



Universidade Federal De São Carlos  
*Campus Sorocaba*

**A transição entre a Modelagem e a Modelação  
Matemática: uma proposta de Ensino para o Ensino  
Médio**

Trabalho de Conclusão de Curso  
**Fábio Henrique Barbosa**

Orientador: Prof. Dr. Paulo César Oliveira

**Sorocaba 2018**



**Universidade Federal De São Carlos**  
***Campus Sorocaba***

**A transição entre a Modelagem e a Modelação  
Matemática: uma proposta de Ensino para o Ensino  
Médio**

**Autor: Fábio Henrique Barbosa**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Física, Química e Matemática (DFQM) da UFSCar, Campus Sorocaba, como requisito parcial para a obtenção da graduação em Licenciatura em Matemática.

**Orientador: Prof. Dr. Paulo César Oliveira**

**Licenciatura em Matemática**

**Sorocaba 2018**



**Fábio Henrique Barbosa**

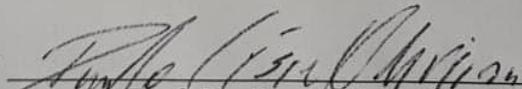
*A Transição entre a Modelagem e a Modelação Matemática:  
uma Proposta de Ensino para o Ensino Médio*

Trabalho de Conclusão de Curso

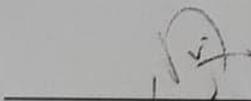
Universidade Federal de São Carlos – *Campus Sorocaba*

Sorocaba, 13/07/2018.

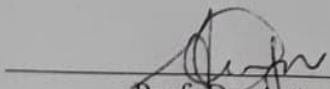
Orientador

  
Prof. Dr. Paulo César Oliveira

Membro 2

  
Prof. Dr. Adilson José Vieira Brandão

Membro 3

  
Prof. Dr. Antonio Noel Filho

# *Dedicatória*

Dedico este trabalho a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para minha formação, em especial ao meu orientador Paulo que sempre me apoiou e acreditou no meu potencial, e a minha companheira, Danielle que sem ela esse trabalho não seria possível.

## *Agradecimentos*

Agradeço à todos os professores que contribuíram para minha formação, em especial ao Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira pela paciência e por orientar este trabalho com tanto carinho e por tudo que me ensinou durante a graduação.

Aos professores Adilson José Brandão e ao Antonio Noel Filho, pelas contribuições na leitura de meu trabalho de conclusão, além da predisposição em se deslocar para participar da banca.

Aos professores que lecionaram na Matemática da UFSCar de Sorocaba por abrirem minha mente em relação à vários aspectos antes não considerados por mim sobre o ensino da matemática, sobre os aspectos didáticos e pedagógicos.

**Muito obrigado a todos!**

## RESUMO

O ensino da matemática sempre foi alvo de críticas quanto à distância entre a própria linguagem e o cotidiano das pessoas. Assim, tendo consciência da importância de aproximar conceitos matemáticos da realidade e da necessidade de uma problematização crítica aos jovens, este trabalho optou pela Modelagem Matemática como alternativa pedagógica para estabelecer uma conexão entre teoria e prática, por meio de experimentos sobre uma realidade comum quanto ao descarte inapropriado de óleo de cozinha no município de Sorocaba e seu impacto na natureza, aprofundando-se para o desenvolvimento de conceitos matemáticos significativos para compreensão da problemática. No decorrer da análise dos procedimentos utilizados, percebeu-se a dificuldade em realizar a transposição didática de conhecimentos matemáticos e suas estratégias específicas, há uma tendência que garante uma gama de conceitos sem a pretensão de ensinar em que momento deverão ser aplicados, não contribuindo para o uma aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Ensino de Matemática. Sequência Didática.

## **ABSTRACT**

The teaching of mathematics has always been criticized for the distance between language itself and everyday life. Thus, being aware of the importance of approaching mathematical concepts of reality and the need for a critical problematization of the young, this work chose Mathematical Modeling as a pedagogical alternative to establish a connection between theory and practice, through experiments on a common reality regarding inappropriate disposal of cooking oil in the municipality of Sorocaba and its impact on nature, deepening to the development of significant mathematical concepts to understand the problem. During the analysis of the procedures used, it was noticed the difficulty in accomplishing the didactic transposition of mathematical knowledge and its specific strategies, there is a tendency that guarantees a range of concepts without the pretension to teach at what moment they should be applied, not contributing to or meaningful learning.

**Keywords:** Mathematical Modeling, Teaching Mathematics, Following teaching.

## Listas de figuras

Figura 1- Procedimento de coleta de água em um dos aquários .....	29
Figura 2- Leitura de imagens.....	40
Figura 3- Leitura e análise de texto- Quando a natureza socorre .....	41
Figura 4- Planilha Excel 1 .....	45
Figura 5- Tabela Excel preenchida.....	46
Figura 6- Tabela Excel passo 3.....	46
Figura 7- Planilha Excel passo 4.....	47
Figura 8- Planilha Excel passo 5.....	47
Figura 9- Planilha Excel passo 6.....	48
Figura 10- Planilha Excel passo 7 .....	48

## Listas de gráficos

Gráfico 1- Dados reais do crescimento do feijão, sob as cinco condições .....	20
Gráfico 2- Cálculo do valor de estabilização ( $h^*$ ) da planta regada apenas com água.....	20
Gráfico 3- Função auxiliar para o caso da irrigação apenas com água.....	21
Gráfico 4-: Modelo exponencial assintótico para o caso da irrigação apenas com água .....	22
Gráfico 5- Modelo exponencial assintótico para os cinco casos de irrigação.....	22
Gráfico 6- Nível de oxigênio nos aquários.....	26
Gráfico 7- Estabilização ( $O^*$ ) Aquário 1 .....	26
Gráfico 8- Função auxiliar para Modelo Exponencial Assintótico.....	27
Gráfico 9- Dados reais e Mod. Ex. Assintótico de oxigênio na $H_2O$ .....	28
Gráfico 10- Dados reais e Mod. Ex. Assintótico nas 5 condições impostas .....	28

## Lista de tabelas

Tabela 1-- Altura dos pés de feijão.....	19
Tabela 2- Determinação do nível de oxigênio dissolvido em água .....	25
Tabela 3- Planificação de Sequência Didática .....	33

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	10
2	REFERENCIAL TEÓRICO .....	14
2.1	O processo de Modelagem .....	17
2.2	A fase da percepção e apreensão.....	17
2.3	A fase da compreensão e explicitação.....	18
2.3.1	O experimento do plantio de sementes de feijão.....	18
2.4	A fase da significação e expressão.....	22
2.5	Experimento com os aquários .....	23
2.5.1	Descrição do experimento.....	23
3	RESULTADOS E DISCUSSÃO DOS EXPERIMENTOS.....	25
3.1	Experimento com aquários.....	25
3.2	ANÁLISE DA METODOLOGIA PROPOSTA .....	30
4	A IMPORTÂNCIA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA .....	32
4.1	Sequência de Atividades Didáticas .....	35
4.2	SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE DIDÁTICA 1- Experimento com pé de feijão .....	36
4.3	SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE DIDÁTICA 2- Experimento com aquários .....	37
4.4	SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE DIDÁTICA 3- O descarte inadequado de óleo e sua ação na natureza .....	38
4.5	SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE DIDÁTICA 3- O uso do software Excel – uma perspectiva gráfica sobre a consequência do descarte inapropriado do óleo de cozinha sobre o solo. ....	44
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	49
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	51

## 1 INTRODUÇÃO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) relata aspectos relevantes da pesquisa de Iniciação Científica concluída, financiada e cujo relatório (processo: 2012/11205-0) aprovado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

O trabalho de Iniciação Científica (IC), ponto de partida do TCC, justificou-se pelo fato de que este foi de grande valia para meu desenvolvimento crítico-pessoal e profissional, enquanto estudante de licenciatura em matemática. A Iniciação Científica baseou-se na utilização da Modelagem Matemática no estudo da poluição da água e da terra pelo descarte inapropriado de óleo de cozinha já utilizado.

No TCC busco compreender a partir da literatura acadêmica, como o processo ensino-aprendizagem da matemática está sendo desenvolvido nos dias de hoje nas escolas, partindo de questionamentos corriqueiros, feitos pelos alunos, a respeito da aplicabilidade dos conceitos estudados nas aulas dessa disciplina. Alguns autores argumentam que a falta de contextualização da matemática é um dos maiores obstáculos entre o aluno e os conceitos matemáticos.

Nesse cenário, em meu TCC procurei aproximar o ensino de matemática da Modelagem Matemática por meio de uma proposta didática elaborada a partir da experiência vivenciada com Modelagem Matemática, fruto da Iniciação Científica.

O objetivo do TCC é descrever a Modelagem Matemática proposta a partir de um estudo realizado com Modelagem Matemática, procurou-se ainda refletir sobre como alguns materiais pedagógicos, como o Currículo Oficial do Estado de São Paulo pode contribuir na elucubração de problemáticas como a que foi modelada nessa pesquisa, o descarte inapropriado de óleo. Entretanto, no decorrer da pesquisa revelou-se que muitas sequências didáticas oferecidas não se dão para a disciplina de matemática em si, cabendo contextualização e

o vislumbramento de uma ação conjunta e interdisciplinar entre as diversas áreas do conhecimento.

Esse fator motivou o desenvolvimento desta pesquisa, quanto ao conceito de aprendizagem significativa, tendo como foco principal a abordagem a Modelagem Matemática que, na perspectiva de D'Ambrósio (1986) *“Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial”* (p. 11).

Assim como este autor, Biembengut e Hein (2003, p. 16) defendem que *“A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”*. Logo, tínhamos um problema de grande porte, como destacar a problemática de descarte inapropriado de óleo, confrontar e entender a realidade, problematizar, demonstrar matematicamente, e por fim, e talvez o mais importante, conscientizar alunos para uma alteração desse quadro.

O caminho que se pretendeu percorrer iniciou-se com a evidenciação da problemática que inicialmente propunha um trabalho de campo com alunos do ensino médio da Escola Técnica Estadual do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza – ETEC – “Rubens Faria e Souza”, em Sorocaba/SP. Nessa instituição a proposta era a participação de alunos de dois cursos, o de Mecânica e o de Química, que trabalhariam sobre o tema “Poluição”, mais especificamente, sobre a poluição do ar, terra e água, através do descarte inapropriado do óleo de cozinha (poluição da água, da terra e dos esgotos). Os primeiros contatos entre a Coordenação Pedagógica da ETEC se mostraram promissores, entretanto, as reuniões que deveriam ter ocorrido com a Coordenação posteriormente foram inviabilizadas por falta de retorno desse profissional. Em vista disso, o projeto foi reformulado passando a contemplar uma pesquisa individual a respeito da poluição da água e da terra pelo descarte de inapropriado do óleo de cozinha já utilizado, por meio de experimentos com óleo de cozinha em aquários com plantas aquáticas e no plantio de pés de feijão irrigados com diferentes composições de “água e óleo”.

Feito os experimentos, relatórios e gráficos das observações, a próxima etapa previa a compreensão do dado e em como transformar um dado real em sequência didática, sua aplicabilidade e compreensão da problemática.

Discussões pertinentes ao estudo da Modelagem fizeram com que antes se compreendesse o conceito de aprendizagem significativa (Moreira, 2006) e mesmo de Sequência Didática (SD) (LERNER, 2002), (ZABALA, 1998), os pontos necessários para o seu favorecimento. Assim, a pesquisa foi desenvolvida com o propósito de vivenciar uma problemática real e a partir dela extrair conceitos matemáticos partindo da metodologia de ensino da Modelagem Matemática. Nesse ínterim, os questionamentos se concentraram na indagação de como promover uma SD que permita a aproximação entre a realidade vivenciada e os conceitos matemáticos na organização, entendimento e conscientização sobre o problema lançado.

Para tanto, procurou-se percorrer nessa pesquisa as etapas previstas no processo de Modelagem, defendida por Biembengut e Hein (2003) em que temos três etapas principais:

1. Etapa – Interação com o problema. Nesta etapa é realizado o primeiro contato entre o aluno e a situação problema e, caso haja necessidade, a busca de mais informações para uma melhor compreensão e familiarização do tema em questão;
2. Etapa - Matematização. Identificar e formular o problema a partir da identificação de um modelo que pode ser, segundo Biembengut e Hein (2003), como “um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébrica, ou gráfico, ou representação, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução” (p. 14).
3. Etapa – O Modelo Matemático - Nesta etapa verificamos a validação do Modelo que obtivemos na etapa anterior e analisaremos sua confiabilidade de sua utilização na situação modelo e, caso não seja confiável, alunos e professores deverão retornar a segunda etapa na busca de uma melhor adequação do mesmo.

Exposta a questão cerne da pesquisa sobre como propiciar aprendizagem significativa a partir da abordagem metodológica da Modelagem Matemática, os caminhos trilhados no processo de pesquisa, a problemática e apresentação dos capítulos na introdução, o segundo capítulo tratará da apresentação desse modo de estudar matemática com base em referenciais teóricos que pesquisam essa área de estudo, avançando para a problemática do descarte como um modo de modelizar uma situação real e tirar dela os conceitos matemáticos necessários, conforme se notará no capítulo 3 com a pesquisa, experimentos e resultados. No quarto capítulo, surge a necessidade de criação de uma Sequência Didática para apreensão de todo o processo que envolve a modelagem, as etapas a serem consideradas em sua composição e o exemplo retirado do próprio Currículo do Estado de São Paulo que pode orientar melhor o trabalho com a temática do descarte de óleo e poluição.

No capítulo 5 (Considerações Finais), são tecidas nossas reflexões sobre o uso da abordagem metodológica Modelação Matemática e suas implicações, benefícios e entraves em seu desenvolvimento pleno em sala de aula, tomando por base todo o percurso da pesquisa e etapas de construção necessária para a compreensão dos conceitos matemáticos, com base no referencial teórico, apresentado ao final dessa pesquisa.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo discutiremos os termos tão elucidados nessa pesquisa procurando compreender Modelagem Matemática e Modelação Matemática à luz dos teóricos que as utilizam como base de estudos, como BASSANEZI (2002), BIEMBENGUT (1999) e D'AMBRÓSIO (1986). Para suporte de todo embasamento teórico proposto, inicia-se tal desafio no entendimento do que são modelos avançando para o campo da matemática.

Tenhamos modelo por uma imagem de um objeto real que pode ser representada matematicamente e/ou conceitualmente por uma estrutura mais simplificada capaz de testar hipóteses e inferir conclusões, já que sua pretensão é o entendimento mais completo da realidade. Para BASSANEZI (2002, p. 20) “Modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”.

BIEMBENGUT (1999, p.20) também corrobora com essa definição quando define que Modelo Matemático é “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real”.

Certamente, quando olhamos historicamente para a Matemática, compreendemos que seu nascimento denota o anseio do próprio homem em compreender os fenômenos da natureza e suas leis. Nessa busca, o homem elabora modelos para representar objetos em estudo. Assim, na elaboração destas representações, o homem está modelando o fenômeno de estudo para sua apreensão e nesse ponto o termo modelo adquire alguns significados.

Para D'Ambrósio (1986, p.10) um modelo é uma estratégia que oferece ao homem a capacidade de exercer seu poder de análise da realidade. Mais do que isso, para este autor, a “modelagem é o processo mediante o qual se definem as estratégias de ação do sujeito sobre a realidade, o caminho de criação do modelo”.

De modo simplificado, podemos dizer que modelo é uma estratégia de representação de alguma situação real, no qual a Modelagem por sua vez é todo o processo metodológico que abarca outras estratégias para se chegar ao resultado esperado, logo, trata-se de uma abordagem.

Em termos de Modelagem Matemática, Bassanezi (2002) concebe-a como um processo que consiste em interpretar um objeto de estudo que pode ser uma situação ou tema do meio em que vivemos para uma linguagem matemática, denominada de Modelo Matemático.

Os modelos matemáticos podem envolver uma multiplicidade de representações matemáticas por meio de seus registros tais como: gráficos, tabelas, equações, sistemas de equações, entre outros.

Bassanezi (2002) ainda afirma que a modelagem nos permite realizar previsões e tendências e é eficiente a partir do momento que tomamos consciência de que estamos trabalhando sobre representações de um sistema ou parte dele. Isto é, não estamos lidando com a situação real e sim com uma representação desta situação. Salienta ainda alguns pontos positivos da Modelagem Matemática como método de pesquisa. Para ele seu uso é possível, pois:

Pode estimular novas ideias e técnicas experimentais; Pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos; Pode ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões; Pode sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão; Pode preencher lacunas onde existem falta de dados experimentais; Pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade; Pode servir de linguagem universal para compreensão e entrosamento entre pesquisadores em diversas áreas do conhecimento. (BASSANEZI, 2002, p.33-34).

Fazendo um paralelo com o processo de ensino-aprendizagem da matemática em nossas escolas, podemos dizer que a utilização da Modelagem Matemática praticada pelo professor, nesse processo, pode romper com a metodologia convencional de trabalho de sala de aula, isto é, a exposição de teoria, o fornecimento de exemplos e a resolução de exercícios, geralmente repetitivos.

Concordamos com Barbosa (2001, p.6) que a “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. No entanto, sabemos que para compreender o fenômeno como um todo, a imagem real da situação vivenciada, assim como na Modelagem,

devemos explicitar alguns entraves que dificultam articular todo o processo envolvido nessa metodologia. Como professor da rede pública do Estado de São Paulo, compreendo que o processo de ensino-aprendizagem tem sido cada vez mais regulado pelo cumprimento de metas em avaliações externas, tendo como foco de estudo os conteúdos do material didático fornecido pela Secretária da Educação, o Caderno do Professor e do Aluno.

Diante deste cenário que estamos vivendo na educação paulista, este professor-pesquisador vivenciou uma experiência em Modelagem Matemática. Para o contexto das suas aulas de matemática é viável a abordagem da Modelação Matemática.

Na busca dos "porquês" matemáticos durante o processo de ensino - aprendizagem, neste TCC utilizarei a Modelagem Matemática como base de sua condução. Nas palavras de Borba (1999, p.26) uma estratégia de trabalho de sala de aula baseada na Modelagem traz a tona uma “concepção pedagógica na qual os alunos escolhem um tema ou problema para ser investigado, e com auxílio do professor, desenvolve tal investigação que muitas vezes envolve aspectos matemáticos relacionados ao tema”.

Bassanezi (1999), Barbosa (2001) e Jacobini (2004) destacam que quando a escolha do tema de investigação é feita pelos próprios alunos a motivação para o estudo da Matemática se torna maior. Especificamente para Barbosa (2001, p.30), “do ponto de vista sócio crítico, destacam-se os interesses dos alunos como determinantes das atividades da Modelagem”.

Rosa & Almeida (2008, p.05) ainda acrescentam:

Uma hipótese subjacente à proposta de Modelagem na Educação Matemática é que a abordagem de questões reais, oriundas do âmbito de interesses dos alunos, pode motivar e apoiar a compreensão de métodos e conteúdos da matemática escolar, promovendo a construção de conhecimentos bem como pode servir para mostrar aplicações da matemática em outras áreas de conhecimento.

Para mim, aluno concluinte da graduação em Licenciatura de Matemática, muito do que se tem escrito em favor da utilização da modelagem em sala de aula se refere ao possível "poder" de estreitamento das relações entre real e abstrato que ela pode trazer para o ambiente de trabalho dos alunos. Entretanto, para o desenvolvimento desta forma de trabalho em sala de aula devemos ter claro para nós mesmos as diferentes etapas envolvidas neste

processo. Reiteramos aqui as etapas descritas por Biembengut e Hein (2000, p.13-15) no processo:

A primeira etapa definida pelos autores é a interação com o assunto, isto é: o reconhecimento da situação problema, a familiarização com o assunto que será modelado.

A segunda etapa consiste na matematização da situação sob estudo. Isto é, formulação do problema e sua resolução em termos de modelo.

Por fim, a terceira etapa se refere a interpretação da solução do problema modelado e a verificação do grau de confiabilidade do modelo obtido.

## **2.1 O processo de Modelagem**

A escolha do tema poluição da água e da terra pelo óleo foi motivada pela existência de um grupo de coleta de óleo de cozinha já utilizado na cidade de Sorocaba. Trata-se de um grupo desenvolvido pela CEADDEC (Centro de Estudos e Apoio ao Desenvolvimento, Emprego e Cidadania) que tem sua sede na cidade de Sorocaba, estado de São Paulo e tem como objetivos centrais: a sensibilização da população sobre a necessidade e importância da destinação ambientalmente adequada do óleo residual de fritura, a promoção da coleta e da destinação final adequada do produto que poderá ser reaproveitado para a ração animal ou na produção de combustível biodegradável; o biodiesel.

## **2.2 A fase da percepção e apreensão**

Nesta fase o professor-pesquisador realizou estudos sobre as possíveis consequências do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado sobre o solo como também no meio aquático.

Uma revisão da literatura sobre esta temática foi imprescindível para o delineamento experimental da modelagem com o objetivo de compreender o impacto ambiental com o descarte inadequado do óleo, o qual envolveu a realização de dois experimentos:

- a) plantio de sementes de feijões a serem irrigados com "água" e diferentes misturas de "água e óleo";
- b) nível de oxigenação da água de cinco aquários, cada um deles contendo dois exemplares de plantas aquáticas (*Higrofila Stricta*) e preenchidos apenas com água (Aquário 1) e os outros aquários com misturas de água e óleo.

### **2.3 A fase da compreensão e explicitação**

Com base em Bonotto, Scheller, Biembengut (2014) esta fase compreende a formulação do problema e do modelo, em cada um dos experimentos. Primeiramente, vamos abordar o experimento envolvendo o plantio de sementes de feijões e, posteriormente, o experimento sobre o nível de oxigenação da água nos aquários.

#### **2.3.1 O experimento do plantio de sementes de feijão**

Para realização desse experimento foi necessário os seguintes materiais: sementes de feijão, copos de café (50 ml), óleo de soja (usado), 5 garrafas pets de 500 ml e terra com adubo.

Com o material disponível, fizemos o plantio das sementes em cinco amostras e diariamente submetidos à irrigação com água (1 amostra) e diferentes misturas de água e óleo para as demais amostras, a atividade experimental teve como problema de pesquisa analisar a influência da irrigação com concentrações distintas de óleo sobre o crescimento da planta.

Em minha residência decidi pelo local mais adequado para dar início ao experimento, no qual foi preciso colocar ao menos três sementes de feijão em cada um dos cinco copinhos de café e cobri-las com terra com adubo. Na sequência, encher quatro garrafas pets, com misturas de água e óleo com diferentes percentuais de concentração de óleo, ou seja, com 20%, 30%, 40% e 50% dos 500ml sendo óleo. A quinta garrafa pet deve ser preenchida apenas com água.

Com os recipientes preparados, os cinco copos plásticos com as sementes de feijão plantadas foram regadas diariamente, apenas com água até seus brotos nascerem. Após isto ocorrer, cada copo será identificado através um número (1, 2, 3, 4 e 5), os quais passaram a ser irrigados com apenas "água" (copo 1), com "água e 20% de óleo" (copo 2), com "água e 30% de óleo" (copo 3), com "água e 40% de óleo" (copo 4) e, finalmente, com "água e 50% de óleo" (copo 5).

Os pés de feijões foram medidos diariamente, com o auxílio de uma régua graduada, as medidas obtidas sistematizadas na tabela 1:

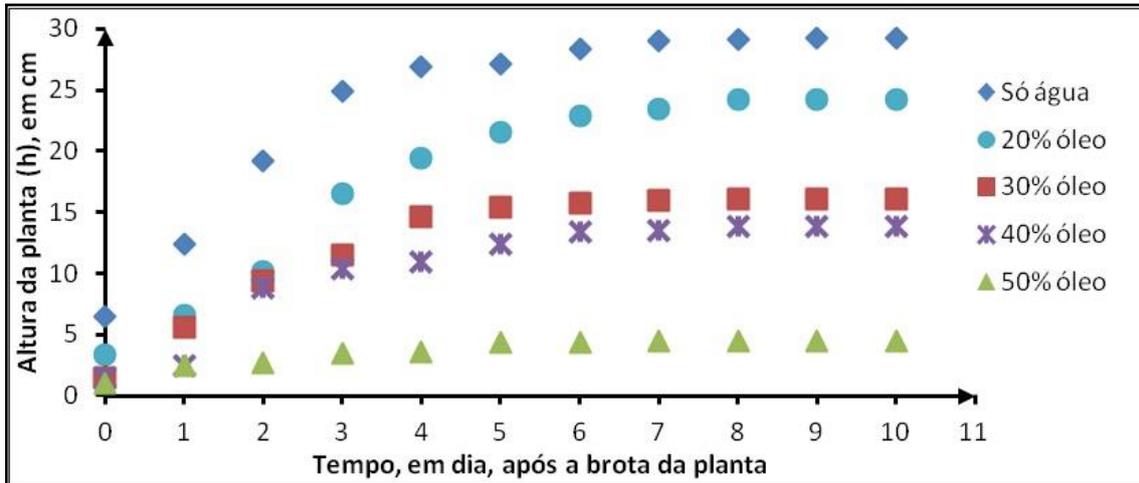
**Tabela 1-- Altura dos pés de feijão**

<b>Tempo</b>	Feijão "1" (só água)	Feijão "2" (20% de óleo)	Feijão "3" (30% de óleo)	Feijão "4" (40% de óleo)	Feijão "5" (50% de óleo)
0	6,5	3,4	1,4	1,5	1
1	12,4	6,6	5,6	2,4	2,5
2	19,2	10,1	9,4	8,8	2,7
3	24,9	16,5	11,5	10,4	3,5
4	26,9	19,4	14,6	10,9	3,6
5	27,1	21,6	15,4	12,4	4,4
6	28,4	22,9	15,7	13,4	4,4
7	29	23,4	16	13,5	4,5
8	29,1	24,2	16,1	13,8	4,5
9	29,3	24,2	16,1	13,8	4,5
10	29,3	24,2	16,1	13,8	4,5

Fonte: arquivo do pesquisador

As informações da tabela foram dispostas no 'gráfico 1', dada a relação de dependência entre a altura do pé de feijão e o tempo decorrido após o nascimento do seu broto. A partir deste conjunto de informações avançamos para a formulação do modelo matemático, tendo início com a representação do gráfico1:

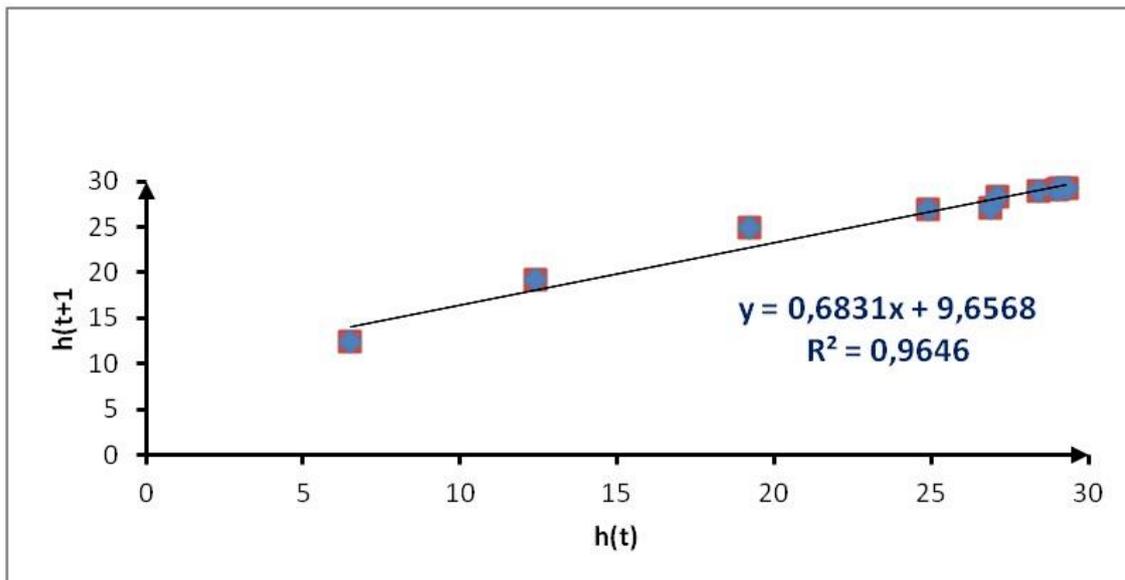
Gráfico 1- Dados reais do crescimento do feijão, sob as cinco condições



Fonte: arquivo do pesquisador

Com o objetivo de relatar como se deu o procedimento de determinação do Modelo Exponencial Assintótico para cada Pé de Feijão irrigado diferentemente, primeiro se buscou estabelecer o valor de estabilização para o crescimento do Pé de Feijão irrigado apenas com água. Por meio do método conhecido como Ford-Walford, no qual baseia-se em determinar o valor para o qual uma solução irá se estabilizar, esse método é utilizado em modelos de dinâmica populacional. Logo através do referido método obteve-se o 'gráfico 2', cujos pontos foram ajustados linearmente:

Gráfico 2-Cálculo do valor de estabilização ( $h^*$ ) da planta regada apenas com água



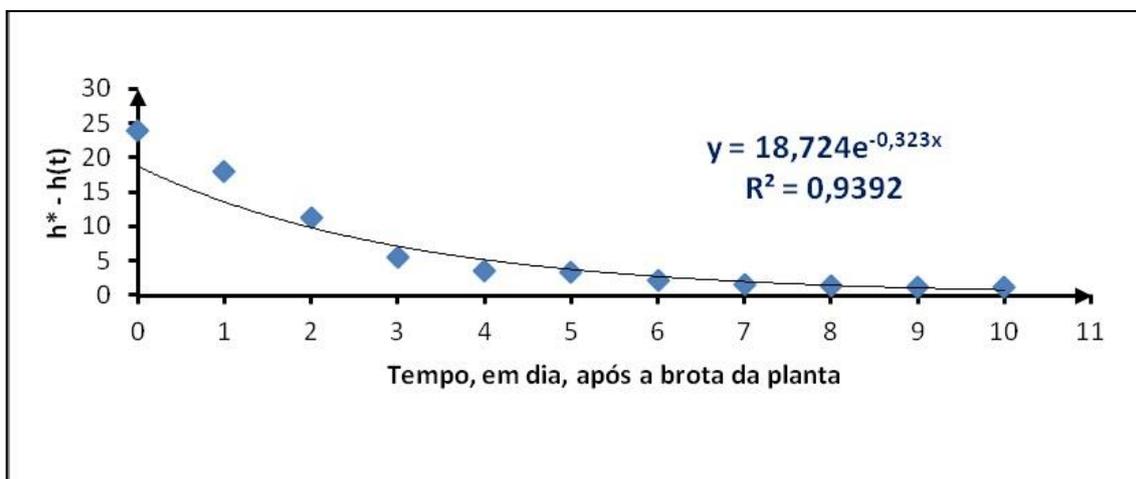
Fonte: arquivo do pesquisador

Pelo método "Ford-Walford", o valor de estabilização do crescimento de uma planta ( $h^*$ ) é obtido resolvendo-se o sistema de equações lineares dado por  $h(t) = h(t+1)$  e a equação obtida do ajuste linear dos pontos do gráfico acima, ou seja,  $h(t) = 0,6831.t + 9,6568$ . Desse procedimento obtemos para o "Pé de Feijão irrigado apenas com água", o valor de estabilização de seu crescimento que é, aproximadamente,  $h^* \approx 30,5$  cm.

De posse do valor de  $h^*$ , o passo seguinte na determinação do Modelo Exponencial Assintótico é identificar a chamada Função Auxiliar que, neste caso, é uma função decrescente, na forma  $h(t) = a.e^{bt}$ .

A Função Auxiliar pode facilmente ser determinada via planilha Excel. Expomos a representação gráfica dos valores de ' $h^* - h(t)$ ' em função do tempo. Com o ajuste dos pontos através de uma função exponencial, geramos o 'gráfico 3'. A formulação da Função Auxiliar para o Modelo Exponencial Assintótico associado ao Pé de Feijão '1' é dado por:  $h(t) = 18,724 .e^{(-0,323 . t)}$ .

**Gráfico 3-Função auxiliar para o caso da irrigação apenas com água**



Fonte: Arquivo do pesquisador

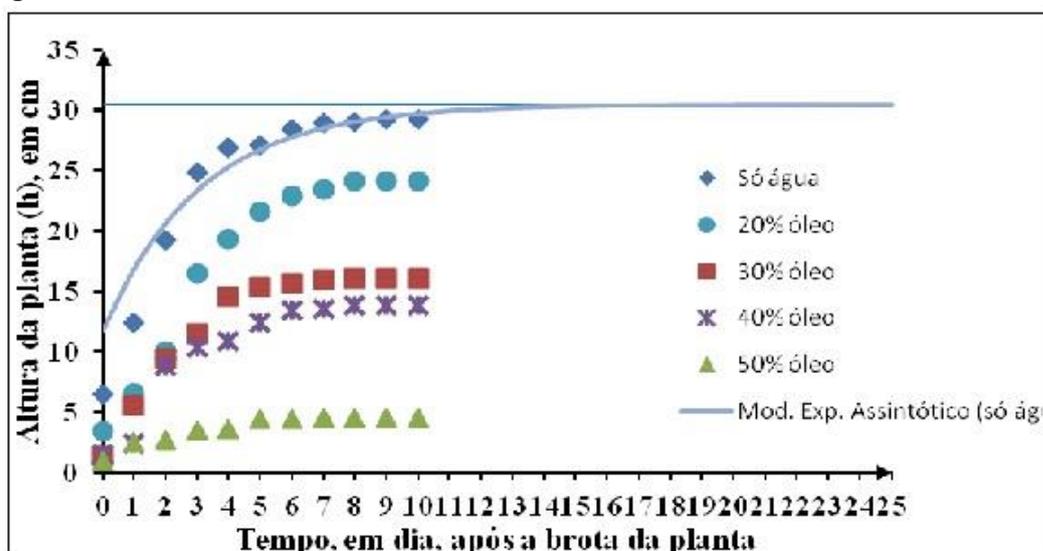
A lei da Função Auxiliar para o Modelo Exponencial Assintótico associado ao Pé de Feijão '1' tem a formulação  $h(t) = 18,724 .e^{(-0,323t)}$ . Portanto, o Modelo Exponencial Assintótico na forma  $h(t) = h^* - a.e^{bt}$ , onde  $h^* > 0$  e  $b < 0$ , é dado por  $h(t) = 30,5 - 18,724.e^{(-0,323.t)}$

## 2.4 A fase da significação e expressão

Nesta etapa final, Bonotto, Scheller, Biembengut (2014) é o momento que deve acontecer a interpretação da solução e a validação do modelo em questão.

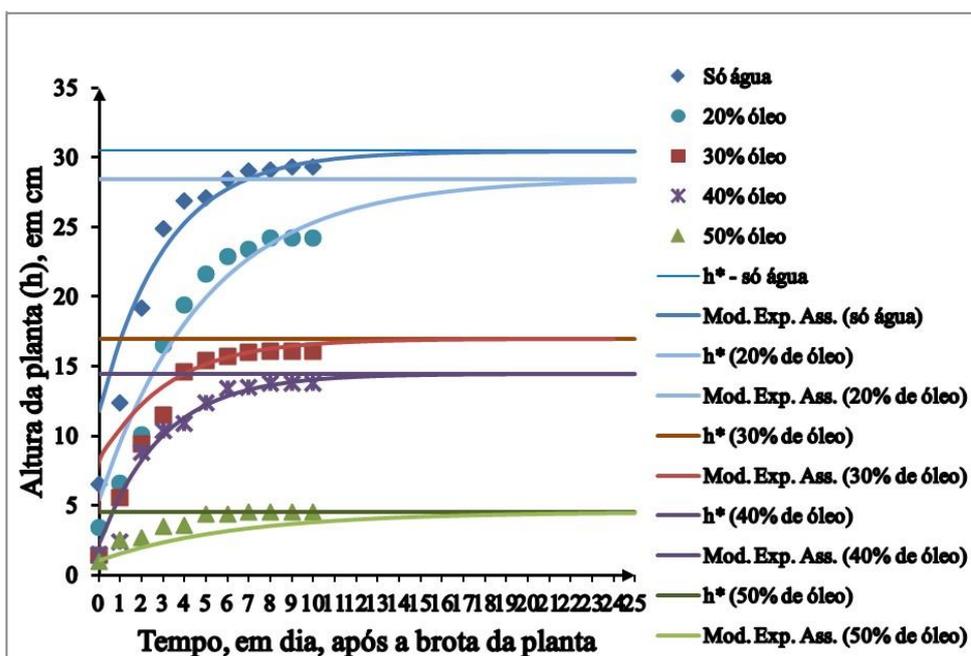
Traçando os gráficos do modelo exponencial assintótico obtido e da função auxiliar que representa o valor de estabilização do crescimento do 'Pé de Feijão irrigado apenas com água' obtemos:

Gráfico 4-: Modelo exponencial assintótico para o caso da irrigação apenas com água



Utilizando-se de procedimento similar com os dados coletados frente aos demais Pés de Feijão, o gráfico abaixo apresentado dos os Modelos Exponenciais Assintóticos obtidos.

Gráfico 5-Modelo exponencial assintótico para os cinco casos de irrigação



Com relação aos experimentos com os Pés de Feijão, observa-se que os Modelos Exponenciais Assintóticos obtidos se adequam satisfatoriamente aos dados reais coletados, nos cinco casos estudados.

## 2.5 Experimento com os aquários

O objetivo central do experimento é a Compreensão e sensibilização dos leitores/alunos em relação ao descarte inapropriado do óleo de cozinha utilizado sob o efeito na oxigenação na água, bem como o desenvolvimento de uma ação protagonista dos alunos tanto por parte da coleta de dados como também saber trabalhar em grupo e bem como na reflexão sobre a sociedade.

Para realização desse experimento será necessária à utilização dos seguintes materiais:

- 5 aquários de no mínimo 1 litro;
- 10 plantas aquáticas de água doce;
- Óleo de soja (usado)
- Kit de nível de oxigênio (3 reagentes e uma tabela de cores);
- 1 Pipeta

Tempo estimado: De 30 a 40 dias.

### 2.5.1 Descrição do experimento

Similarmente, no experimento que investigou a influência do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado sobre o nível de oxigenação da água, os procedimentos para a determinação dos respectivos Modelos Exponenciais Assintóticos foram os mesmos. Somente que agora, o Modelo buscado será decrescente, cuja função procurada será do tipo  $O(t) = O^* + a \cdot e^{b \cdot t}$ .

Neste experimento investigou-se o nível de oxigenação da água de cinco (5) aquários, cada um deles contendo dois (2) exemplares de plantas aquáticas

("Higrofila Stricta") e preenchidos apenas com "água" (Aquário "1") ou com misturas de "água e óleo" com diferentes quantidades de óleo, isto é, "80% de água e 20% de óleo" (Aquário "2"), "70% de água e 30% de óleo" (Aquário "3"), "60% de água e 40% de óleo" (Aquário "4") e "50% de água e 50% de óleo" (Aquário "5").

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO DOS EXPERIMENTOS

#### 3.1 Experimento com aquários

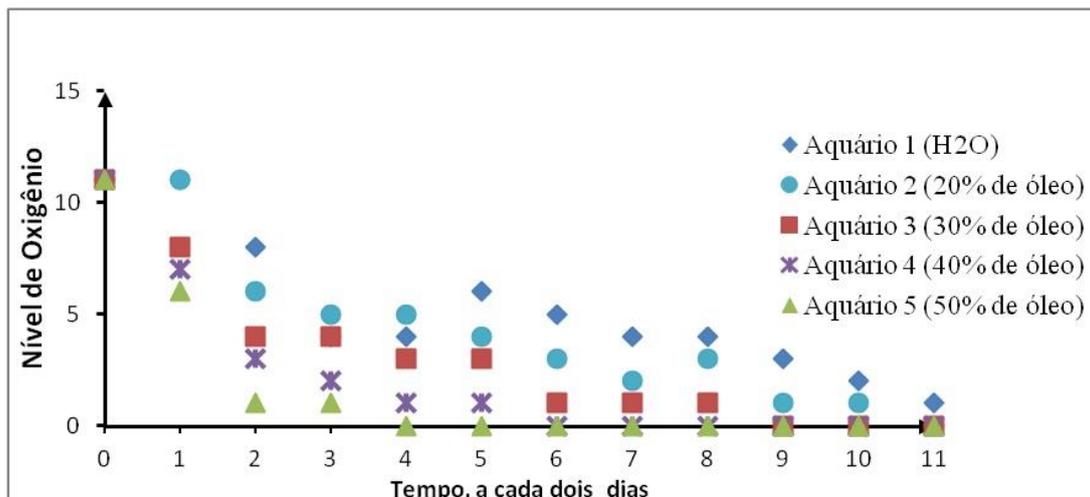
Com os aquários preparados, utilizou-se de um "Kit" para determinação do nível de oxigênio dissolvido em água, chamado "O<sub>2</sub> Dissolvido", o qual fornece três tipos de reagentes e uma tabela de cores para ser utilizada na determinação deste nível por comparação. Como resultado do uso dos reagentes e da tabela de cores deste "Kit" nas águas coletadas, de dois em dois dias, dos aquários obteve-se os seguintes dados:

Tabela 2- Determinação do nível de oxigênio dissolvido em água

Tempo	Aquário 1 (H <sub>2</sub> O)	Aquário 2 (20%)	Aquário 3 (30%)	Aquário 4 (40%)	Aquário 5 (50%)
0	11	11	11	11	11
1	11	11	8	7	6
2	8	6	4	3	1
3	4	5	4	2	1
4	4	5	3	1	0
5	6	4	3	1	0
6	5	3	1	0	0
7	4	2	1	0	0
8	4	3	1	0	0
9	3	1	0	0	0
10	2	1	0	0	0
11	1	0	0	0	0

A partir dos dados coletados plotou-se o gráfico do "nível de oxigênio" em função do "tempo" decorrido imediatamente após o preparo dos aquários, obtendo-se:

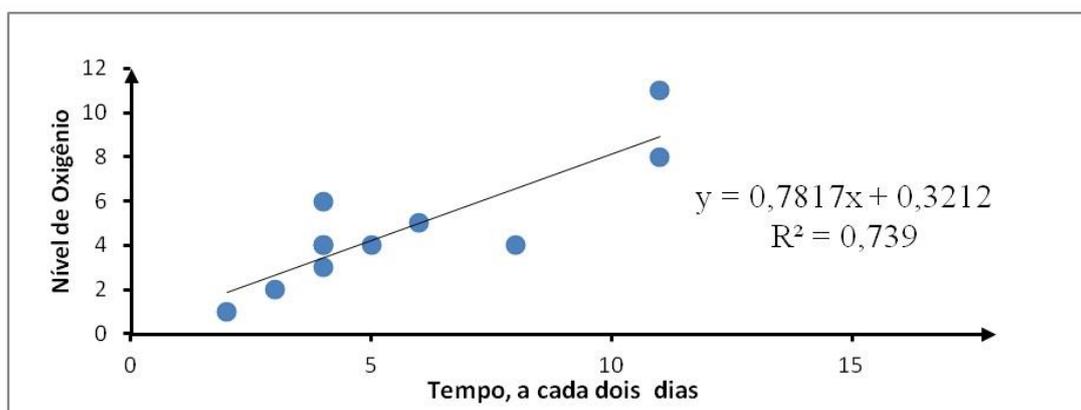
**Gráfico 6-Nível de oxigênio nos aquários**



Fonte: Arquivo do pesquisador

Com o objetivo de relatar como se deu o procedimento de determinação do "Modelo Exponencial Assintótico" para o nível de oxigenação da água em cada um dos aquários, buscou-se, primeiro, estabelecer o valor de estabilização para o decréscimo deste nível. Novamente, usou-se o método "Ford-Walford", primeiro para o Aquário "1", obtendo-se o seguinte gráfico, cujos pontos foram, posteriormente, ajustados linearmente:

**Gráfico 7-Estabilização (O\*) Aquário 1**

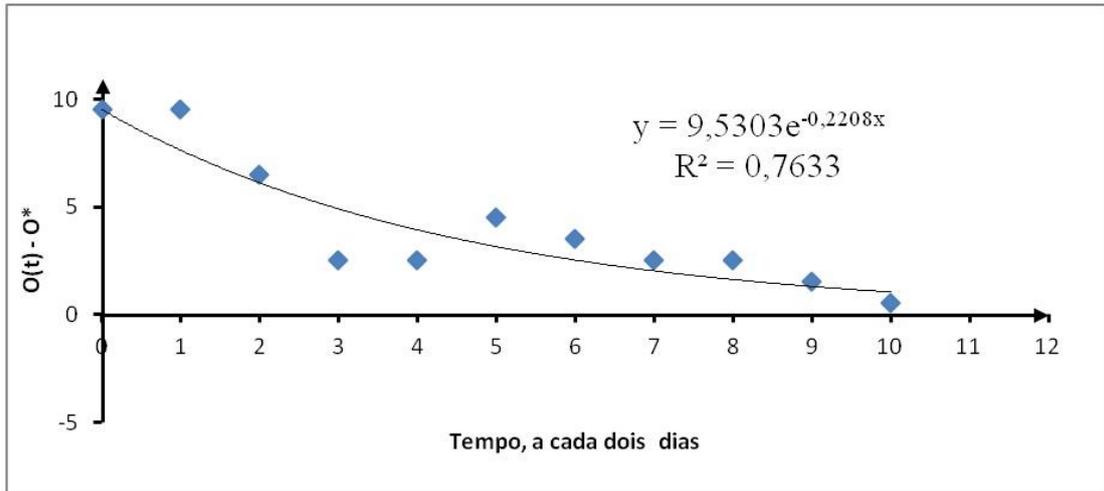


Fonte: Arquivo do pesquisador

Pelo método "Ford-Walford", o valor de estabilização do nível de oxigênio ( $O^*$ ) é obtido resolvendo-se o sistema de equações lineares dado por  $O(t) = O(t+1)$  e  $h(t) = 0,7817.t + 0,3212$ , resultante do ajuste linear acima. Desse procedimento se obteve que o valor de estabilização do nível de oxigênio dissolvido na água do Aquário "1" ao longo do tempo será de, aproximadamente,  $O^* \approx 1,47$  ppm.

Tendo obtido o valor de  $O^*$ , o próximo passo na determinação do Modelo é identificar a "Função Auxiliar", que neste caso será do tipo:  $h(t) = a \cdot e^{bt}$ . Para isso, plota-se o gráfico com os dados de " $O(t) - O^*$ " em função do "tempo", obtendo-se:

**Gráfico 8-Função auxiliar para Modelo Exponencial Assintótico**



Fonte: Arquivo do pesquisador

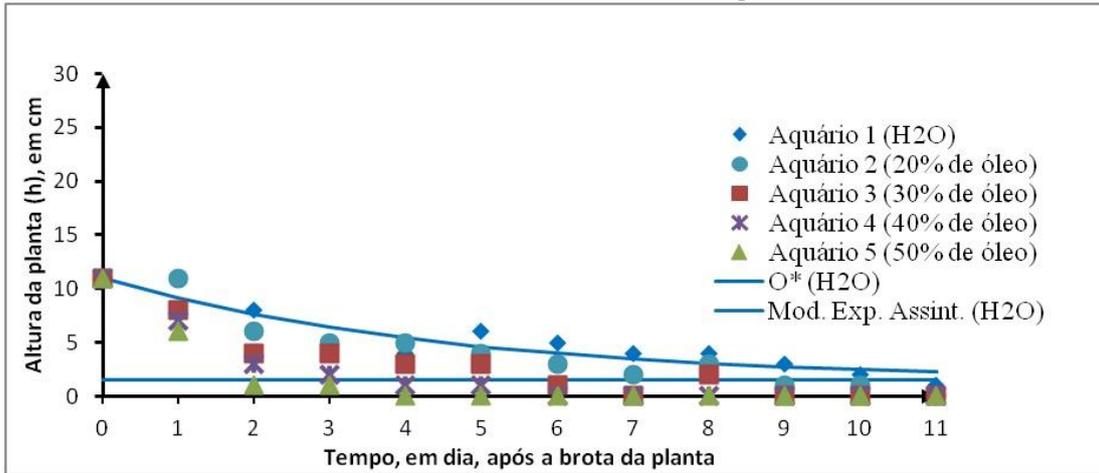
Ou seja, a "Função Auxiliar" para o Modelo Exponencial Assintótico do Aquário "1" é dada por:  $O(t) = 9,5303 \cdot e^{(-0,2208 \cdot t)}$ .

Portanto, o Modelo Exponencial Assintótico procurado, que será dado por uma função exponencial do tipo  $O(t) = O^* + a \cdot e^{b \cdot t}$ , onde  $O^* > 0$  e  $b < 0$ , será dado por:

$$O(t) = 1,47 - 9,5303 \cdot e^{(-0,2208 \cdot t)}$$

Traçando os gráficos do "modelo exponencial assintótico" obtido e da "função constante" que representa o valor de estabilização do nível de oxigênio do aquário preenchido apenas com água, obtemos:

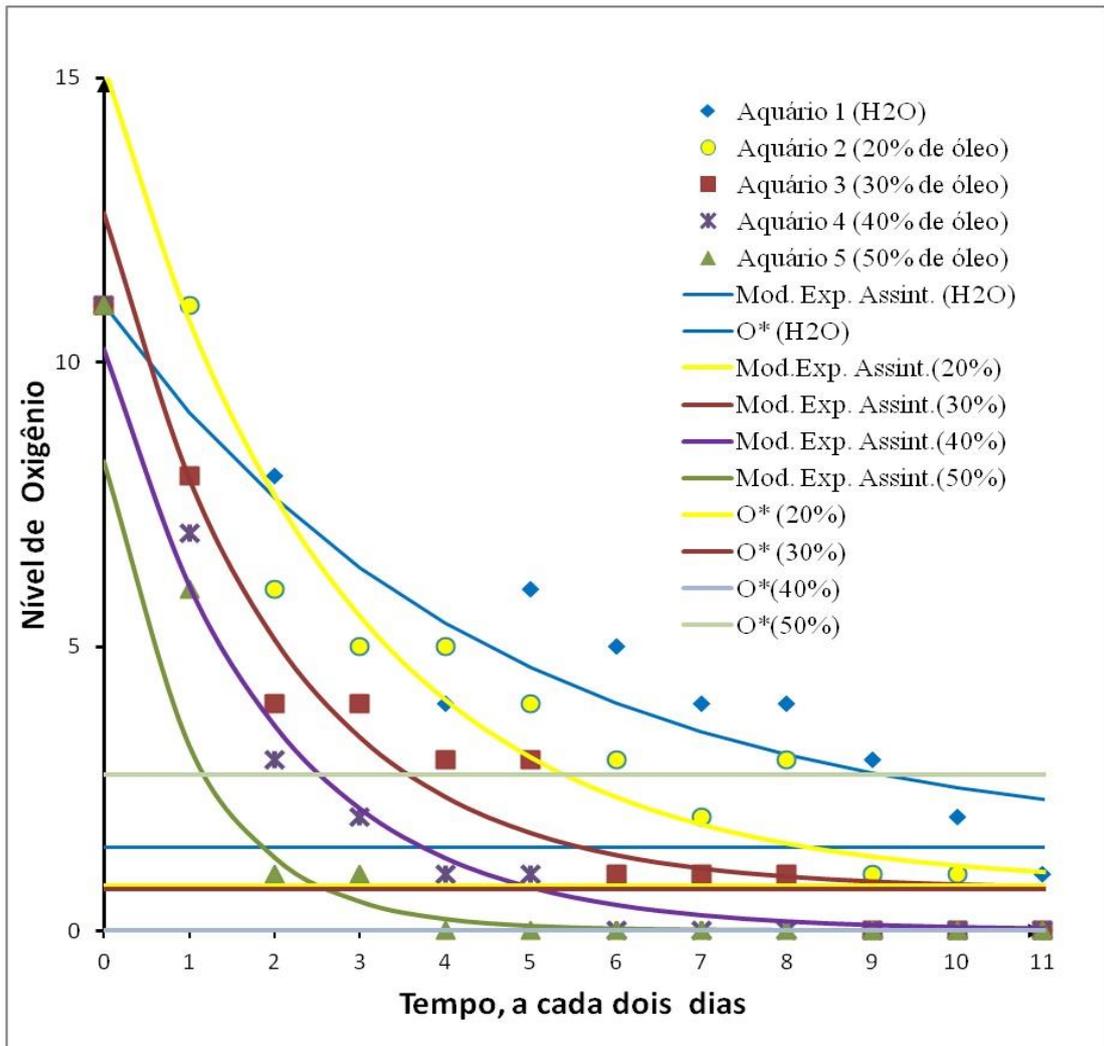
**Gráfico 9-Dados reais e Mod. Ex. Assintótico de oxigênio na H2O**



Fonte: Arquivo do pesquisador

O gráfico contendo todos os Modelos Exponenciais Assintóticos para todos os Aquários é mostrado abaixo:

**Gráfico 10- Dados reais e Mod. Ex. Assintótico nas 5 condições impostas**



Fonte: Arquivo do pesquisador

Durante os experimentos, assim como no caso anterior foram tiradas diversas fotos. A foto abaixo mostra o procedimento de coleta de água utilizado para se proceder com a medição do nível de oxigenação da água em um dos aquários:

**Figura 1-Procedimento de coleta de água em um dos aquários**



Já no experimento com os Aquários, observa-se que esta adequação não ocorre com o mesmo grau de precisão, visto que os erros observados nos ajustes exponenciais das "Funções Auxiliares" variam consideravelmente. Acredito que um dos motivos da ocorrência deste fato seja a subjetividade com a qual define o grau de coloração da água retirada dos aquários, pois após esta ser tratada com os reagentes fornecidos, o nível de oxigênio da água sob análise é indicado por comparação com a tabela de cores fornecida no "Kit". Como há uma grande variação entre as colorações apresentadas na tabela, conseqüentemente, há também uma maior possibilidade de erro nesta comparação.

Portanto, este trabalho apresentou para mim uma ferramenta, a Modelagem Matemática, que talvez possa me auxiliar na busca de um

processo de ensino e aprendizagem para a matemática mais condizente com as necessidades atuais de nossa sociedade.

Com relação às dificuldades que encontrei neste trabalho destaco:

(1º) a necessidade de encontrar o ambiente propício para o plantio e crescimento dos feijões, bem como a melhor posição para os aquários em minha casa;

(2º) a busca por realizar a irrigação e as medições dos feijões sempre que possível no mesmo horário todos os dias.

Em uma próxima oportunidade de pesquisa que possa vir a ter, espero poder desenvolver um trabalho similar a este, embora buscando necessariamente aplica-lo em sala de aula, uma vez que este era um dos objetivos iniciais desse projeto. Além disso, esta aplicação me ajudaria a avaliar a eficácia da modelagem na tentativa de contextualização dos conceitos matemáticos que terei de ensinar aos meus futuros alunos. Talvez, nesta linha de raciocínio, me proporia a investigar se a participação direta dos alunos na escolha do tema a ser modelado aumenta ou não o interesse deles para o estudo da matemática.

### **3.2 ANÁLISE DA METODOLOGIA PROPOSTA**

Para Monteiro (2001) existem dois grupos que se utilizam da modelagem: os profissionais da matemática aplicada que a veem como um método de pesquisa e os professores que a veem como uma estratégia metodológica para o ensino de matemática. No primeiro caso o objetivo é articular pressupostos e teorias matemáticas ao estudo de modelos a fim de obter resultados precisos. No segundo grupo, a modelagem serve também para tirar o aluno do papel de simples reproduzidor de conhecimento para passá-lo a um papel de também solucionador de problemas e de coadjuvante do processo de construção de seu próprio conhecimento.

Bassanezi (2002, p. 28) acredita que na área da educação há a necessidade de se:

[...] buscar estratégias alternativas no processo de ensino-aprendizagem da matemática que facilitem a sua compreensão e utilização e dessa forma a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Das vertentes da Modelagem, interessa-nos aqui pensar na concepção pedagógica e com isso pensar um pouco sobre o ensino de matemática nas escolas propondo assim questionamentos que talvez não sejam respondidos, mas que fomentem reflexões sobre o próprio trabalho e nosso papel como professor de matemática. Um pensar que nos remeta a fala de Borba (1999, p.26) quando destaca uma “concepção pedagógica na qual grupos de alunos escolhem um tema ou problema para ser investigado, e com auxílio do professor desenvolvem tal investigação que muitas vezes envolve aspectos matemáticos relacionados com o tema”.

Ao pensarmos na metodologia proposta para este projeto podemos inclusive refletir sobre o que não deu certo enquanto execução das atividades com alunos que nem chegaram a acontecer. Como descrito em outras etapas, obtivemos uma resposta positiva e entusiasmo inicialmente por parte do coordenador dos cursos a qual objetivávamos a realização do projeto. Entretanto, o entusiasmo inicial transformou-se em ausência de respostas, o que nos leva ao segundo ponto dessa discussão, a proposta de ensino.

Assim, na concepção pedagógica deste projeto de pesquisa, em nível de Iniciação Científica, acabou se concentrando na utilização da modelagem matemática para o melhor entendimento de problemas da realidade, ou seja, as consequências do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado sobre o solo e a água. Entretanto, como futuro professor de matemática espero, numa futura e próxima oportunidade, aplicar a modelagem matemática com a participação de meus futuros alunos.

#### **4 A IMPORTÂNCIA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA**

No entendimento de que o trabalho com a Modelagem Matemática nos permite extrair de um fato real, por meio de uma análise e coleta de dados, elementos que permitam a compreensão, a priori, de uma situação-problema para então traduzir-se em linguagem matemática; fechamos o círculo do modo como começamos, entendendo o problema, mas a matemática, nesse caso, nos permite a compreensão e resolução deste.

Pesquisadores da área da educação como Moreira (2012), argumenta que para haver uma aprendizagem significativa, é preciso que haja algum conhecimento relevante já existente na estrutura cognitiva do aprendiz. Partindo desse pressuposto, tanto mais terá significado a aprendizagem em matemática se conseguirmos interagir com tais estruturas prévias dos estudantes para então transpor em linguagem matemática na resolução da situação-problema.

No entanto, há várias formas de atuação com esta ótica, em que, mediado pelo desenvolvimento de um dado problema, privilegie-se propostas de atividades contextualizadas com o conteúdo que se queira ensinar.

Criar condições que favoreça aos professores a organização de suas ações didáticas podem ser experimentadas por modalidades organizativas, na utilização de procedimentos e estratégias que devem estar engajadas com o objetivo pretendido. Podemos tanto ter por foco na modelagem matemática, contextualizações que deem significado para os alunos no entendimento da linguagem matemática, como podemos incitar ainda mais a problematização de um acontecimento real, levando-os não só ao entendimento da linguagem matemática, mas no entendimento do contexto de vida ao qual estão inseridos.

Em todo o caso, um importante aspecto a ressaltar é a relação entre professor – conhecimento – aluno, denominado como funcionamento didático. O conhecimento é a ponte entre o professor e o aluno nessa relação, logo o saber/conhecimento precisa ser levado ao aluno de uma maneira tranquila e

significativa. Para isso, deve-se valer a “transposição didática” como prática pedagógica, que em seu objetivo final, “*é transformar o objeto do saber do sábio, o saber produzido pelos cientistas, em saber ensinado, que é o saber absorvido pelo aluno*”. A transposição didática age como mediadora na transformação do saber científico em saber escolar, facilitando, assim, a aprendizagem do aluno (CHEVALLARD, 1991).

Delimitaremos aqui a Sequência Didática LERNER (2002) como uma das modalidades organizativas, maneiras de organizar atividades inter-relacionadas, “*superando a fragmentação das propostas, como um fio condutor de atividades*”, que possibilita uma visão organizada, integrada e articulada entre as áreas do conhecimento quanto aos processos de ensino e aprendizagem, ainda, favorecem administrar o tempo e as metas pedagógicas. Segundo Zabala (1998) sequências didáticas são:

um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos (...) (ZABALA,1998 P.18)

Tomando por base de estudos para a planificação de sequências didáticas, a definição de ZABALA (1998) que a sistematiza como um conjunto de atitudes pedagógicas de relações interativas necessárias e que favorecem o processo ensino-aprendizagem, a partir do planejamento do professor. São elas:

**Tabela 3- Planificação de Sequência Didática**

<p><i>Planejamento flexível</i></p>	<p><i>Planejar a atuação docente de uma maneira suficientemente flexível para permitir a adaptação às necessidades dos alunos em todo o processo de ensino/aprendizagem;</i></p>
<p><i>Aula dialógica e valorização dos conhecimentos prévios</i></p>	<p><i>Contar com as contribuições e os conhecimentos dos alunos, tanto no início das atividades como durante sua realização;</i></p>

<i>Conscientização da aprendizagem</i>	<i>Ajudá-los a encontrar sentido no que estão fazendo para que conheçam o que têm que fazer, sintam que podem fazê-lo e que é interessante fazê-lo;</i>
<i>Metas</i>	<i>Estabelecer metas ao alcance dos alunos para que possam ser superadas com o esforço e a ajuda necessários;</i>
<i>Mediação docente</i>	<i>Oferecer ajudas adequadas, no processo de construção do aluno, para os progressos que experimenta e para enfrentar os obstáculos com os quais se depara;</i>
<i>Suportes conceituais e procedimentais, contextualização e reflexão sobre o objeto de estudo</i>	<i>Promover atividade mental que permita estabelecer o máximo de relações como o novo conteúdo, atribuindo-lhe significado no maior grau possível e fomentando os processos de metacognição que lhe permitam assegurar o controle pessoal sobre os próprios conhecimentos e processos durante a aprendizagem;</i>
<i>Acordo didático e combinados</i>	<i>Estabelecer um ambiente e determinadas relações presididas pelo respeito mútuo e pelo sentimento de confiança, que promovam a autoestima e o autoconceito;</i>
<i>Aula dialogada</i>	<i>Promover canais de comunicação que regulem os processos de negociação, participação e construção;</i>
<i>Avaliação</i>	<i>Avaliar os alunos conforme suas capacidades e seus esforços, levando em conta o ponto pessoal de partida e o processo por meio do qual adquirem conhecimento e incentivando a autoavaliação das competências como meio para favorecer as estratégias de controle e regulação da própria atividade.</i>

Diante da necessidade de organização, planejamento prévio e atitudes pedagógicas, conforme pode se verificar no quadro acima, temos uma gama de situações que esbarram diretamente no ensino por meio da Modelagem

Matemática, mas não se limitam a ela e sim a todo processo de ensino e aprendizagem.

Como se aponta que uma prática bem sucedida nesse campo de estudo exige flexibilidade, criatividade e entusiasmo, do professor e do aluno, há a exigência também de condições que favoreçam esses três pontos. Fator este que ainda carece de estudo, pois apesar de algumas experiências bem sucedidas de pesquisas com a Modelagem Matemática, em uma determinada modalidade de ensino, como na educação básica, pública, o desafio ainda é maior, dada as condições de trabalho que em muitos aspectos minam a criatividade e o entusiasmo, além da falta de flexibilidade para planejamento e etapas de execução da proposta.

#### **4.1 Sequência de Atividades Didáticas**

Como graduando em Licenciatura de Matemática, já vivenciei algumas práticas de observação de sala de aula em que o ensino tende a uma prática desarticulada da realidade. Outros momentos, percebi propostas envolventes, tanto na escola quanto na universidade e o que precedeu a essa prática foi o planejamento prévio e a intencionalidade pedagógica do professor. Para tal, primeiramente, necessitamos planejar uma sequência de atividades didáticas (SAD) que possibilite colocar em prática as ideias acima reunidas.

Para Brousseau (1986, p. 33-116), uma sequência didática é uma série de situações que se estruturam ao longo de uma quantidade prefixada de aulas com objetivo de tornar possível a aquisição de saberes, sem esgotar o assunto sendo trabalhado.

Por outro lado, Zabala (1998, p.18) define a expressão "sequência didática" como sendo o "conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas (entre si) para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim, conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos".

Assumindo a compreensão proposta por Zabala para a expressão "sequência didática", enfatizo que nela deve prevalecer sua intencionalidade

educacional, ou seja, na SAD planejada deve estar claramente evidenciados: seu embasamento teórico, no caso a Modelagem; os conceitos e habilidades matemáticas a serem trabalhados; os procedimentos a serem seguidos durante as diferentes etapas do processo de modelagem; e, finalmente, as "posturas didática, pedagógica e profissional" que o Professor orientador dos trabalhos deve assumir em sala de aula.

Desta forma, de minha perspectiva de futuro de Professor de Matemática e para o planejamento, execução, análise e discussão desse TCC, farei uso de uma SAD para implementar, em sala de aula, a investigação sobre a "poluição da água e da terra pelo descarte inapropriado de óleo de cozinha já utilizado".

#### **4.2 SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE DIDÁTICA 1- Experimento com pé de feijão**

Para atingirmos esse objetivo tomam-se como pré-requisitos gerais os alunos possuírem compreensão/concentração no desenvolvimento do experimento bem como as habilidades matemáticas trazidas pelo documento da Secretária de Educação do Estado de São Paulo (SEE) –“Matriz de Referências para Avaliação SARESP: documento básico”(SEE, 2009, p72-73), elencadas abaixo:

- H06-Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal;
- H10-Efetuar cálculos com multiplicações e divisão de decimais;
- H23-Aplicar as principais características do Sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas;
- H29-Resolver situações-problema que envolvam grandezas direta ou indiretamente proporcionais;
- H30-Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.

### **4.3 SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE DIDÁTICA 2- Experimento com aquários**

Para atingirmos esse objetivo toma-se como pré-requisitos gerais os alunos possuírem compreensão/concentração no desenvolvimento do experimento bem como as habilidades matemáticas trazidas pelo documento da Secretária de Educação do Estado de São Paulo (SEE) –“Matriz de Referências para Avaliação SARESP: documento básico” (SEE, 2009, p72-73) elencadas abaixo:

- H06-Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal;
- H09-Efetuar cálculos com potências;
- H10-Efetuar cálculos com multiplicações e divisão de decimais;
- H13-Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração);
- H15-Expressar e resolver problemas por meio de equações;
- H23-Aplicar as principais características do Sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas;
- H29-Resolver situações-problema que envolvam grandezas direta ou indiretamente proporcionais;
- H30-Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc;
- H34-Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas;
- H35-Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos;

- H36-Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações (gráficos elementares- barras, linhas e pontos).

#### **4.4 SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE DIDÁTICA 3- O descarte inadequado de óleo e sua ação na natureza**

*O tema proposto é trabalhado no Currículo de Ciências do Estado de São Paulo para o 6º ano- Vol.2, p. 39-48 (Situação de Aprendizagem 4- Os seres vivos e a tecnologia). A proposta de atividade original envolve a compreensão da temática por meio de estratégias específicas de leitura para textos informativos.*

**Objetivo da Sequência Didática:** Espera-se com esse exemplo demonstrar possíveis caminhos para desencadeamento da temática a partir de uma problematização real quanto ao descarte de óleo na natureza, para então analisarmos o contexto cotidiano do aluno. Para tanto, trabalharemos no campo do reconhecimento de algumas estratégias que auxiliam na aquisição de competências matemáticas em sala de aula, valendo-se, inclusive, de procedimentos de leitura específicos para tal finalidade.

**Objetivo da atividade:** Reconhecer a importância das funções (modelos matemáticos) em situações onde o contexto exige **entender/significar** um objeto em estudo, sem a necessidade de “operar matematicamente” as “fórmulas mais elaboradas”.

#### **Habilidades a serem desenvolvidas com essa sequência:**

- Ler e analisar gêneros que apresentam traços informativos;
- Analisar, em um texto informativo, os mecanismos linguísticos utilizados para transmitir conhecimento de um tema, dados e conceitos.
- Estabelecer relações intertextuais para a compreensão global de um texto (o nascimento do número e);
- Utilizar-se da linguagem matemática para solucionar um problema;

- Ampliar o vocabulário específico da matemática para a compreensão de um texto.

## **DESENVOLVIMENTO:**

### **Descarte inadequado de óleo e sua ação na natureza**

#### **Atividade 1 – Identificação do conhecimento prévio**

Antes de iniciarmos a discussão é importante compreender o que os alunos sabem sobre o assunto, por meio de perguntas propositivas, tais como:

- ***Vamos pensar um pouco no óleo que a gente usa na casa, o que acontece quando a gente mistura com a água?***
- ***Quem sabe para onde vai o óleo que a gente joga pelo ralo da pia?***

#### **Atividade 2 – Identificação do conhecimento prévio- Leitura de imagens:**

- *Analise as imagens abaixo e crie uma questão para cada uma delas, representando seu conteúdo.*
- *Imagine que cada imagem é a resposta para uma pergunta formulada.*
- *Troque com seu colega, ele terá que adivinhar qual imagem é a resposta mais indicada para sua pergunta.*
- *Socialização entre os grupos.*

*(O professor anota na lousa as respostas do grupo e faz um apontamento geral sobre cada imagem):*

Figura 2- Leitura de imagens

 <p>© Mike Pumphrey/IST/Getty Images</p>	 <p>© Peter Leman/Getty Images/Corbis</p>
<p>Manchas provocadas pelo derramamento de petróleo no litoral da Escócia.</p>	<p>Resgate manual do petróleo derramado em praia na Costa Marítima, na Espanha.</p>
<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>
 <p>© Andrew Gaultier/Photograph</p>	 <p>© Alan Gaultier/Photograph</p>
<p>Aves marinhas podem ser atingidas pelo vazamento de petróleo.</p>	<p>Peixes mortos devido a derramamento de petróleo.</p>
<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>

Fonte: Caderno do Aluno- Ciências, p. 201...

**Problematização das imagens:**

- É possível reverter esse quadro?
- Temos casos de descarte inapropriado em nossa região?
- Como podemos mensurar essa devastação?

*(Sem conhecimento do assunto não há como obter respostas, portanto, esse é o momento de repertoriar o grupo com textos, vídeos e aplicativos, uma*

*ideia é trazer a eles o contexto regional com dados para que calculem o problema de descarte de óleo em Sorocaba, por exemplo).*

- Antes de construir a opinião sobre o assunto e formar as frentes para dar respostas o é importante que todos se apropriem dos materiais.

### **Atividade 3 – Aprofundando os conhecimentos- Texto informativo:**

*Agora, iremos realizar a primeira leitura do texto. Para tanto, acompanhe-a silenciosamente, destacando as palavras e expressões que lhe causarem dúvida, curiosidade ou surpresa.*

**Figura 3- Leitura e análise de texto- Quando a natureza socorre**



**Leitura e análise de texto**

**Quando a natureza socorre a natureza**

*Por meio da biorremediação, micro-organismos presentes no ambiente promovem a degradação de poluente.*

Alguns dos avanços mais significativos da ciência ocorreram porque o homem desenvolveu métodos e técnicas para imitar a natureza. Nos laboratórios da Faculdade de Engenharia de Alimentos (FEA) da Unicamp, o princípio tem gerado resultados promissores, sobretudo numa área ainda pouco desenvolvida no Brasil: a microbiologia ambiental. Explicando de forma bastante simplificada, o que os pesquisadores fazem é utilizar micro-organismos presentes no ambiente (fungos, bactérias e leveduras) para promover a degradação de poluentes, como o petróleo e seus derivados. Assim, os cientistas conseguem acelerar o que a natureza levaria dezenas ou até mesmo centenas de anos para executar. Nos ensaios laboratoriais, os especialistas têm obtido índices de degradação que variam de 50% a 80%, chegando a atingir 100% em alguns casos.

O controle de poluentes por meio de processos biológicos é chamado de biorremediação. O método, como explica a professora Lúcia Regina Durrant, responsável por duas linhas de pesquisas na área, não é aplicado apenas em relação ao petróleo e seus derivados, mas também a uma série de subprodutos gerados pelos processos industriais.

O objetivo principal dos estudos conduzidos na FEA, segundo ela, é combater a contaminação do ambiente (mar, solo, rios e lençol freático), evitando deste modo prejuízos à cadeia alimentar e, conseqüentemente, ao homem. "O que nós procuramos fazer é utilizar os recursos oferecidos pela natureza em benefício dela própria", esclarece a docente, que trabalha neste segmento há cerca de dez anos.

A professora Lúcia conta que a sua equipe, composta em sua maioria por estudantes de pós-graduação, tem se dedicado inicialmente a isolar e selecionar os micro-organismos que se prestam à biorremediação. Como a diversidade é muito grande, os pesquisadores evitam fazer voos cegos. Uma forma de identificar bactérias e fungos potencialmente degradadores é coletá-los diretamente nas áreas contaminadas. Ou seja, se eles sobrevivem no local, é sinal que resistem ou até mesmo se "alimentam" dos poluentes.

Em seguida, os pesquisadores levam os micro-organismos ao laboratório e começam a estudá-los detalhadamente. Explicando de forma resumida, primeiro os micro-organismos são cultivados em algum substrato, que pode ser até mesmo o melão de cana. Depois, são colocados em contato com os poluentes.

Aqueles que obtêm bons índices de degradação, normalmente acima de 50%, são selecionados e passam por um outro tipo de análise, que é a da toxicidade. A professora Lúcia lembra que alguns micro-organismos promovem a degradação dos poluentes, mas produzem ao final do processo substâncias igualmente nocivas ao ambiente. "Esses não nos servem e são descartados", diz. Devido a esse grau de exigência, prossegue a docente, muitos estudos desenvolvidos na FEA partem de um grande número de micro-organismos, mas no máximo dois ou três são efetivamente aproveitados ao final das investigações. "É um trabalho que exige extrema precisão", afirma a especialista.

A missão dos cientistas da Unicamp não se encerra, entretanto, após a seleção dos micro-organismos próprios à biorremediação. De acordo com a professora Lúcia, a tendência verificada no mundo todo é associar diferentes bactérias, fungos e leveduras para alcançar resultados ainda melhores. Em outras palavras, os pesquisadores estabelecem consórcios microbianos, dado que um único micro-organismo dificilmente é capaz de realizar sozinha a descontaminação de uma área. "Assim, o que um não é capaz de fazer, o outro faz", destaca. Em outros países, principalmente nos Estados Unidos, a biorremediação vem sendo aplicada em larga escala.

Conforme a professora Lúcia, os norte-americanos já produzem *kits* contendo consórcios microbianos destinados às ações de despoluição. Ocorre, porém, que esses produtos, além de serem cotados em dólar, são extremamente caros. "Por isso é importante que o Brasil desenvolva a sua própria tecnologia. Não podemos nos tornar eternamente dependentes. Além do mais, a importação desse tipo de material é sempre arriscada, pois pode trazer riscos à nossa biodiversidade. Não dá para saber o que a eventual disseminação de um micro-organismo desconhecido poderia ocasionar ao nosso ambiente", adverte a docente.

A tendência, estima a professora Lúcia, é que dentro de poucos anos os pesquisadores da FEA consigam produzir pacotes prontos para trabalhos de biorremediação. Fazendo uma comparação, é como se eles criassem receitas como as de bolo, cada uma com uma mistura destinada a um tipo de aplicação. A especialista assinala ainda que, por lançar mão de recursos naturais, a biorremediação é considerada uma tecnologia ecologicamente correta. Ademais, ela chega a ser entre 65% e 85% mais barata do que os modelos convencionais de descontaminação e tratamento de rejeitos industriais. Para se ter um parâmetro de comparação, basta saber que o custo para incinerar uma tonelada de resíduos varia entre US\$ 250 e US\$ 300. Já a degradação do mesmo volume por meio do controle biológico exige um gasto da ordem de US\$ 40 a US\$ 70. [...]

- Antes de construir a opinião sobre o assunto e formar as frentes para dar respostas o é importante que todos se apropriem dos materiais.

**Atividade 3 – Aprofundando os conhecimentos- Texto informativo:**

- *Agora, iremos realizar a primeira leitura do texto. Para tanto, acompanhe-a silenciosamente, destacando as palavras e expressões que lhe causarem dúvida, curiosidade ou surpresa.*

**Questionário de interpretação do texto:**

- 1) Procure no dicionário o significado da palavra “**remediar**”.

---

---

---

---

- 2) Com base em sua resposta da questão 1, e conhecimento sobre o assunto, o que seria “**biorremediar**”?

---

---

---

- 3) É possível transformar a realidade em que você vive, quais seriam as propostas para reversão desse quadro: **o descarte inadequado de óleo e sua ação na natureza na cidade de Sorocaba.**

---

---

---

#### **4.5 SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE DIDÁTICA 3- O uso do software Excel – uma perspectiva gráfica sobre a consequência do descarte inapropriado do óleo de cozinha sobre o solo.**

**Objetivo da Sequência Didática:** Interpretação de dados  
Conscientização sobre as consequências de poluir o meio ambiente e concomitantemente usar uma Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) para uma melhor assimilação do tema estudado.

**Objetivo da atividade:** Análise e interpretação dos dados através do estímulo e uso do software Excel bem como a possível influência do descarte inapropriado do óleo de cozinha no solo.

Para isso os alunos deverão traçar um gráfico de pontos utilizando o referido software, os dados são referentes a uma simulação de alturas diárias de pés de feijão em copos de plásticos, sendo irrigados com água e as diversas concentrações de óleo.

#### **Habilidades a serem desenvolvidas com essa sequência:**

Utilizaremos como norte no desenvolvimento dessa sequência didática as habilidades matemáticas trazidas pelo documento da Secretária de Educação do Estado de São Paulo (SEE) –“Matriz de Referências para Avaliação SARESP: documento básico” (SEE, 2009, p72-73) elencadas abaixo:

- H06-Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal;
- H09-Efetuar cálculos com potências;
- H10-Efetuar cálculos com multiplicações e divisão de decimais;
- H13-Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração);
- H15-Expressar e resolver problemas por meio de equações;
- H23-Aplicar as principais características do Sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas;

- H29-Resolver situações-problema que envolvam grandezas direta ou indiretamente proporcionais;
- H30-Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc;
- H34-Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas;
- H35-Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos;
- H36-Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações (gráficos elementares- barras, linhas e pontos).

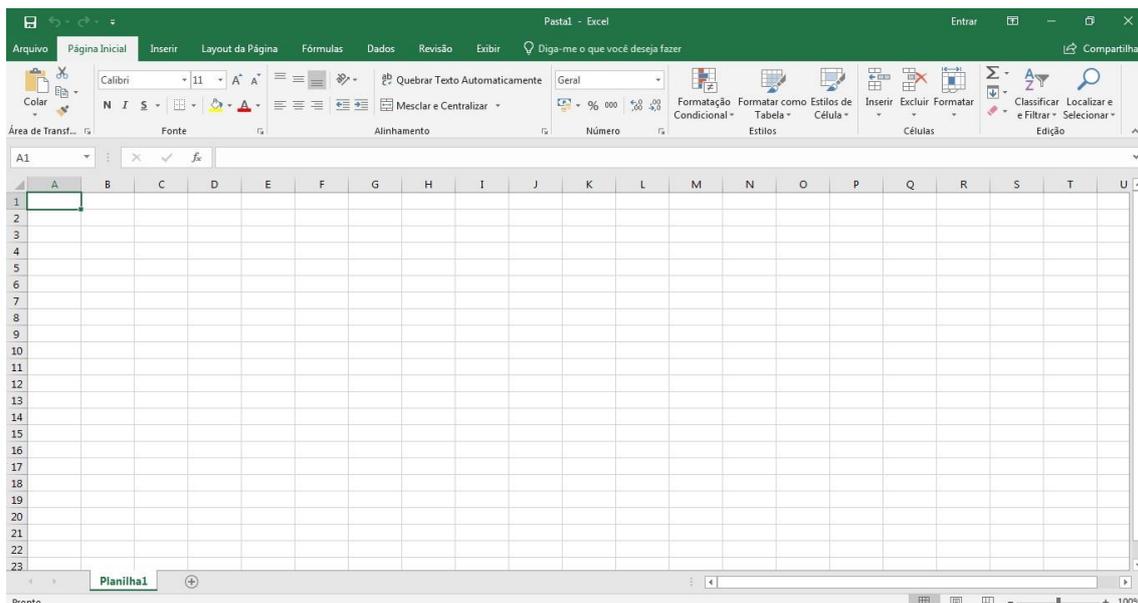
## DESENVOLVIMENTO:

Toda atividade poderá ser desenvolvida na sala de informática da escola, também denominada “Acessa Escola”, nos quais está instalado o software Excel. Lembrando que essa atividade poderá ser desenvolvida em duplas ou trios dependendo da quantidade de alunos sendo atendidos.

## Atividade

Ao abrirem o software Excel teremos essa imagem:

Figura 4- Planilha Excel 1



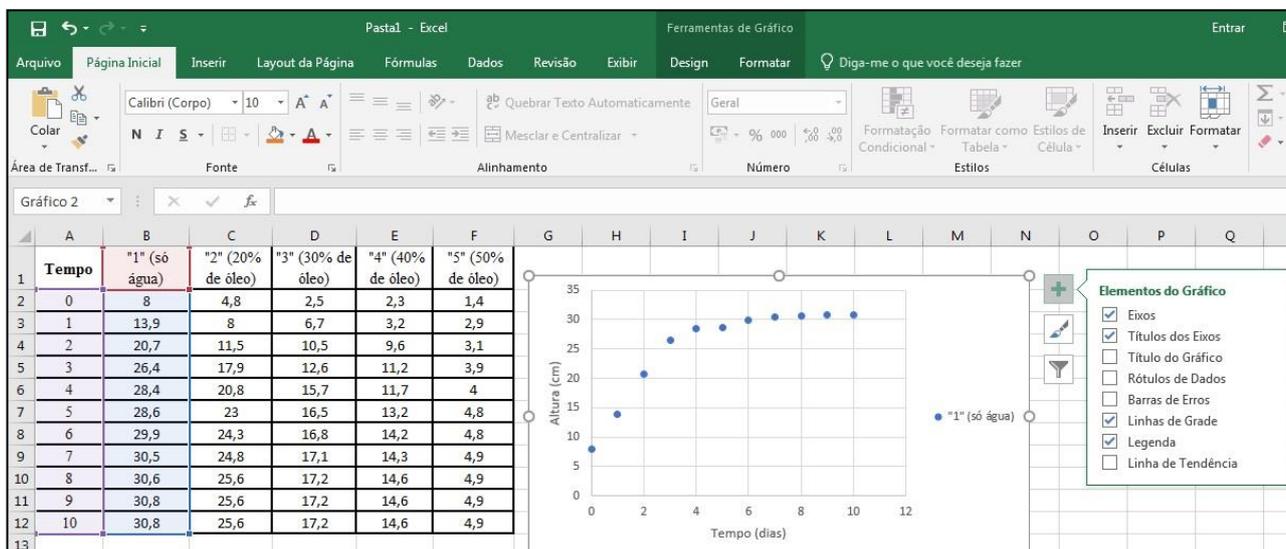
Para cada dupla ou trio, orientasse que aos alunos digitem no Excel a tabela abaixo, lembrando que a tabela referisse a alturas dos pés de feijão decorrendo-se 10 dias :

Figura 5- Tabela Excel preenchida

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Tempo</b>	"1" (só água)	"2" (20% de óleo)	"3" (30% de óleo)	"4" (40% de óleo)	"5" (50% de óleo)
2	0	8	4,8	2,5	2,3	1,4
3	1	13,9	8	6,7	3,2	2,9
4	2	20,7	11,5	10,5	9,6	3,1
5	3	26,4	17,9	12,6	11,2	3,9
6	4	28,4	20,8	15,7	11,7	4
7	5	28,6	23	16,5	13,2	4,8
8	6	29,9	24,3	16,8	14,2	4,8
9	7	30,5	24,8	17,1	14,3	4,9
10	8	30,6	25,6	17,2	14,6	4,9
11	9	30,8	25,6	17,2	14,6	4,9
12	10	30,8	25,6	17,2	14,6	4,9
13						

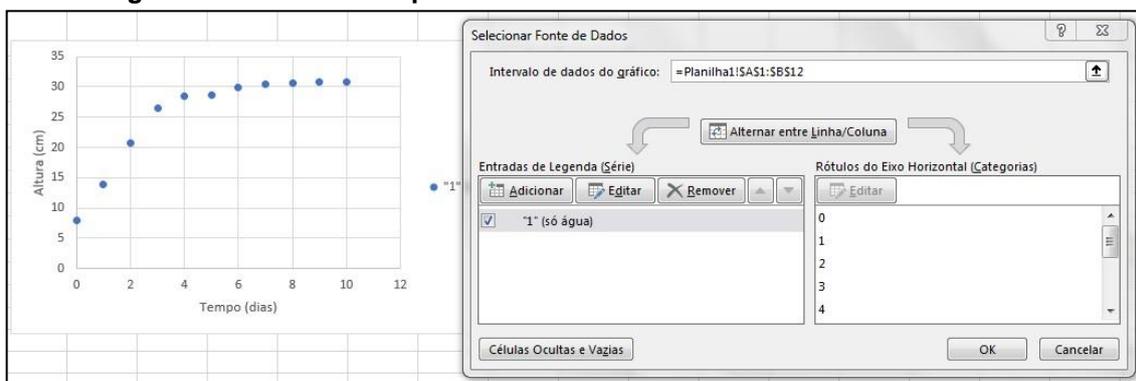
Deve-se orientar aos alunos que selecionem os dados relativos as colunas A e B e cliquem na barra de ferramentas o item "inserir". Em seguida, selecionem um tipo de gráfico no caso : "Gráfico de Dispersão", tipo "Pontos". Em seguida deverão nomear os eixos "x" e "y" com os respectivos nomes: Tempo (dias) e Altura (cm). Obteremos o seguinte Gráfico:

Figura 6- Tabela Excel passo 3



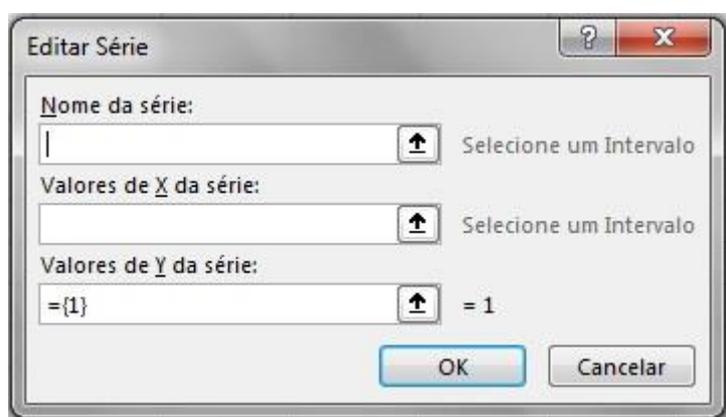
Para adicionarmos outros dados ao gráfico devemos clicar num campo próximo a borda do gráfico com o botão direito do mouse, e assim selecionar a opção “selecionar dados”. Em seguida irá se abrir uma janela intitulada “selecionar fonte de dados”. Observe a imagem descrita abaixo:

**Figura 7- Planilha Excel passo 4**



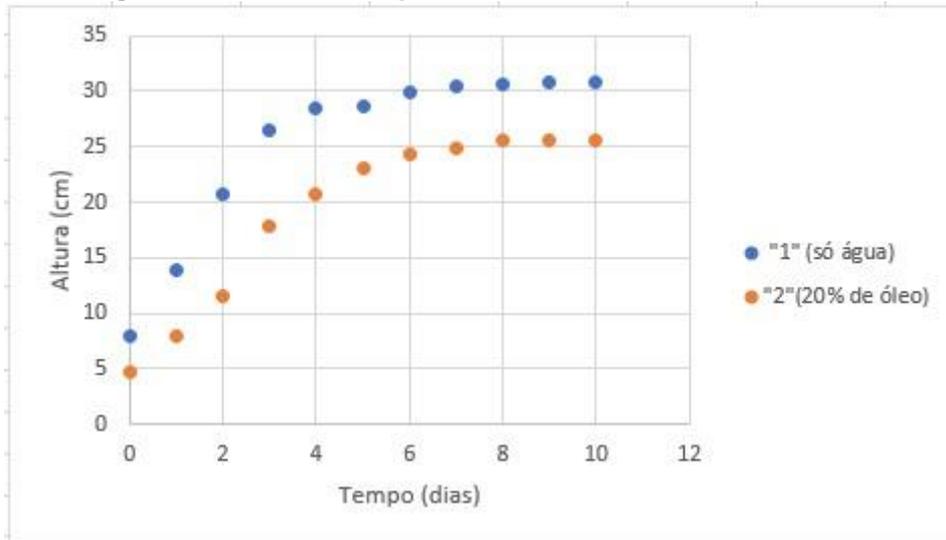
Orientar aos alunos que cliquem na opção “Adicionar” abrirá uma nova caixa de dados denominada “Editar Série”, confira na imagem abaixo:

**Figura 8- Planilha Excel passo 5**



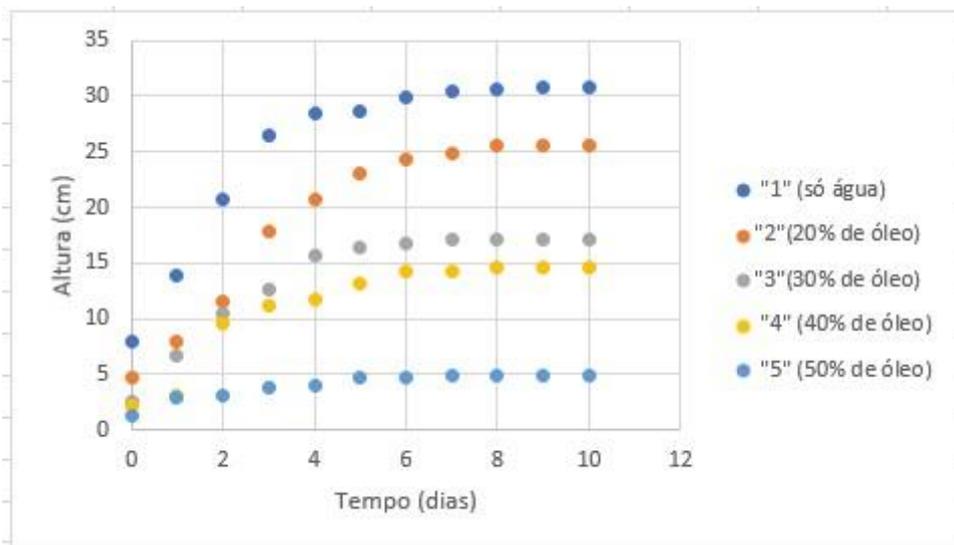
Na opção “nome da série” escrever “2” (20% de óleo). Na opção “Valores de X da série” selecione as células de A2 até A12, no que se refere aos dados do tempo. Na opção “Valores de Y da série” selecione as células de C2 à C12, no que refere-se aos dados da De altura do pé de feijão “2” com (20% de óleo). Ao clicar em “OK” espera-se que encontremos o seguinte gráfico:

Figura 9- Planilha Excel passo 6



Deve-se orientar aos alunos que repitam de modo análogo para as colunas D, E e F, obtendo assim o gráfico abaixo:

Figura 10- Planilha Excel passo 7



Observando e analisando o gráfico realizado o professor pode buscar diversas reflexões sobre o tema: descarte inadequado do óleo de cozinha usado no solo, por exemplo, “observar se o crescimento deu-se por similar em todos os casos?”, “em qual altura os pés de feijão estavam no sexto dia?”, “despejar inadequadamente o óleo de cozinha no solo traz resultados significantes para o solo?” entre outros questionamentos que o professor pode explorar dependendo da turma no qual está sendo desenvolvida essa atividade.

Além da perspectiva ambiental sugerida acima dessa SAD, podemos também fazer diversos apontamentos em relação ao próprio plano cartesiano como o também a importância e utilização de gráficos no cotidiano, fazendo referência assim a vários conceitos da Matemática empregada.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O objetivo principal desta pesquisa foi analisar a Modelagem Matemática como alternativa para o estudo de conceitos matemáticos, a qual acreditava de modo instintivo, ser a aproximação entre matemática e cotidiano. Entendendo-se a proposta de estudo nesse viés, as estratégias empreendidas poderiam contribuir muito para a aquisição da linguagem matemática. Assim o primeiro contato com possíveis estudantes para a realização da pesquisa foi na ETEC, como relatei no início desse trabalho, ainda como proposta de Iniciação Científica (IC). A dificuldade se deu pela logística da pesquisa, quem sabe mais propriamente pelo tempo da escola, que corre diferente do pesquisador e também quanto aos alunos, quanto se trata de ensino médio, o tempo sempre corre dividido entre escola e trabalho.

A ideia de trabalhar com a Modelagem Matemática para um problema comum na cidade quanto ao descarte inapropriado de óleo de cozinha no município de Sorocaba e seu impacto na natureza, compreendendo assim a Modelação dentro da Modelagem Matemática, como executado nessa pesquisa.

Os experimentos realizados foram acompanhados pelo próprio pesquisador na impossibilidade de trabalhar diretamente com alunos e este fator foi importante para compreensão do foco da pesquisa que estava em como desenvolver a modelação matemática da problemática e não em como seria recebido pelos estudantes. Também as sequências didáticas, algumas não tão voltadas para conceitos matemáticos, mas passíveis de ser realizadas por professores de outras áreas, destacaram a importância de procedimentos para compreensão da realidade, no alinhamento de uma sequência didática.

No que diz respeito ao ensino da matemática por meio dessa estratégia de ensino, concluímos que seu envolvimento decorre de um “passo a passo” muito bem detalhado que talvez possa ser iniciado no ensino fundamental, evoluindo para o ensino médio, pois implica em estratégias simples de aquisição do problema, de contextualização, porém a substituição/transformação para a linguagem matemática requer, como foi indicado nas SAD, alguns pré-requisitos, quanto ao próprio conhecimento da linguagem matemática pelos alunos, portanto é sempre um processo espiral. Reconhecer isso na escola talvez seja nosso grande desafio, porque a matemática em si é uma língua com códigos próprios e nem sempre sua aquisição está relacionada com o significado/relação com o cotidiano, há momentos de aquisição/compreensão do código por si só e outros em que a relacionamos de modo a facilitar nossa vida, o que deve estar sempre claro é a intencionalidade pedagógica ao aplicar uma sequência.

Assim, finalizo esse trabalho certo de que a pesquisa contribuiu para a formação deste pesquisador na compreensão de estratégias que facilitam a aquisição do conhecimento matemático, mas, além disso, em como a matemática contribui na compreensão de problemas reais e superação deles.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, J.C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **Reunião anual da ANPED**, 24, 2001, Caxambu, Anais. Rio de Janeiro: ANPED, 2001. 1CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática na sala de aula. **Perspectiva** – Rio Grande do Sul. Erechim. v.27, 2003, p. 65-74.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. & Hein.N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

BORBA, M. C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In. M. A. V. Bicudo (ed.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo, Editora UNESP, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Parâmetros curriculares nacionais**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, Jean. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1986. Cap. 1, p. 35-113.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Editora Ática, 2008.

CAZORLA, Irene Mauricio. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos**. 2002. 315p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CAZORLA, Irene Mauricio; CASTRO, Franciana Carneiro. **O papel da estatística na leitura do mundo: o letramento estatístico**. 2008. p.53. Ponta Grossa.

CHEVALLARD, Yves. **La Transposicion Didactica: Del saber sabio al saber enseñado**. Argentina: La Pensée Sauvage, 1991

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; SILVA, Maria José Ferreira da; ALMOULOUD, Saddo Ag. **Desenvolvimento do Pensamento Estatístico e sua Articulação com a Mobilização de Registros de Representação Semiótica**. Bolema, Rio Claro, v.24, n.39, p.495-514, 2011.

CURCIO, F. Comprehension of mathematical relationships expressed graphs. **Journal for Research in Mathematical Education**, v. 18, n. 5, p. 382-393, 1987.

CUSTÓDIO, Leandro Aparecido Alves. **Letramento probabilístico: um olhar sobre as situações de aprendizagem do caderno do professor.** 2017. 64p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2017.

D'AMBRÓSIO, U. Da realidade à ação: reflexos sobre educação e matemática. São Paulo: Summus, 1986.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, Silvia D.A. (Org.) **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas: Papyrus, 2003, p. 11-33.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.

FREITAS, Eliana Maria Bauschert de. **Relações entre mobilização do registro de representação semiótica e os níveis de letramento estatístico com duas professoras.** 2010. 216f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

FRIOLANI, Luis Cesar. **O pensamento estocástico nos livros didáticos do ensino fundamental.** 2007. 153f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

GAL, Iddo. **Adult's Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities.** International Statistical Review, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

JACOBINI, Otávio Roberto. **A Modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula.** 2004. viii, 225 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2004

LERNER, D. **Ler e escrever na escola – o real, o possível e o necessário.** Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2002.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. **A probabilidade e estatística no ensino fundamental: uma análise curricular.** 1998. p.127. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

Monteiro, A. e Junior, G. P. (2001). A matemática e os temas transversais. São Paulo: Moderna. (Educação em pauta: temas transversais).

Moreira, M.A. (2006). **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula.** Brasília: Editora da UnB.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado. **Currículo do estado de São Paulo: Matemática.** Coord. Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008. 64p.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado. **Currículo do Estado de São Paulo**: Matemática e suas tecnologias – Ensino Fundamental (Ciclo II) e Ensino Médio. Coordenação de área: Nilson José Machado. 1ª ed. atual. São Paulo, SEE, 2012. 72p.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado. **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo - Caderno do Professor**: 6º ano do Ensino Fundamental, Matemática. São Paulo: SEE, 2014-2017, v.2.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado. **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo - Caderno do Professor**: 7º ano do Ensino Fundamental, Matemática. São Paulo: SEE, 2014-2017, v.2.

SCHELLER, M; BONOTTO, D.; BIEMBENGUT, M. S. Formação continuada e Modelagem: percepções de professores. **Educação Matemática em Revista**. Ano 20, n. 46, p. 16-24, set. 2015. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/499/pdf>>. Acesso em: 14 de maio de 2018.

ZABALA, Antoni., **A prática educativa: como ensinar**. Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.