos também receberam algumas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) relacionadas à simetria para que pudessem se familiarizar com o conteúdo frisos que seria exposto em seguida.

Nardelli (2015), antes de passar a atividade com frisos, colocou um vídeo no Youtube para os alunos perceberem a aplicação do tema que seria estudado, observassem os padrões que são seguidos em azulejos e a relação da Matemática com a Arte. Na atividade os alunos tentaram reproduzir os sete tipos de frisos existentes e estudados em sala de aula. Para isso, eles receberam uma figura inicial em formato de triângulo retângulo e no formato de um L e, com base nelas, teriam que fazer a composição de todos os frisos que conseguissem.

O autor faz uma análise dos dados e relata que as atividades foram realizadas com três turmas de nono ano ao longo de sete aulas para cada turma, distribuídas em duas semanas e essas aulas foram divididas para que nas duas primeiras houvesse a atividade de investigação para verificar o que os alunos conheciam do tema, outras duas aulas foram separadas para o desenvolvimento das questões da OBMEP, na quinta aula foi feita a apresentação do vídeo sobre simetria e frisos e as duas últimas aulas foram destinadas à construção dos sete tipos de frisos existentes. Nardelli (2015) retoma o que foi pedido nas questões apresentando alguns recortes das respostas dos alunos, contendo a resposta esperada e os erros cometidos, percebendo que alguns dos erros mais comuns foram em reflexão, rotação, distinção de 90° e 180° , entre outros. O autor também apresentou as nove questões da OBMEP trabalhadas, sendo que dessas, sete

questões eram objetivas e duas questões eram dissertativas. Os alunos resolveram individualmente e tiveram que colocar a maneira que resolveram as questões ou alguma justificativa e esses registros foram expostos no trabalho, além das respostas corretas de cada problema e as dificuldades encontradas. As construções dos alunos para a atividade com frisos também foram mostradas por meio de fotos. Tal atividade foi realizada em grupos de 4 pessoas, mas cada aluno produziu o seu e, segundo o autor, nessa atividade os alunos mostraram grande interesse.

Na conclusão o autor responde à pergunta diretriz feita na introdução utilizando imagens com os depoimentos dos alunos para mostrar que os alunos gostaram bastante da proposta e que as atividades puderam contribuir no aprendizado dos mesmos. No anexo foram apresentadas todas as atividades propostas.

O trabalho de Nardelli (2015) foi bem construído e abordou as fases da Engenharia Didática, em que os alunos resolveram questões diagnósticas sobre o tema, estudaram o assunto através de slides, assistiram a um vídeo para serem motivados no estudo dos frisos e, por fim, resolveram problemas da OBMEP e desenvolveram os sete tipos de padrões de frisos. A última fase se deu pela análise dos dados obtidos por meio de registros e depoimentos dos alunos e a validação da hipótese, em que o autor contou suas experiências e trouxe relatos por meio de imagens, mostrando que foi uma atividade de grandes contribuições no estudo de simetrias, sendo bem aceita pelos alunos e os beneficiando na aprendizagem.

4.6.9 O uso do GeoGebra e resoluções visuais no ensino de Matemática.

A dissertação de mestrado de Santana (2019) iniciou expondo a importância de se trabalhar com tecnologias em sala de aula visto que houve um grande avanço tecnológico ao longo dos anos e os estudantes estão habituados com computadores, tablets e celulares. O autor citou a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual discute que a inserção de tecnologias no ensino traz muitos benefícios, e afirmou a necessidade de que os professores enxerguem as tecnologias como ferramentas que podem contribuir no processo de ensino aprendizagem

Santana (2019) relatou que esteve limitado, ao longo de seus 22 anos como professor, a ensinar geometria através do uso de fórmulas e repetições de conceitos e que, por isso, decidiu fazer uso do software GeoGebra para resolver problemas de uma maneira diferente que possibilitasse o melhor entendimento de assuntos da geometria.

O objetivo do trabalho foi de construir resoluções de problemas geométricos no GeoGebra. Os objetivos específicos foram:

- Mostrar que o rigor na fase de construção dos modelos pode influenciar na solução dos problemas;
- Mostrar como a mudança de parâmetros (movimento de pontos e segmentos) influencia na Resolução Visual do problema;
- Estudar o comportamento de algumas funções;
- Resolver problemas de otimização;
- Fazer uma análise visual da solução do problema;
- Mostrar a resolução algébrica dos problemas. (SANTANA, 2019, p. 14)

O autor chamou de Resolução Visual a forma como escolheu resolver as questões, já que cada passo foi explicado com uma figura. A pesquisa, segundo o autor, é exploratória e, ao observar como os problemas foram escolhidos e abordados, ele considera ser uma pesquisa bibliográfica. Santana (2019) também relata que optou pelo método qualitativo para analisar as particularidades dos problemas propostos.

Foram escolhidos três problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e foi elaborado um protocolo de construção para cada problema, no qual o aluno seria direcionado nos passos a serem tomados e assim a

solução ficasse evidente. O autor, ainda na introdução, apresentou os três problemas, todos contendo quatro questões cada.

No capítulo seguinte o autor disserta sobre os ramos da Educação Matemática presentes em seu trabalho, que foram as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) e a Resolução de Problemas. Ao abordar as TDIC, o autor cita os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) expondo os tópicos em que esse documento aponta as contribuições que o uso das tecnologias pode trazer. O autor também fundamenta com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e com alguns autores que afirmam que, com as TDIC, os alunos podem ser protagonistas na aquisição do conhecimento já que saem do modo mecânico de apenas reproduzir fórmulas. Além disso, foi ressaltado que

cabe aos professores refletirem sobre as práticas em sala de aula, buscando sempre se atualizar para inserir essas ferramentas no ensino. A esse respeito, o próprio autor relatou ter percebido essa necessidade de mudanças, pois em seus mais de vinte anos como docente, costumava utilizar apenas métodos tradicionais de ensino.

Santana (2019) afirmou que o aluno, ao manipular objetos e visualizar graficamente a mudança de parâmetros no GeoGebra, estará construindo seu próprio conhecimento, como prevê a visão construtivista de Jean Piaget. O autor citou Valente (1991), o qual faz referência ao construtivismo quando diz que “o computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem onde o aluno, interagindo com objetos desse ambiente, tem a chance de construir o seu conhecimento.” (VALENTE, 1991, p.24 apud SANTANA, 2019, p.21)

O autor também dissertou sobre a Resolução de Problemas e citou as quatro fases presentes no livro *A arte de resolver problemas* (1995), de George Polya, que são: compreender o problema; resgatar seus conhecimentos prévios e elaborar um plano de ação; executar o plano de ação e comprovar os resultados. Santana (2019) adiantou que os problemas propostos no trabalho se baseiam na heurística de Polya. Além disso, o autor buscou realizar a resolução visual dos problemas utilizando o software GeoGebra para mostrar a dinâmica da resolução, sem os cálculos algébricos.

O trabalho também contém algumas informações a respeito do GeoGebra e trouxe imagens da tela inicial e da barra de ferramentas do software, além dos principais comandos que seriam utilizados no trabalho.

No capítulo seguinte foram apresentados os três problemas da OBMEP retirados dos anos de 2012, 2016 e 2018, sendo todos do Nível 3 da segunda fase. Os problemas envolveram a variação de área ou de perímetro de figuras planas e foram descritas duas formas de resolvê-los, sendo a primeira a Resolução Visual, que o autor chamou assim por mostrar o passo a passo da construção geométrica no GeoGebra, e a segunda, a resolução algébrica. Para a resolução no GeoGebra foi exposto o passo a passo com a descrição do que ocorre, juntamente com a imagem de como o problema ficaria na tela do software. A resolução algébrica também foi bem detalhada. Depois das duas resoluções, o autor fez um comentário acerca do que pôde perceber nas construções relacionadas a cada um dos problemas.

O autor concluiu que o trabalho possibilitou, além de mostrar uma forma diferente de resolver o problema, a formação de conjecturas e questionamentos pertinentes que não surgiriam se houvesse apenas a resolução algébrica. Os questionamentos que surgiram na realização dos problemas foram colocados na conclusão, mas sem as respostas.

Santana (2019) também relatou que participou do 14^o Curso de GeoGebra e que pôde aprender bastante sobre as funcionalidades do software e sobre a resolução de problemas, repensando suas aulas, que antes utilizavam apenas quadro e giz como principais ferramentas e que agora já pensa em abordar de outra maneira. O autor também relatou que deseja desenvolver um projeto com alunos do Ensino Médio, utilizando o GeoGebra para a resolução de problemas matemáticos.

A dissertação de Santana (2019), mesmo não tendo sido aplicada, atingiu seu objetivo e mostrou como abordar as questões da OBMEP de uma forma diferente. O trabalho conteve a abordagem teórica de temas muito importantes da Educação Matemática e trouxe resoluções bem explicadas que podem ser facilmente reproduzidas já que contêm o passo a passo.

4.6.10 Análise de erros na resolução de questões da OBMEP: uma proposta de utilização do GeoGebra como recurso didático.

A dissertação de mestrado de Vendruscolo (2019) expôs, inicialmente, a motivação para a realização do trabalho que foi ter percebido, em seus anos na docência, as dificuldades dos alunos na disciplina de Matemática, principalmente quando estudam Geometria. Além disso, a autora relatou haver grande desinteresse dos alunos quanto à participação na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Sendo assim, a autora buscou desenvolver uma proposta didática que pudesse contribuir para a aprendizagem de geometria, em específico, perímetro e área, utilizando também as provas da OBMEP.

A autora afirmou que o baixo rendimento dos alunos em Matemática poderia mudar se o ensino dessa disciplina não fosse tão abstrato, muitas vezes preso ao uso de fórmulas. Outro ponto que a autora considerou importante é a forma como os erros são vistos, sendo comum as atividades serem avaliadas

como certas ou erradas, sem a preocupação de investigar o porquê desses resultados. Com relação aos erros a autora explica, segundo (Cury, 2006), que existem três tipos de avaliação, a diagnóstica, a formativa e a somativa.

Vendruscolo (2019) ressaltou a importância da inserção das tecnologias no ensino visto que essas estão cada vez mais presentes na vida dos alunos e podem ser aliadas no ensino, uma vez que enriquecem as aulas e as tornam interessantes aos alunos. A autora citou como exemplo o software GeoGebra, expondo que o mesmo reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo, tabelas, gráficos, probabilidade e estatística.

A autora comentou que a pesquisa buscou responder à seguinte questão: “Quais as contribuições da análise de erros e do GeoGebra para a apropriação/diferenciação das grandezas perímetro e área?” (VENDRUSCOLO, 2019. p. 11)

Com base nessa questão norteadora, a autora afirmou que o objetivo da pesquisa foi analisar as resoluções de algumas questões da OBMEP e, após analisar os erros cometidos, propor estratégias de resolução com o auxílio do GeoGebra. Sendo assim, os objetivos específicos citados por Vendruscolo (2019) foram:

- Analisar as estratégias de resolução de algumas questões da OBMEP adaptadas que envolvem as grandezas perímetro e área, de alunos do Ensino Fundamental;
- Analisar os erros cometidos pelos alunos nas resoluções, classificando-os;
- A partir da análise de erros, propor estratégias de resolução de questões da OBMEP adaptadas com o auxílio do GeoGebra e verificar se a visualização propiciada contribui para a compreensão dos conceitos envolvidos;
- Verificar se as estratégias propostas neste trabalho contribuem para que os alunos percebam a diferenciação das grandezas perímetro e área. (VENDRUSCOLO, 2019. p. 12)

No referencial teórico, a autora, inicialmente, buscou identificar a existência de pesquisas relacionadas ao tema perímetro e área. Para isso, fez uma pesquisa no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e encontrou vinte e duas dissertações e duas teses sobre o assunto e, assim, decidiu buscar entre essas as que trabalhavam a análise de erros e/ou o GeoGebra, encontrando então cinco dissertações de mestrado, as quais a autora expôs em um quadro e depois descreveu um resumo de cada uma delas. Após apresentar como foi cada uma das cinco pesquisas, a

autora concluiu que pôde perceber a mudança que ocorre no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de geometria com a utilização da análise de erros e/ou a inserção do GeoGebra e indica que seu trabalho visa contribuir no processo de compreensão das grandezas perímetro e área a partir da identificação dos erros seguido da inserção do GeoGebra nas aulas.

A autora discorreu também sobre a importância do ensino de Geometria no Ensino Fundamental, já que favorece o desenvolvimento de habilidades visuais, do raciocínio geométrico e da argumentação lógica, facilitando então a futura compreensão de conteúdos que serão vistos no Ensino Médio, como trigonometria, geometria espacial e analítica, entre outros.

Vendruscolo (2019) afirmou que o desenvolvimento do pensamento geométrico está diretamente relacionado com a visualização do espaço e suas formas e um dos autores que citou foi Leivas (2009), que diz que visualizar é “um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos”. (LEIVAS, 2009, p. 22)

A autora ressaltou, segundo Lorenzato (1995) que é importante que os professores utilizem metodologias alternativas ao ensinar para que os alunos tenham mais interesse em aprender geometria e não fiquem presos em definições e fórmulas prontas.

Com base no tema escolhido, área e perímetro, a autora comentou que é comum haver a confusão entre esses conceitos por parte dos alunos e explicou que isso pode estar atrelado ao fato de que os conteúdos são trabalhados apenas com a utilização de fórmulas, fazendo com que os alunos não entendam o real significado. Foram descritas algumas orientações dos PCN (1998) e da BNCC (2017), quanto às grandezas perímetro e área. Também foi colocado um quadro contendo os objetos de conhecimento e respectivas habilidades relacionados à unidade temática Grandezas e Medidas, associadas as grandezas perímetro e área.

Outro assunto que a dissertação abordou foi a análise de erros, o que muitas vezes é visto como algo negativo por parte dos professores, os quais apenas classificam como certo ou errado, aprovado ou reprovado e não percebem que os erros podem ser aliados na descoberta de como ocorreu a

aquisição do conhecimento e quais falhas houveram nesse processo, possibilitando desenvolver novas estratégias de ensino baseadas nas dificuldades dos alunos.

A autora citou que existem algumas pesquisas como De La Torre (2007) e Radatz (1979) nas quais os erros foram classificados e dissertou que em seu trabalho ocorreria a análise dos erros conforme a classificação de erros de processamento de informações, proposta por Radatz (1979), o qual classifica os erros em:

- Erros devido a linguagem (E1): relacionados à interpretação do problema e coleta de dados a partir do texto;
- Erros devido a informações espaciais (E2): relacionados à interpretação do problema e coleta de dados a partir de figuras;
- Erros devido a pré-requisitos (E3): relacionados a falta de conhecimentos prévios, como habilidades, fatos e conceitos;
- Erros devido a rigidez de pensamento (E4): relacionados à insistência do aluno em permanecer no mesmo erro, fazendo associações incorretas; e
- Erros devido a estratégias irrelevantes (E5): relacionados ao aluno utilizar estratégias ou aplicações de regras inadequadas na resolução. (RADATZ, 1979, p. 165 apud VENDRUSCOLO, 2019, p. 27)

Em outra seção a autora abordou as Tecnologias de Informação e Comunicação, ressaltando que o uso desses recursos é indicado nos PCN e na BNCC e que podem possibilitar que o professor enriqueça o processo de ensinar e obtenha mais interesse por parte dos alunos. Vendruscolo (2019) citou diversos autores para fundamentar a importância da inserção de tecnologias no ensino e dissertou que é necessário que os professores dominem o conteúdo e que é normal que alguns professores enfrentem dificuldades ao sair do modelo tradicional de ensino para inserir um novo instrumento em sala de aula.

A autora dissertou também sobre a OBMEP, os objetivos da olimpíada e como é organizada. A pesquisa, segundo ela, foi de caráter exploratório e assumiu a forma de um estudo de caso, pois envolve um tema e um grupo bem definidos. Além disso, a autora classificou como qualitativa a abordagem dos problemas.

A pesquisa foi desenvolvida com alunos do 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental, da Escola Estadual de Educação Básica João XXIII, situada na cidade de São João do Polêsine, RS. A pesquisa foi realizada no contra turno dessas turmas, com duração média de três horas cada encontro.

A autora apresentou as questões fazendo uma análise a priori com as resoluções esperadas. Ela percebeu que as questões abordavam mais o conteúdo áreas então precisou adaptá-las para que tratassem também de perímetros. A aplicação foi dividida em duas etapas sendo que na primeira etapa, três questões da OBMEP foram resolvidas sem utilização do software GeoGebra e na segunda, com a utilização do mesmo.

As questões visaram analisar o conhecimento prévio dos alunos com relação aos assuntos perímetro e área. As mesmas foram descritas juntamente com as resoluções esperadas. A segunda etapa também contemplou três questões de geometria adaptadas da OBMEP, mas dessa vez, foram colocadas as soluções algébricas esperadas e também alguns comentários e imagens a respeito das construções no GeoGebra, as quais não foram colocadas na íntegra, mas foi descrito que essas construções foram disponibilizadas no repositório do GeoGebra Tube5 em um e-book intitulado “OBMEP: Perímetro e Área”.

Houve a aplicação de um questionário inicial que teve como objetivo conhecer o grupo de alunos participantes e, após a aplicação da proposta, um questionário final objetivando coletar as percepções dos alunos quanto ao desenvolvimento da pesquisa. A autora relatou que na primeira vez que aplicou a pesquisa não obteve os dados necessários para a análise dos erros, visto que a maioria dos alunos não desenvolveu seus cálculos ou apenas colocou respostas sem sentido. Por isso a pesquisadora decidiu reaplicar as mesmas atividades em outra aula, fazendo inicialmente uma prática com os alunos para que eles lembrassem como obter a área e o perímetro através de medições da sala de aula. A autora apresentou fotos da aplicação e relatou que a segunda tentativa foi mais proveitosa e houveram menos dificuldades por terem lembrado os conceitos previamente.

Com relação aos questionários, a autora pôde perceber que a maioria dos alunos não gostava muito de Matemática e que possuíam dificuldades em distinguir perímetro e área. Ao analisar as questões, a autora descreveu quais foram os erros cometidos conforme a classificação de Radatz (1979) e quantos dos alunos cometeram tais equívocos, concluindo que os erros mais frequentes estavam relacionados à dificuldade em obter informações espaciais, ou seja, de visualizar, explorar uma figura e conseguir interpretá-la. Também observou que havia pouco domínio de pré-requisitos em relação às grandezas perímetro e área

e que eles possuíam dificuldades de interpretação e raciocínio em questões mais elaboradas. Com as respostas dos alunos, pôde-se perceber o uso do GeoGebra tornou as atividades mais atrativas aos alunos e que contribui na compreensão das grandezas estudadas. No apêndice foram colocados os termos de consentimento de participação na pesquisa e os questionários que os alunos responderam.

A dissertação possui seus objetivos definidos e sua fundamentação teórica baseada em diversos autores já que em todos os assuntos abordados houve citações para fundamentar o que estava sendo exposto, além de fazer bastante referência à BNCC e aos PCN. A abordagem da análise dos erros foi bem interessante, visto que os alunos também tiveram a oportunidade de dar sua opinião com relação ao trabalho.

4.6.11 Análise e classificação de erros de questões de geometria plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

A dissertação de mestrado de Cordeiro (2009) buscou interpretar os erros mais frequentes cometidos pelos alunos nas questões de geometria plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). O autor relatou que, desde 2003 quando ingressou na docência, pôde perceber a falta do ensino de Geometria nas aulas de Matemática e a dificuldade que os alunos têm com esse conteúdo. A metodologia utilizada foi a análise e classificação de erros.

O autor dissertou que, assim como Cury (2007), considera que a análise dos erros pode ser considerada também uma metodologia de ensino se for utilizada em sala de aula, visto que permite ao aluno construir suas respostas, verificar seus erros e diagnosticar suas dificuldades. Cordeiro (2009) defendeu que o professor tem papel fundamental na aprendizagem do aluno, devendo atuar como mediador, formando alunos que saibam intervir de forma criativa e crítica nos problemas de seu cotidiano. Para isso é necessário que o modelo mecânico de ensino mude, que o professor contextualize suas aulas e assim faça com que o aluno modique a visão inalcançável que se tem da Matemática, que o aluno aprenda a pensar e não apenas repetir fórmulas. O autor também considerou que é preciso que o professor entenda as diferenças individuais e valorize as diferentes estratégias empregadas, sabendo ouvir seus alunos, pois assim vai

entender como os alunos utilizam seus conhecimentos matemáticos construídos tanto na sala de aula como fora dela.

Cordeiro (2009) abordou também a resolução de problemas e, definiu, segundo Dante (2005), que problema é qualquer situação que seja necessário pensar para encontrar a solução. O autor explicou que

o trabalho com a Resolução de Problemas favorece a possibilidade de mobilização de conhecimentos prévios; a elaboração de estratégias de resolução; leva ao desenvolvimento da compreensão de alguns conceitos; favorece a aplicação e a revisão de processos que já foram aprendidos ou apresentados; possibilita a comparação de resultados e propiciam uma análise mais profunda das respostas, ou seja, sua existência e adequação. (CORDEIRO, 2009, p. 18)

O autor relatou, segundo Butts (1997), que os problemas podem ser divididos em exercícios de reconhecimento, exercícios algorítmicos, problemas de aplicação, problemas em aberto e situações-problema. Para ele, cabe ao professor entender que cada tipo de problema propicia certo grau de desenvolvimento no aluno e que é importante dar atenção a todos os tipos de problema. Além disso, o autor considerou que a resolução de problemas é uma metodologia eficaz para a análise e classificação dos erros, pois possibilita que se verifique não só o produto do aluno, mas o processo desenvolvido por ele e este seja valorizado.

O autor também tratou da Geometria, trazendo um breve retrospecto de como essa área surgiu, citando o livro *Os Elementos*, de Euclides (300 a.C.). Em seguida, o autor abordou a problemática do baixo desempenho dos alunos em Matemática, principalmente nos conteúdos de geometria e discorreu que um dos motivos para isso é o fato de que essa área do conhecimento foi sendo esquecida pela escola e pelos professores, os quais, muitas vezes, ensinam muito rapidamente esse assunto ou não encontram tempo para abordá-lo. Ele defendeu também que é muito importante que os conceitos sejam ensinados e que, segundo Viana (2000), fazem parte do conhecimento de qualquer área os três tipos de conteúdo: conceitos, habilidades e atitudes. O autor também descreveu as habilidades geométricas que deveriam ser desenvolvidas nas escolas desde muito cedo, que são: visual, verbal, gráfica (desenho), lógica e de aplicação.

Cordeiro (2009) optou estudar o erro por acreditar que o mesmo pode ser uma ferramenta importante para analisar os problemas sobre geometria e gerar propostas voltadas para minimizar esses erros em problemas que envolvam a

geometria plana. O autor comentou que esse assunto vem sendo alvo de estudos e que o erro tem perdido sua visão de apontamento do fracasso ou incapacidade do aluno, passando a ser visto como uma forma de verificar o desenvolvimento do aluno e citou alguns autores a respeito desse assunto.

O autor explicou que utilizou a OBMEP para verificar os erros cometidos pelos alunos, podendo ser interpretada como uma forma de avaliação, pois “a avaliação, assim entendida, dá ao erro uma nova dimensão: passa a ser interpretado como um caminho para buscar o acerto e, ao analisá-lo, o professor pode elaborar estratégias que auxiliem o aluno a refazer o caminho para encontrar a resposta correta”. (CORDEIRO, 2009, p. 31)

A análise, segundo Cordeiro (2009), foi centrada em questões discursivas de forma a buscar subsídios para identificar quais conhecimentos os alunos já detinham em geometria plana. A maneira como os dados foram coletados baseou-se também nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN).

Segundo o autor, a pesquisa apresenta características de uma investigação de natureza mista já que utiliza métodos qualitativos e quantitativos para a coleta e análise de dados. Foram utilizadas provas discursivas, questionários com perguntas objetivas e discursivas, entrevistas e uma análise estatística dos tipos de erros mais frequentes. O objetivo geral da pesquisa foi analisar as resoluções e tentativas de resoluções de alunos do ensino médio em geometria plana nas questões da OBMEP e os específicos foram:

- compreender de que maneira os alunos lidam com as informações contidas nos enunciados das questões e como as utilizam;
- analisar, classificar e inventariar, os tipos de erros mais frequentes;
- investigar por que alguns alunos às vezes não concluem a resolução de uma questão; e
- compreender os mecanismos de cálculos feitos pelos alunos e a linha de raciocínio seguida por eles para chegar a um resultado sem realizar o cálculo. (CORDEIRO, 2009, p. 38)

O autor trouxe algumas informações a respeito da OBMEP como seu histórico, como se organiza, seus objetivos e suas premiações. A pesquisa foi realizada em uma Escola Estadual do município de Nova Iguaçu, RJ, que funciona em três turnos: Ensino Médio de manhã e à noite e Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) à tarde.

No estudo, foram selecionados vinte e oito alunos do Ensino Médio. Destes, vinte e cinco haviam sido classificados para segunda fase da OBMEP do

ano de 2008 por estarem dentro dos cinco por cento com melhor pontuação na primeira fase, conforme regulamento da OBMEP. Os outros três alunos, não se classificaram para a segunda fase, mas foram convidados a participar da pesquisa por serem considerados pelos respectivos professores de Matemática os melhores alunos de três turmas. Desses vinte e oito alunos participantes da pesquisa, dez desistiram na primeira fase os dezoito alunos restantes, foram identificados por números de modo a não terem seus nomes divulgados. Todos os participantes da pesquisa foram convidados a resolver vinte e oito questões de geometria plana que foram aplicadas de forma objetiva. A quantidade de questões de cada ano foi a seguinte: nove questões do ano de 2005, seis de 2006, sete de 2007 e seis de 2008. As referidas questões sofreram modificações, pois as questões objetivas foram aplicadas de maneira discursiva, ou seja, não foram oferecidas as alternativas do formato múltipla escolha. Depois de modificadas, foram aplicadas em quatro provas separadas por cada ano da OBMEP. Cada prova continha um questionário anexo com perguntas objetivas e, por meio das respostas, buscou-se entender os motivos que levaram os alunos a não responderem ou resolverem as questões. O questionário visava verificar se os alunos entenderam o enunciado e desenhos e se os assuntos teriam ou não sido abordados nas aulas de Matemática. Além disso, as perguntas também apresentavam espaço aberto para comentários dos alunos sobre cada questão.

Na primeira prova, dez alunos, já classificados para a segunda fase da OBMEP, alegaram não saber resolver nenhuma das questões por passaram a ser discursivas. Segundo o autor, estes mesmos alunos levaram apenas cinco minutos para ler, tentar resolver e entregar a prova, mostrando total desinteresse dos mesmos com o trabalho. Quando indagados sobre o motivo do desinteresse, responderam que 'chutaram todas as questões da prova da primeira fase' por isso foram aprovados para a segunda fase da OBMEP e agora, diante das questões discursivas, não faziam a menor ideia de como resolvê-las. Esses dez alunos desistiram de participar da pesquisa, pois alegaram não ter condições nenhuma de resolver as questões. Restaram então dezoito alunos que resolveriam as três provas seguintes. Após a realização das quatro provas com as questões selecionadas, foi feita uma análise das resoluções para que pudessem ser detectadas quais questões precisariam de entrevistas com os alunos. Ao realizar

as entrevistas individuais com os participantes desta pesquisa pretendia entender melhor e de forma generalizada o tipo de raciocínio utilizado por cada participante no processo de resolução das questões.

Segundo ele, as entrevistas foram essenciais para demonstrar o caminho percorrido por cada aluno. Das vinte e oito questões, nove foram selecionadas para uma análise mais profunda. O critério utilizado para seleção foi a quantidade de questões resolvidas consideradas corretas ou não, ou seja, foram selecionadas as questões em que mais de nove alunos tentaram resolver ou mostraram o caminho das resoluções através dos questionários.

Foi utilizada a seguinte classificação dos erros, creditada a Radatz (1979):

- erros devido a dificuldades na linguagem: são apresentados na utilização de conceitos, vocabulário e símbolos matemáticos, e ao efetuar a passagem da linguagem corrente para linguagem matemática.
- erros devido a dificuldades para obter informação espacial (dificuldades obter informação a partir de representações gráficas): aparecem na representação espacial de uma situação matemática ou um problema geométrico.
- erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios (deficiência de pré-requisitos): são os cometidos por deficiências na manipulação de algoritmos, fatos básicos, procedimentos, símbolos e conceitos matemáticos.
- erros devido a associações incorretas ou a rigidez de raciocínio: são causados pela falta de flexibilidade no pensamento para adaptar-se a novas situações; compreendem os erros por persistência, erros de associação, de interferência e de assimilação.
- erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes: são produzidas por aplicação de regras ou estratégias semelhantes em diferentes conteúdos. (CORDEIRO, 2009, p. 49 apud Radatz, 1979, p. 165-169)

A resolução dos alunos não foi colocada no corpo da dissertação, se encontrando apenas nos anexos, nos quais também se encontram os registros das respostas dos alunos. O autor separou as análises por questões e, para cada uma delas, citou o tipo de erro segundo às classes de Radatz e qual aluno cometeu, explicando como o aluno pensou e o que equívoco cometeu.

A maior quantidade de erros analisados recaiu sobre a dificuldade de linguagem e o autor concluiu que facilitaria na melhoria dessa deficiência se o professor propusesse uma maior utilização em sala de aula de problemas de aplicação em que possam identificar e utilizar uma linguagem mais matemática.

O autor concluiu que o professor deveria aprender a identificar os diferentes tipos de erros cometidos pelos alunos, sabendo distinguir qual a

natureza dos erros, bem como as ações que precisa realizar para minimizar as deficiências no aprendizado e para aperfeiçoamento de suas práticas.

O trabalho de Cordeiro (2009) apresentou os objetivos, a metodologia utilizada e fez uma análise dos erros segundo Radatz (1979), mostrando a importância de o professor identificar os erros e buscar solucioná-los.

4.6.12 Análise de Erros: Reflexões sobre o ensino de Geometria no Município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP.

A dissertação de mestrado de Amarante (2019) iniciou com a problemática do baixo desempenho dos estudantes em Matemática citando que no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) o Brasil ficou na 66ª posição de 70 países participantes em 2015, revelando que mais de 70% dos estudantes brasileiros estão abaixo do nível básico nessa disciplina. Diante disso, o autor ressaltou a necessidade de buscar mudanças no ensino, identificando os problemas e estabelecendo estratégias de melhoria. O trabalho visou auxiliar as práticas dos professores de Óbidos/PA no ensino de Geometria, através da análise de erros. A principal referência que o autor utilizou ao tratar dos erros foi Cury (2007).

O objetivo geral do trabalho foi, pela perspectiva da análise de erros, analisar e classificar os erros dos alunos em questões de Geometria. Os objetivos específicos foram:

- Identificar as habilidades e competências apresentadas nas questões segundo os PCNs;
- Analisar as respostas produzidas pelos estudantes; identificar os erros cometidos pelos alunos e classificá-los segundo as classes criadas por Radatz (1979);
- Entender a respeito das avaliações educacionais e de que forma as mesmas são usadas pelos governos nas políticas públicas. (AMARANTE, 2019, p.18)

Foram analisados os erros em geometria de 52 alunos de duas turmas do 3º ano do Ensino Médio de escolas estaduais. A classificação dos erros seguiu as cinco classes de erros desenvolvidas por Radatz (1979). A coleta e classificação dos resultados foi feita pelo método da Análise de Conteúdo, em que o investigador busca desvendar algo desconhecido.

O autor dissertou, segundo Bardin (2016), que na análise de conteúdo três etapas devem ser seguidas: pré-análise, em que se organizam as ideias, traça-se

o caminho a ser percorrido através do estabelecimento de um plano; exploração do material, em que ocorre um estudo aprofundado de todo o material e, por último, o tratamento dos resultados, permitindo responder as questões iniciais levantadas e elaborar estratégias de ensino.

Amarante (2019) enfatizou que os erros podem servir como ferramenta para aprendizagem e que cabe ao professor mediar o processo, analisando com atenção os erros cometidos e buscando implementar novas metodologias. Amarante (2019) citou as percepções de alguns autores sobre os erros que, no geral, explicam que o erro é visto pelos professores como algo negativo, mas que deveriam perceber que os erros podem servir como ferramentas pedagógicas para compreender como está o aprendizado dos alunos e melhorar suas práticas como docentes.

O autor também dissertou sobre avaliação, afirmando que o professor deve ter consciência de que elas servem para diagnosticar os pontos onde precisa melhorar, não devendo ser usada como forma de punir o aluno. A avaliação externa, segundo ele, difere das avaliações internas, pois na interna os professores buscam avaliar a construção do conhecimento adquirido pelo aluno em cada etapa e as externas visam avaliar o resultado da aprendizagem como um todo além de resultar, dependendo do resultado, em interferências do governo. O autor dissertou sobre algumas dessas avaliações externas, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que tem como objetivo avaliar a educação básica brasileira, buscando melhorias em sua qualidade; a Provinha Brasil, que monitora o desenvolvimento da alfabetização e das habilidades em Matemática de alunos do 2º ano do Ensino Fundamental; o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) que reúne os resultados das avaliações em larga escala, permitindo que o governo trace metas para melhorar o ensino; o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA), que avalia os saberes dos estudantes que não concluíram a educação básica na idade adequada; o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que avalia o desempenho escolar dos alunos no final do Ensino Médio, e o Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (Enade), que avalia o rendimento dos concluintes do Ensino Superior.

O autor discorreu sobre como é o funcionamento e a premiação na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), além de expor seus objetivos e mostrar tabelas com o número de participantes na primeira e segunda fase da olimpíada no ano de 2017. Amarante (2019) citou alguns autores para defender que a OBMEP serve de estímulo para o estudo da Matemática, visto que apresenta problemas desafiadores diferentes do que são vistos em sala de aula. Também foi citado que alunos que participaram todos os anos da olimpíada apresentaram melhora na média da Prova Brasil e que houve uma melhora de 52 pontos no PISA entre os anos de 2000 a 2009 e o Ministério da Educação atribuiu parte dessa melhora à OBMEP.

Para ele, cabe ao professor, incentivar que os estudantes participem da OBMEP propondo questões das provas em sala de aula. Segundo ele, a OBMEP pode ser considerada uma avaliação em larga escala, já que tem o objetivo de melhorar a qualidade do ensino de Matemática, porém possui suas características particulares.

A pesquisa, segundo o autor, é considerada aplicada, segundo à natureza; é quantitativa e qualitativa, segundo à forma como foram abordados os problemas e, quanto aos procedimentos técnicos, é uma pesquisa bibliográfica.

A análise dos erros se baseou nos critérios de Radatz (1979): erros devido a dificuldades de linguagem, erros devido a dificuldades em obter informação visual ou espacial, erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos, erros devido a associações incorretas ou inflexibilidade de raciocínio e erros devido à aplicação de regras ou estratégias desnecessárias. O autor explicou que a pesquisa foi aplicada em duas escolas e relatou como foi a aplicação durante as aulas, sendo muito parecida a aplicação nas duas escolas, pois revisou os conteúdos de Geometria Plana, Espacial e funções já estudados no Ensino Médio, mas, mesmo com a revisão, os alunos possuíam dificuldades em utilizar os conceitos, sendo preciso intervir para auxiliá-los nas questões. O autor relatou que as aulas foram voltadas à revisão de conteúdos e que aplicou listas de exercícios sobre os temas para que fixassem os conceitos revisados. No quarto e último dia de aplicação foi pedido que a turma resolvesse duas questões da OBMEP sobre Geometria. Cada aluno fez essa avaliação individualmente e com duração de uma hora para que resolvessem essas questões.

Para o desenvolvimento da pesquisa, primeiramente foi feita a pré-análise do material dividindo-o em duas partes, as provas da questão 3 e as da questão 5. Em seguida, foi feito um levantamento sobre as respostas encontradas, classificando-as em: Itens em Branco, Itens Corretos e Itens Errados. A partir dessa pré-análise começou a exploração do material para obtenção dos resultados. O corpus da pesquisa, sobre o qual se exploraria o material, foram as respostas consideradas erradas às questões 3 e 5 que foram retiradas da OBMEP. O autor apresentou o material usado para a coleta dos dados da pesquisa, que foi composto de duas questões de Geometria de uma prova da OBMEP, sendo essa avaliação correspondente à segunda fase (Nível 3), da 13ª edição, que ocorreu no dia 16 de setembro de 2017. Para a produção dos dados dessa pesquisa foram analisadas quantitativamente 52 provas, ou seja, 104 questões. O autor apresentou uma tabela mostrando quantas questões ficaram em branco, quantas estavam corretas e quantas erradas e percebeu que o índice de acertos foi abaixo de 10%.

Também foi apresentado o estudo qualitativo e quantitativo de cada questão individualmente. Foram mostradas as resoluções das questões, apresentadas pela banca de correção da OBMEP juntamente com as habilidades e competências sugeridas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.

Buscando analisar e classificar os erros encontrados nas questões, o autor, a partir da análise das respostas dos alunos, identificou 16 categorias de erro para o primeiro problema e 18 para o segundo e as relacionou com as cinco classes de Radatz. O autor percebeu que erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos foi a classe de erros que mais ocorreu em uma das questões.

A partir dos resultados obtidos com a análise dos erros apresentados pelos alunos nas duas questões de Geometria da OBMEP, pôde-se perceber que ainda há muito a ser feito para se alcançar um resultado significativo na melhoria do ensino de Matemática nessas escolas de ensino médio do município de Óbidos-PA. Esse trabalho buscou contribuir com os professores de Matemática dessas escolas para que os mesmos pudessem ter mais um auxílio em suas práticas docentes.

Ao se fazer a análise do corpus da pesquisa revela-se que, entre as cinco classes de erros propostas por Radatz (1979), a classe de erro que mais foi verificada nos itens analisados foi a classe C3 (Erros devido a um domínio deficiente de pré-requisitos básicos), a qual está relacionada com a falta de domínio dos conceitos matemáticos básicos. Notaram-se em muitas respostas que os alunos não conseguiram resolver corretamente as operações de divisão, multiplicação e até subtrações. Perceberam-se também erros ligados a conceitos de potenciação e radiciação. Houve bastantes erros ligados a procedimentos algébricos incorretos na resolução de equações matemáticas, como por exemplo, somas incorretas de monômios. Outra classe de erro que se destacou na análise das produções escritas dos alunos foi a classe C1 (Erros devido a dificuldades de linguagem), relacionada com a má interpretação de conceitos, símbolos e vocabulários presentes em questões de Matemática.

A dissertação alcançou seus objetivos de fazer uma análise dos erros dos alunos em Geometria nas questões da OBMEP. O trabalho também expôs a metodologia utilizada e o embasamento teórico e mostrou quais são os principais erros dos alunos, segundo os critérios de Radatz (1979).

4.6.13 Matemática Dinâmica na Resolução de questões da OBMEP.

A dissertação de mestrado de Pereira (2017) consistiu na resolução de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) com construções feitas no Software GeoGebra. A autora relatou que foi desenvolvida uma sequência didática visando a resolução de problemas de Geometria e de Contagem de forma dinâmica, com o GeoGebra. A questão norteadora da pesquisa foi: “quais são as contribuições do uso de software de Matemática Dinâmica para a compreensão e solução de geometria e de contagem da OBMEP?” (PEREIRA, 2017, p. 12)

Os objetivos da autora foram elaborar uma sequência didática que utilize a Matemática dinâmica como recurso para a visualização e resolução de questões da OBMEP, aplicar a sequência didática, analisar a produção dos alunos e analisar como o GeoGebra contribuiu para a compreensão de estruturas geométricas.

A motivação da autora foi sempre ter percebido o ensino de geometria com imagens estáticas e por ter notado a necessidade de buscar novos recursos para o ensino de Matemática. As questões da OBMEP foram escolhidas por serem desafiadoras, bem elaboradas e separadas por níveis de dificuldade.

A fundamentação teórica da autora abordou o uso da tecnologia em sala de aula, a geometria dinâmica, e a geometria e contagem e para todos esses temas a autora citou alguns autores. Quanto à tecnologia, a autora ressaltou o quanto está presente em nossas vidas, mas que, na maioria das vezes, são proibidas em sala de aula já que muitos professores desconhecem as funcionalidades dos recursos digitais, que poderiam ser usados como aliados no ensino. Um exemplo de ferramenta digital que pode ser usada no ensino de Matemática e que a autora citou são os softwares de geometria dinâmica, os quais possibilitam o entendimento de propriedades de figuras planas ao movimentá-las. No entanto, segundo a autora, muitas dificuldades são enfrentadas já que as escolas não dispõem de computadores nas salas e a sala de informática nem sempre está disponível. Além disso, muitos alunos não possuem acesso à internet em casa, devendo a escola reduzir a distância que ocorre entre os indivíduos, permitindo que todos se apropriem das tecnologias. Segundo Pereira (2017), cabe aos professores saber usar as tecnologias como estratégia de ensino e, assim, permitam que os alunos aprendam de uma forma mais dinamizada.

A respeito da geometria dinâmica, a autora defende que o uso dessa tecnologia permite que a geometria não seja mais tão estática e desenvolve no aluno sua própria percepção de plano e espaço. Segundo Pereira (2017), ao utilizar um software de geometria dinâmica, o aluno visualiza a representação algébrica e a geométrica, explorando as figuras e desenvolvendo o pensamento geométrico.

As questões foram escolhidas no banco de questões da OBMEP e a autora relatou ter escolhido as questões de geometria que não necessitavam de tanto conhecimento prévio dos alunos. A autora explicou que existem dois conjuntos em geometria, a euclidiana e as geometrias não euclidianas e relatou que, em sua pesquisa, o objeto de estudo foi a geometria euclidiana. Pereira (2017) relatou que grande parte das questões requeriam algum conhecimento de geometria e de probabilidade, mas, como os alunos ainda não tinham aprendido probabilidade,

escolheu-se trabalhar com o método da contagem. Dessa forma, as questões escolhidas foram, segundo ela, desafiadoras e suas resoluções envolviam a contagem utilizando figuras geométricas.

A autora resumiu alguns trabalhos que apresentam algumas semelhanças com sua pesquisa, por trabalhar com questões da OBMEP ou com o software GeoGebra. A pesquisa qualitativa foi a metodologia escolhida para desenvolver a investigação que deu origem à dissertação. A autora explicou, segundo Bogdan e Biklen (1994), que a pesquisa qualitativa possui cinco características: o pesquisador está presente em todos os momentos da pesquisa; a pesquisa é descritiva; o processo é mais importante que os resultados; as abstrações vão sendo construídas

à medida que os dados vão sendo agrupados e o investigador está em busca de compreender as perspectivas em torno do pesquisado. O trabalho ocorreu como um experimento de ensino já que foi uma atividade fora do horário de aula, podendo ser visto como uma atividade extracurricular e visou explorar a aprendizagem dos estudantes, pois utilizou a experimentação como meio para construção do conhecimento matemático.

Foi utilizada a triangulação, pois foi preciso coletar informações por meios diferentes ao longo da pesquisa, tendo utilizado gravações em áudio e vídeo, fotos, diário de campo, na qual descreve os acontecimentos e suas percepções sobre o que foi feito na prática e produções dos alunos. A autora explicou segundo Borba e Araújo (2013) que “a triangulação em uma pesquisa qualitativa consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para obtenção dos dados”. (PEREIRA, 2017, p. 37 apud BORBA e ARAÚJO, 2013, p. 41)

Para a construção da sequência didática, primeiramente foi feita a seleção de questões da OBMEP e, em seguida, foram feitas as construções dinâmicas destas questões no GeoGebra. Essa sequência foi aplicada com um grupo de alunos de 7º e 8º ano de uma escola municipal de Gravataí, RS. Durante a aplicação da pesquisa, foram coletadas conversas de alunos resolvendo as questões, dúvidas que surgiram, resultados propostos por eles, arquivos elaborados, anotações, entre outras formas de registro. A sequência didática em sala de aula foi composta de três etapas:

- 1ª Etapa: No laboratório de informática, os alunos receberam questões selecionadas do banco de questões da OBMEP com as construções prontas no software GeoGebra para auxiliá-los na resolução;
- 2ª Etapa: Os alunos receberam questões, também da OBMEP, que deveriam resolver fazendo uso do GeoGebra e elaborando uma construção convincente para sua resposta, que tornasse possível explicá-la a outros alunos;
- 3ª Etapa: Os alunos deveriam apresentar as soluções encontradas e como o desenvolvimento das questões no software GeoGebra os auxiliou e ajudaria outros alunos a resolverem as mesmas. (PEREIRA, 2017, p. 42)

Pereira (2017) elaborou um cronograma inicial para planejamento das aulas, que conteve as datas, a quantidade de aulas e as atividades que seriam realizadas. A autora relatou as características da escola e dos sete alunos participantes, tendo sido nomeados pelas letras iniciais de seus nomes para manter o anonimato dos mesmos.

Foram descritas as aulas, sendo que na primeira a autora deixou as construções iniciais de cada questão prontas no software para que os alunos explorassem e resolvessem as quatro questões. Foi relatado o desenvolvimento das questões, as dificuldades que os alunos encontraram e algumas imagens com os registros. Na segunda aula os alunos puderam aprender melhor sobre as ferramentas no GeoGebra, manipulando-as e fazendo suas próprias construções como retas paralelas, quadriláteros, circunferências, entre outros. Na terceira aula os alunos continuaram conhecendo as ferramentas e fizeram as construções de mais algumas questões da OBMEP no software. Na quarta aula deram continuidade à aula anterior, pois as questões pendentes deveriam ser resolvidas. Na quinta aula os alunos usaram o que aprenderam para criar construções no GeoGebra. Na sexta aula houve uma conversa sobre o software e as questões realizadas ao longo das aulas, a fim de conhecer as percepções dos alunos. Nesse primeiro momento de análise observou-se que os alunos conseguiram solucionar questões mesmo não

possuindo um amplo conhecimento sobre conceitos matemáticos. Segundo a autora, o GeoGebra mostrou ser um software intuitivo para o uso de alunos que nunca tiveram contato com software de Matemática dinâmica anteriormente, pois desde a primeira aula os alunos conseguiram usar o software sem apresentar dificuldades quanto a sua organização de ferramentas e manipulação de objetos.

No decorrer das aulas a autora relata ter percebido a familiaridade dos alunos com o computador e que foram evoluindo nas construções e mostraram ter

compreendido os conceitos. Em todas as aulas a professora pesquisadora precisou retomar conceitos e explicar alguns assuntos que os alunos não lembravam. Pereira (2017) também concluiu que o software facilitou muito no entendimento dos conceitos e que os alunos ficaram muito motivados na utilização do mesmo. Nos anexos a autora colocou o plano de aula desenvolvido e aplicado em sala de aula como produto didático.

O trabalho de Pereira (2017) apresentou os objetivos, a metodologia escolhida e descreveu toda a experiência da autora em sala de aula, contando como os alunos reagiram à abordagem de questões da OBMEP utilizando o GeoGebra. É um trabalho bem completo e que mostra a importância da inserção de tecnologias nas aulas de Matemática.

4.6.14 GeoGebra como instrumento de mediação no ensino de Geometria: O processo de transformação dos alunos que atuaram na OBMEP.

A dissertação de mestrado de Santos (2018) iniciou discutindo a problemática do baixo rendimento dos alunos e revelou que o trabalho consistiu na investigação através de um produto de pesquisas.

O autor explicou que a proposta do trabalho visou associar o uso de um software matemático e a resolução de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), permitindo que o aluno conseguisse construir, visualizar e interpretar os problemas.

Houve uma explanação a respeito da OBMEP, a qual foi utilizada na pesquisa por possuir questões desafiadoras e intrigantes. Santos (2018) também dissertou sobre a importância da inserção das tecnologias em sala de aula e de desenvolver atividades que saiam da rotina, mas que, para isso, é necessária uma mudança na prática docente para que os professores se preparem para utilizar essas novas metodologias.

O autor discorreu sobre o GeoGebra considerando-o uma ferramenta que colabora muito na construção do conhecimento matemático, pois permite que os usuários realizem o passo a passo, elaborem estratégias e analisem os resultados de forma dinâmica. O autor se baseou na Teoria da Atividade de Leontiev (1981), a qual sugere que a interação entre um sujeito e outro não se dá diretamente, mas através de um processo de mediação, utilizando determinado instrumento, como um livro ou computador. Na investigação foi utilizado o

conceito de Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como fundamentação para elaboração e análises das atividades desenvolvidas. Segundo o autor, a AOE indica uma necessidade, um motivo, os objetivos e propõe ações.

A metodologia adotada na pesquisa foi um estudo de caso que envolveu alunos do ensino básico e, segundo Santos (2018), teve o objetivo de relacionar conhecimentos matemáticos, tecnologias, didática e a prática da atividade em todo o processo de investigação. Quanto à forma de abordagem dos problemas da investigação, a pesquisa foi qualitativa, onde o principal objeto de análise é a aprendizagem dos estudantes. O autor selecionou, no banco de questões da OBMEP, questões de geometria que pudessem ser construídas no GeoGebra.

A sequência foi aplicada a 31 estudantes do 1º ano do Ensino Médio concomitante com Agropecuária do Colégio Técnico de Floriano – CTF. Os estudantes que participaram da pesquisa apresentaram um documento com autorização dos responsáveis. A coleta de dados foi feita durante os encontros formativos com duração de 250 minutos cada e os encontros aconteceram no horário contrário às aulas. Para a realização das atividades práticas foi utilizado um laboratório de informática com 40 computadores que possuíam o software GeoGebra instalado.

Ao longo da aplicação da sequência didática foram realizadas as coletas de informações para análise, que foram: discussões dos estudantes na busca de soluções para as questões, dúvidas que surgiram durante as atividades, resultados propostos pelos estudantes, arquivos elaborados pelos estudantes, relatórios dos estudantes e anotações feitas pelo professor e alunos.

Para a aplicação das atividades, segundo ele, dos 36 alunos da turma, 31 aceitaram o convite e formaram uma turma experimental. No total ocorreram 12 encontros, com a finalidade de realizar o pré-teste, atividades orientadoras, pós-teste e aplicação do questionário, realizadas no Laboratório de Educação Matemática (LEM) e nos Laboratórios de Informática.

No primeiro encontro houve aplicação do Pré-teste, no qual verificou-se até que ponto se encontrava o nível de interpretação dos participantes nas questões e quais as maiores dificuldades que deveriam ser abordadas durante os encontros seguintes. As questões do Pré-teste foram selecionadas de provas anteriores da OBMEP de 2005 a 2017. Nos encontros seguintes foram realizadas

atividades orientadoras em que os participantes trabalharam, de forma individualizada e em grupo, utilizando o software. Os encontros eram divididos, no primeiro momento ocorria no Laboratório de Educação Matemática, com duração de 2 aulas de 50min, em que os participantes participavam das etapas de construção das questões de geometria apenas por visualização e indicando a forma de se chegar ao resultado, sem participar diretamente da construção utilizando o GeoGebra e o segundo momento, com duração de 3 aulas de 50 minutos no Laboratório de Informática, no qual faziam o desenvolvimento das questões propostas, agora utilizando o software GeoGebra. Ao final os estudantes descreveram no verso da atividade, além das etapas de construção das figuras e sua respectiva interpretação, os aspectos que considerassem positivos ou negativos do encontro.

O segundo encontro, no Laboratório de Educação Matemática, conteve vídeos e textos pré-selecionados do site GeoGebra e que foram apresentados aos alunos a fim de servirem como atividade introdutória nos encontros. Esses vídeos abordaram as ferramentas e construções no software, permitindo que as explorassem. O autor expôs as questões que foram apresentadas aos alunos e como teriam que resolver, discorrendo que na primeira nenhum aluno conseguiu resolver e, então, ele apresentou a sua resolução. Foi apresentada toda a sequência didática aos alunos e, em seguida, foram ao laboratório para executar as questões. Os encontros seguintes também utilizaram, inicialmente, um vídeo sobre as construções que seriam feitas, seguido das questões a serem solucionadas no GeoGebra. Nos encontros finais, 9 ao 12, foram discutidos os conceitos aprendidos e retomadas algumas resoluções das questões, além da aplicação de um questionário.

O autor apresentou a análise dos resultados, descrevendo como ocorreu cada aula e colocou registros de como foram as resoluções das questões pré-teste, quais dificuldades tiveram e como cada aluno interpretou as questões. Percebeu que os alunos tiveram bastante dificuldades na compreensão dos problemas. Também foram apresentadas as soluções no GeoGebra com as interpretações dos alunos, as ferramentas que usaram e mostrou alguns registros das construções. Após todas as etapas o autor concluiu que foi percebendo melhoras nos estudantes no decorrer do processo, que a cada etapa as dificuldades iam diminuindo e que os estudantes estavam interessados em

participar e, ao final, não estavam mais amedrontados com as questões da OBMEP, tendo então um novo olhar sobre a Matemática.

A dissertação de Santos (2018) mostrou que trabalhar com questões da OBMEP e com softwares em sala de aula traz muitos benefícios. O autor não colocou muita fundamentação teórica, mas descreveu todas as etapas de sua pesquisa detalhadamente.

4.6.15 Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo de questões da 1ª fase da OBMEP.

Na dissertação intitulada “Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo de questões da 1ª fase da OBMEP”, Santos Júnior (2020) teve como objetivo identificar os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico em alunos envolvidos com resoluções de questões de provas da primeira fase da OBMEP, nível 3, com base na produção de protótipos visuais, produzidos com o auxílio do software GeoGebra. Em termos de objetivo específico, o autor analisou nas respostas de questões de provas para a 1ª fase da OBMEP, com o uso do software GeoGebra, a influência ou não nos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele.

A teoria de Van Hiele, criado pelo casal de educadores matemáticos holandeses Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, configurou o aporte teórico da pesquisa de Santos Junior (2020). A ideia capital desse referencial sobre o pensamento geométrico está no fato de que o raciocínio dos alunos passa por uma série de níveis sequenciais e ordenados necessariamente desenvolvidos pelo estudante para a compreensão de um conceito geométrico. É dividido em cinco níveis de compreensão do pensamento geométrico: visualização ou reconhecimento, análise, dedução informal ou ordenação, dedução formal e rigor matemático.

A abordagem metodológica da pesquisa de Santos Junior (2020) envolveu a Engenharia Didática de Michelle Artigue. A principal característica dessa metodologia é o esquema experimental baseado no planejamento e análise de sequências didáticas na sala de aula, esquematizada por quatro fases

sequenciais: análises prévias, concepção e análise a priori, implementação da experiência e análise a posteriori e validação da experiência.

Em cada uma dessas fases, Santos Junior (2020) apresentou uma abordagem de acordo com os encontros previstos para o Programa OBMEP na Escola. Este programa é voltado para os professores de Matemática das escolas públicas municipais e estaduais, que tem por objetivo contribuir para a formação de professores em Matemática, estimulando estudos mais aprofundados e a adoção de novas práticas didáticas em salas de aula.

A pesquisa de Santos Junior (2020) envolveu a resolução de questões próprias da primeira fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Essa olimpíada possui três níveis (1, 2 e 3) e se constitui numa aplicação de provas que acontece em duas fases. A primeira fase sendo composta de uma prova escrita com 20 questões de múltipla escolha e a segunda fase sendo composta por uma prova discursiva de 6 questões, para alunos classificados na primeira fase.

A pesquisa contou com participação voluntária dos 22 alunos de escola pública de Taquaritinga do Norte – PE, membros do Programa OBMEP na Escola, selecionados de uma turma do 3º ano C do Ensino Médio.

Os resultados da pesquisa de Santos Junior, tomando por base as fases da metodologia da Engenharia Didática, expomos na sequência. A primeira fase (Análises prévias) consiste em estudos preliminares envolvendo a análise epistemológica de conteúdos escolares, o ensino convencional e seus efeitos, análise das concepções dos estudantes, das suas dificuldades e obstáculos que determinam sua evolução. No caso de Santos Junior (2020) o autor faz um balanço das conquistas com seus alunos em diversas modalidades de olimpíadas envolvendo a Matemática.

Na segunda fase (concepção e análise a priori) ocorreu a exposição do pensamento geométrico, segundo os níveis do modelo de Van Hiele. A terceira fase (experimentação) é constituída pelo período de aplicação das tarefas planejadas e análise dos resultados obtidos. Na pesquisa de Santos Junior (2020) o trabalho de campo foi composto pela ocorrência de três encontros. O primeiro encontro envolveu a resolução de 15 questões da OBMEP (1ª fase, nível 3) sobre cálculo de áreas de polígonos, além de outras medidas como o perímetro, corda,

raio e ângulo com o uso de lápis e papel. No período disponível de 120 minutos, alguns alunos disseram estar 'enferrujados' e o professor concluiu que individualmente os alunos não tiveram êxito na resolução completa das questões. Constatando que esses estudantes exibiam habilidades do segundo nível de pensamento geométrico, apoiado no modelo de Van Hiele.

No segundo encontro o professor optou por utilizar a lousa digital associada ao software GeoGebra devido ao fracasso escolar do primeiro encontro. Esse segundo encontro teve também duração de 120 minutos, mas ocorreu no auditório da escola, onde o professor pediu para os alunos que não utilizassem o lápis e o papel.

O terceiro encontro envolveu a utilização do software GeoGebra, e ocorreu no laboratório de computação da escola, com duração de 240 minutos. Inicialmente o professor tinha elaborado no planejamento do encontro aplicar as questões da avaliação para os alunos participantes, porém, com a ausência de alguns, devido à pandemia do COVID-19. Santos Junior (2020) resolveu solicitar que fossem construídas no GeoGebra algumas figuras geométricas trazidas em questões anteriores de provas da OBMEP, de modo que desenvolvessem habilidades e destrezas no manuseio de ferramentas do software.

Na última fase (análise a posteriori e validação da experiência) ocorreu a comparação entre análise a priori e a posteriori das realizações em sala de aula, que no caso do pesquisador envolveu o registro de diálogos, fotos e registros escritos das produções dos participantes da pesquisa.

Como resultados da pesquisa, Santos Junior (2020) percebeu que à medida que o software GeoGebra foi sendo inserido no decorrer dos encontros, foi contribuindo na habilidade dos alunos em conseguir obter a resposta correta para uma questão objetiva. Ou seja, o Geogebra contribuiu na transição do primeiro até o terceiro nível de pensamento geométrico do modelo proposto por Van Hiele.

Comparando a análise a priori e a posteriori Santos Junior (2020) constatou que os alunos oscilaram do primeiro para o terceiro nível de pensamento geométrico, utilizando diferentes estratégias de ensino-aprendizagem. No quarto nível do pensamento geométrico, no qual os alunos devem ser capazes de entender o papel dos diferentes elementos de uma estrutura dedutiva e desenvolver argumentações e/ou processos de

demonstrações, não foi possível ser contemplado, por causa da pandemia, o que impediu o professor-pesquisador em realizar mais encontros presenciais.

Santos Junior (2020) destacou sua postura mediadora de professor-pesquisador, a qual contribuiu na mobilização dos níveis do pensamento geométrico de Van Hiele, promovendo confiança nos alunos quanto à resolução de questões de natureza geométrica. O pesquisador disponibilizou um produto educacional que tem por objetivo oferecer um material que possibilite aos professores de Matemática uma proposta alternativa para o ensino-aprendizagem de Geometria. Mais especificamente, o produto educacional é composto de 15 questões de provas da OBMEP (1ª fase, nível 3) sobre cálculo de áreas de polígonos, além de outras medidas como perímetro, corda, raio e ângulo, cujas resoluções são permeadas pelo uso do GeoGebra.

A análise das contribuições da pesquisa de Santos Junior (2020) suscitou duas indagações, as quais expomos;

- a) Qual seria a alternativa para escolas e alunos que não tem acesso ao computador para realização da atividade no GeoGebra, já que ele contribui do pensamento geométrico?
- b) Se o pesquisador conseguisse realizar novos encontros com os alunos, como contemplaria o quarto nível de pensamento geométrico de Van Hiele? Como seria a proposta de tarefas para serem resolvidas pelos alunos?
- c) Sem a utilização do GeoGebra, o pesquisador acredita que os alunos teriam transitado do primeiro até o terceiro nível de pensamento geométrico do modelo proposto por Van Hiele?

4.6.16 Resolução de Problemas, uma abordagem com questões da OBMEP em sala de aula

A dissertação de Valério (2017) iniciou expondo a trajetória da autora como professora, relatando que percebeu o desinteresse dos alunos e notou que, para haver melhorias, é necessária a mudança de estratégias no ensino. O trabalho buscou elaborar uma atividade para auxiliar no desenvolvimento de conceitos matemáticos em sala de aula baseado na metodologia de Resolução de Problemas, de George Polya. A autora também escolheu utilizar as questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e buscou responder à

seguinte questão: “Quais as contribuições da Resolução de Problemas proposta por Polya ao utilizar questões da OBMEP em sala de aula?” (VALÉRIO, 2017, p. 22)

A autora expôs os baixos resultados em avaliações externas na disciplina de Matemática e citou, com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e no Currículo do Estado de São Paulo, que a linguagem matemática deve ser acessível aos alunos, deve ter significado a eles e que os conhecimentos prévios não devem ser desprezados. Além disso, relatou a importância de que o professor atue como mediador no processo, devendo ter um sólido conhecimento dos conceitos e estar aberto à aquisição de novos conhecimentos.

A autora relatou que a metodologia escolhida, resolução de problemas, é um dos caminhos para se ensinar matemática de forma desafiadora e, segundo Onuchic e Allevado (2014) esse recurso passou a ser utilizado em sala de aula a partir da década de 80 e auxiliam os estudantes a pensar matematicamente, formando ideias durante o processo e buscando caminhos de solução. Valério (2017) explicou, segundo Dante (1991), a diferença entre problemas e exercícios, sendo que exercício serve para praticar algum processo e, no problema, busca-se algo desconhecido, exigindo criatividade e conhecimentos prévios já que não existe um algoritmo pronto como no exercício.

A autora discorreu a respeito da heurística de Polya para a resolução de problemas, explicando que heurística é o estudo dos caminhos de operações mentais criados para encontrar a arte de fazer descobertas. Polya (2006) descreveu quatro fases para a resolução de problemas: Compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e examinar a solução obtida através de um retrospecto. A autora citou as características, segundo Dante (1991), de um bom problema, que deve ser desafiador, interessante, não consistir na aplicação direta de operações e ter um nível adequado de dificuldade. Por isso foram escolhidos os problemas da OBMEP, já que contemplam essas características.

O foco do trabalho foi desenvolver uma questão do banco de questões da OBMEP para despertar o interesse diante dos desafios. O trabalho consistiu na elaboração de uma pesquisa ação qualitativa com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Participaram da atividade 21 alunos e ela foi desenvolvida em 100

minutos. Os dados foram recolhidos na observação direta e interação com os participantes e em uma folha de registros das soluções feitas pelos alunos. A autora explicou que a metodologia de pesquisa ação envolve sempre um plano de ação que se baseia em objetivos, acompanhamento e controle da ação. A pesquisadora criou dados descritivos que permitiram observar como os estudantes pensaram para resolver os problemas e se preocupou mais com o processo do que com o resultado final.

Foi passado, inicialmente, um problema diagnóstico, seguido de problemas auxiliares e, por último, a proposição de uma situação problema do banco de questões da OBMEP. Os registros com as respostas dos alunos foram colocados e as atividades propostas foram bem detalhadas. A atividade desenvolvida envolveu o cálculo de áreas de figuras planas, utilizando a heurística de Polya na resolução do primeiro problema apresentado. A primeira etapa foi a leitura e interpretação do problema diagnóstico para ver se eles entenderam o que estava sendo pedido, a segunda etapa consistiu na elaboração de estratégias de resolução, seguida da solução, que configura a terceira etapa. Por último foi realizada a correção na lousa e a quarta etapa, validação, foi feita juntamente com os alunos.

A autora relatou que, após essa atividade diagnóstica, foram entregues um retângulo, um paralelogramo e um quadrado em papel colorido e foi pedido que calculassem suas áreas, sugerindo composição e decomposição de figuras. Em seguida, os alunos receberam um Tangram para que o manipulassem, analisassem as figuras que os compõe e calculassem as áreas. Após essas atividades auxiliares, foi entregue um problema da OBMEP que abordava o Tangram e os alunos resolveram, tendo sido expostos os registros de como eles pensaram.

Valério (2017) concluiu que é muito importante inserir a resolução de problemas nas aulas, pois essa metodologia desperta a curiosidade nos alunos e, relacionando com problemas da OBMEP pode ser ainda mais benéfica, já que essas questões permitem o desenvolvimento do pensamento lógico, relacionado às ações de interpretar, pensar, agir e criar conjecturas. O trabalho de Valério (2017) mostrou uma forma diferente de abordar a Geometria e trouxe contribuições para o ensino de Matemática.

5. Considerações Finais

Com base nos resultados obtidos nas análises do conjunto de 25 dissertações de Mestrado, dedicamos esta seção para expor argumentos que permitem responder à questão de investigação: **o que tem sido abordado na relação entre as questões da OBMEP e o processo ensino-aprendizagem de Matemática na Educação Básica?**

Ao longo do trabalho pudemos perceber que, ao inserir questões da OBMEP nas aulas de Matemática, os alunos se mostram mais interessados pela disciplina, se sentem motivados na busca por soluções, retomam conhecimentos prévios e exercitam o pensamento matemático, a lógica, a criatividade e o senso crítico. No entanto, com relação ao montante de alunos nas unidades escolares, pôde-se perceber que uma parcela considerável dos alunos não participa das provas.

A metodologia de pesquisa escolhida permitiu mapear uma grande quantidade de dissertações, as quais trataram de diferentes conteúdos da Matemática, tendo sido abordado os temas funções, sequências numéricas, Álgebra, Estatística, resolução de problemas e Geometria. A maioria das dissertações trabalhou com Geometria e, com relação a essa temática, predominou também o uso do software GeoGebra, o qual permitiu trabalhar as questões da OBMEP de forma dinâmica e, conseqüentemente, possibilitou, na maioria dos casos, o aprendizado mais efetivo, já que os alunos puderam visualizar o que estava ocorrendo em cada questão.

Algumas das dissertações focaram na análise ou resolução das questões da OBMEP e outras apresentaram o produto educacional que identificou as principais dificuldades dos alunos, mostrando que a inserção de novas metodologias como resolução de problemas e tecnologias são bem aceitas pelos estudantes e que, apesar das dificuldades ocorridas na aplicação das tarefas, trazem sempre resultados positivos. Em algumas dissertações não houve a aplicação, mas, ainda assim trouxeram contribuições aos docentes que buscam encontrar novas maneiras de ensinar Matemática, pois possuem abordagens interessantes e ensinam novas metodologias.

No geral, as dissertações que trabalharam resolução de problemas se basearam em George Polya, as que abordaram a Geometria usaram a aplicação

do GeoGebra e as que analisaram os erros utilizaram as percepções de Helena Noronha Cury e as classificações de Hendrik Radatz.

Com isso, percebemos que houve dissertações que apresentaram um aporte teórico bem completo, discutindo assuntos pertinentes à Matemática e que utilizaram autores conhecidos na área da educação como Paulo Freire, George Polya, Jean Piaget, entre outros. Houve também dissertações que não apresentaram aporte teórico, nem expuseram seus objetivos e metodologias utilizadas, mostrando que cada trabalho teve um foco diferente e que muito ainda pode ser produzido em termos acadêmicos com relação à OBMEP.

Em relação ao processo ensino-aprendizagem compreendemos como um sistema de interações entre alunos, professor e o objeto matemático, envolvidos em um dado contexto escolar. Mais do que “ensino” e “aprendizagem”, como se fossem processos independentes da ação humana. A análise do montante das produções acadêmicas revelou a predominância do processo de “ensino” com construções de propostas de ensino para que os professores possam explorar possíveis potencialidades dos conteúdos das questões propostas no contexto da OBMEP. Basicamente, 13 pesquisas deram ênfase ao processo de ensino-aprendizagem dos estudantes. No entanto, neste grupo de pesquisas, o número de estudantes participantes era minoria, como o caso de Valerio (2017) que envolveu 21 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

6. Referências

AMARANTE, José Marcos Nunes do. **Análise de erros: Reflexões sobre o ensino de Geometria no município de Óbidos- PA a partir de questões da OBMEP.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Instituto de Ciências da Educação. Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2019.

BIONDI, R.L.; VASCONCELOS, L.; MENEZES-FILHO, N.A. **Avaliando o impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) no desempenho de matemática nas avaliações educacionais**, 2009. Disponível em:

<http://bibliotecadigital.fgv.br/ocs/index.php/sbe/EBE09/paper/viewFile/1092/315>.

Acesso em: 14 jan. 2021.

CARVALHO JÚNIOR, Augusto Lacerda Lopes de. **Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 3 da OBMEP sobre geometria.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013.

CORDEIRO, Clailton Costa. **Análise e classificação de erros de questões de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.** Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica). Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy” – UNIGRANRIO, Duque de Caxias, 2009.

DOCARMO NETO, Veríssimo. **Teorema de Pitágoras e Áreas: sua aplicabilidade no banco de questões da OBMEP.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências da Natureza, Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2014.

FAXINA, Maria Lúcia Beltrami. **Uma sequência didática sobre porcentagem e tratamento da informação utilizando problemas das OBMEP.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.

FERREIRA, Evanilson Vicente. **Sequências com figuras geométricas na OBMEP: Resolução e construção dos problemas.** Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática). Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró – RN, 2019.

FIDELES, Eduardo Cordeiro. **A OBMEP sob uma perspectiva de Resolução de Problemas.** Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Exatas Departamento de Matemática. Universidade de Brasília, Brasília – DF, 2014.

GUIMARÃES, João Paulo Silva. **Uma experiência sobre o ensino da Matemática no Ensino Médio sob a perspectiva da utilização de problemas da OBMEP.** Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em

Rede Nacional) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP, 2019.

IMPA-OBMEP. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **OBMEP 12 anos**. Rio de Janeiro: IMPA, 2017.

LIMA, Francisco Daniel Souza de. **Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de Funções**: O contributo da engenharia didática de segunda geração. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

LIMA, Maria Luziana Oliveira. **Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de Sequências Numéricas**: um contributo da Engenharia Didática. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza – CE, 2019.

NARDELLI, Renan Eduardo. **O estudo de Simetrias com Frisos e questões da OBMEP**. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Departamento de Matemática. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

OLIVEIRA, Cícera Carla do Nascimento. **Olimpíadas de Matemática**: Concepção e descrição de “Situações Olímpicas” com o recurso do Software GeoGebra. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza – CE, 2016.

OLIVEIRA NETO, João Evangelista de. **Produto educacional**: Situações Didáticas Olímpicas aplicadas a problemas de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza – CE, 2019.

PEREIRA, Laís de Almeida. **Matemática dinâmica na resolução de questões da OBMEP**. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

PONTES, Ronildo Lopes. **Material Multimídia**: Resolução comentada de algumas questões do nível 1 da OBMEP sobre geometria. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Exatas e Naturais. Universidade Federal do Pará, Belém, 2013.

ROMANOWSKI, Joana. Paulin; ENS, Romilda Teodora. **As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação**. Diálogo Educacional, Curitiba, v. 6, n.19, p.37-50, set/dez. 2006.

SANTANA, Luciano Neves de. **O uso do GeoGebra e resoluções visuais no ensino de matemática**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - Programa de Pós-Graduação em Matemática). Universidade Federal do Tocantins Campus Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor, Arraias, 2019.

SANTOS, Edjan Fernandes dos. **Medidas e forma em Geometria**. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Centro de Ciências Departamento de Matemática. Universidade Federal do Ceará, Juazeiro do Norte, 2014.

SANTOS JÚNIOR, Abel Pedro dos. **Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo de questões da 1ª fase da OBMEP**. 2020. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas) – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia. Universidade Federal de São Carlos, UFSCar, Sorocaba-SP, 2020.

SANTOS NETO, Júlio Augusto dos. **Uma sequência didática sobre área e perímetro utilizando o Banco de Questões da OBMEP e o GeoGebra**. 2018. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas) – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018.

SANTOS, Ricardo de Castro Ribeiro. **GeoGebra como instrumento de mediação no ensino de Geometria: o processo de transformação dos alunos que atuaram na OBMEP**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Pró-reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - Campus Floriano, 2018.

SILVA, Claudia Galvão da. **Resolução de problemas sobre geometria para as Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Instituto de Ciências Exatas e Naturais. Universidade Federal Do Pará, Belém, 2013.

SILVA, José Vinícius do Nascimento. **Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico em Malta – PB**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande – PB, 2015.

SILVA, Mário Henrique da. **Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 2 da OBMEP sobre geometria**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Exatas e Naturais. Universidade Federal do Pará, Belém, 2013.

SOARES, C. M. M.; LEO, E. **Impacto da Olimpíada Brasileira de Escolas Públicas (OBMEP) no desempenho em Matemática na Prova Brasil, Enem e Pisa**, 2014. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/estudos.htm>. Acesso em: 15 jan. 2020.

VALÉRIO, Wiviane. **Resolução de problemas, uma abordagem com questões da OBMEP em sala de aula.** Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

VENDRUSCOLO, Thaís. **Análise de erros na resolução de questões da OBMEP:** uma proposta de utilização do GeoGebra como recurso didático. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física) - Centro de Ciências Naturais e Exatas. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2019.

16ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP 2020 Escolas Públicas + Escolas Privadas. **Apresentação.** Disponível em: <http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>. Acesso em: 06 jan. 2021.

16ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP 2020 Escolas Públicas + Escolas Privadas. **Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC).** Disponível em: <http://www.obmep.org.br/pic.htm>. Acesso em: 06 jan. 2021.