



**VII SEMANA DA FÍSICA E  
V SEMANA DA MATEMÁTICA  
11 à 14 de novembro de 2019  
UFSCAR - CAMPUS SOROCABA**

**CADERNO DE RESUMOS**

**Apresentações de pôsteres**



Organização: Profa. Dra. Graciele P. Silveira



VII SEMANA DA FÍSICA E  
V SEMANA DA MATEMÁTICA  
2019



UFSCAR - CAMPUS SOROCABA

---

Estudo sobre o uso de redes neurais como metamodelos para equações diferenciais  
parciais

Bruno Augusto V. N. Silva<sup>1</sup>, Renato F. Cantão<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Departamento de Física, Química e Matemática, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, Brasil.

**Palavras-chave:** Redes neurais, Aprendizado profundo, Equações diferenciais parciais,  
Metamodelos

## 1 Introdução

O *machine learning* é uma área da ciência da computação e da matemática aplicada, que busca permitir que computadores possam reconhecer padrões em amostras de dados, sem serem explicitamente programados para esta tarefa.

Este tipo de algoritmo se baseia na ideia de neurônios artificiais interligados em uma rede neural. Em uma rede neural contendo  $l$  camadas, um neurônio pode ser entendido como uma função que recebe um conjunto de dados provenientes da camada  $a^{l-1}$  de entrada e após realizar a transformação linear

$$a^l = \sigma(w^l a^{l-1} + b^l), \quad (1)$$

onde  $w^l$  é o parâmetro de peso de um neurônio,  $b^l$  o viés deste e  $\sigma$  é a função de ativação, retorna um valor  $a^l$ , que será passado para os neurônios mais internos da rede. Utilizando dados de treinamento, é possível realizar um processo de otimização, que calibra estes pesos e vieses, de modo que a rede seja capaz de retornar resultados em padrões desejados.

## 2 Objetivos

Neste projeto, o problema analisado foi, dado um conjunto de dados que descrevam um fenômeno que se comporte segundo uma equação diferencial parcial do tipo

$$u_t = N(t, x, u, u_x, u_{xx}, \dots) \quad (2)$$

onde  $u(x, t)$  é a solução desta equação e  $N$  um operador, buscamos determinar um modo de utilizar redes neurais para reproduzir o comportamento de  $N$ , criando um metamodelo de (2). As equações que objetivamos reproduzir com as redes neurais foram:

- Advecção

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

- Burgers Invíscido

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x}(u^2) = 0 \quad (4)$$

- Burgers Viscoso

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (5)$$

### 3 Materiais e métodos

Os códigos utilizados neste trabalho, foram escritos na linguagem de programação *Python*, com o uso de bibliotecas específicas para computação científica, dentre as quais se destacam o *TensorFlow*, para gerar e treinar as redes neurais e o *Clawpack* para gerar os dados de treinamento.

Para aproximar as equações (3), (4) e (5), foi utilizada uma associação de duas redes neurais, uma que aproximava a solução  $u(x, t)$  e uma que replicava o comportamento de  $N$ . Para obter a solução gerada pela rede neural, foi necessário recorrer a uma nova classe de solvers, chamados de redes neurais com informações física (PINN's).

### 4 Resultados e conclusões

Os resultados obtidos, apontam para a validade do uso de redes neurais como aproximadores de EDP's, com a obtenção de soluções com erros da ordem de  $10^{-2}$  e grande adaptabilidade da rede à alterações nos dados e capacidade de aproximação, com pequenas quantidades de dados.

### Referências

- RAISSI, M.; KARNIADAKIS, G. E.. Hidden physics models: Machine learning of nonlinear partial differential equations. **Journal of Computational Physics**, v. 357, p. 125-141, 2018.
- RAISSI, M.; PERDIKARIS, P.; KARNIADAKIS, G. E.. Physics informed deep learning (part i): Data-driven solutions of nonlinear partial differential equations, **arXiv preprint arXiv:1711.10561**, 2017.
- RAISSI, M.; PERDIKARIS, P.; KARNIADAKIS, G. E.. Physics informed deep learning (part ii): Data-driven solutions of nonlinear partial differential equations, **arXiv preprint arXiv:1711.10566**, 2017.



VII SEMANA DA FÍSICA E  
V SEMANA DA MATEMÁTICA  
2019



UFSCAR - CAMPUS SOROCABA

---

Um estudo sobre a Teoria de Conjuntos Fuzzy e suas aplicações no diagnóstico de  
Câncer

Ellen Vilarinho da Silva<sup>1</sup>, Graciele P. Silveira<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Departamento de Física, Química e Matemática, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, Brasil.

**Palavras-chave:** Câncer, Modelagem Matemática, Teoria de Conjuntos Fuzzy

O câncer é um grave problema de saúde pública mundial, sendo responsável por mais de 9,5 milhões de mortes no mundo em 2018 e sua incidência tem crescido consideravelmente nos últimos anos, inclusive no Brasil.

Os objetivos deste trabalho foram compreender o processo de modelagem matemática, estudar a Teoria dos Conjuntos Fuzzy e os controladores Fuzzy, desenvolver alguns modelos fuzzy iniciais, pesquisar sobre a aplicação da matemática em diagnósticos de câncer e reproduzir a construção de um modelo matemático fuzzy para avaliar o risco de malignidade em tumores de ovário.

O câncer de ovário, embora seja mais raro, é uma doença que possui um alto grau de letalidade devido a sua tardia revelação. A Teoria de Conjuntos Fuzzy vem sendo cada vez mais utilizada em problemas de saúde, devido a sua capacidade de lidar com incertezas inerentes aos procedimentos médicos e biológicos.

Para alcançar os objetivos propostos, pesquisas, levantamentos bibliográficos e seminários foram realizados. Por fim, um sistema baseado em regras fuzzy (SBRF) foi construído em MATLAB/OCTAVE, tendo como variáveis de entrada: Estado Menopausal, Achados Ultrasonográficos e Níveis de CA125 (marcador tumoral para câncer de ovário). A saída do sistema foi “tipo de tumor”, classificado em benigno ou maligno. Simulações com dados de pacientes hipotéticas foram implementadas e os resultados fornecem as probabilidades de que o tumor se

enquadre em benigno e maligno. Portanto, conclui-se que o projeto de iniciação científica obteve êxito.

## **Referências**

ALONSO, A. C. R. Um modelo matemático para o índice de risco de malignidade de tumores do ovário utilizando a teoria dos conjuntos fuzzy. 2007. 73p. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Campinas, 2007.

BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática. 2. ed. Campinas: IMECC/UNICAMP, 2012.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2002.



VII SEMANA DA FÍSICA E  
V SEMANA DA MATEMÁTICA  
2019



UFSCAR - CAMPUS SOROCABA

---

## Equações Diferenciais com Parâmetros Fuzzy aplicadas em fenômenos biológicos

Patrícia do Nascimento dos Santos<sup>1</sup>, Graciele P. Silveira<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Departamento de Física, Química e Matemática, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, Brasil.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Equações Diferenciais Ordinárias, Lógica Fuzzy

A modelagem matemática via equações de diferenças e equações diferenciais, aliadas aos avanços computacionais e ao uso da lógica fuzzy, destacam-se cada vez mais em pesquisas envolvendo fenômenos biológicos.

Os objetivos deste trabalho foram: estudar o processo de modelagem matemática; explorar conceitos das equações de diferenças, bem como das equações diferenciais ordinárias; desenvolver exemplos de modelagem matemática com tais equações; compreender o conceito de conjunto fuzzy e diferenciá-lo do conjunto clássico; construir sistemas baseados em regras fuzzy (SBRF) e trabalhar com equações diferenciais com parâmetros fuzzy, aplicadas em problemas biológicos.

Para alcançar os objetivos propostos, pesquisas, levantamentos bibliográficos e seminários foram realizados. Um modelo matemático com equações de diferenças de segunda ordem, que descreve a propagação anual de plantas foi reproduzido. Alguns modelos iniciais de sistemas baseados em regras fuzzy foram desenvolvidos em MATLAB/OCTAVE, visando aprimoramento do manuseio da ferramenta, como por exemplo, para a “vitalidade das violetas”. Por fim, um modelo farmacocinético compartimental foi construído, primeiramente com equações diferenciais ordinárias e considerando constante o parâmetro que representa a velocidade de eliminação de um fármaco do organismo. Em seguida, analisou-se o modelo com tal parâmetro fuzzy, dependente do volume urinário, clearance de Creatinina e ph-sérico.

Simulações com dados de pacientes hipotéticos foram realizadas, para análise de possibilidades de administração de medicamentos. Pode-se concluir que o acoplamento de diferentes ferramentas matemáticas, como as equações diferenciais com parâmetros fuzzy, são de

grande utilidade pois permitem aferir conclusões e fazer previsões mediante variados problemas enfrentados pela sociedade.

## **Referências**

BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática. IMECC/UNICAMP, Campinas, 2012.v. 1.

BASSANEZI, R. C.. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. Contexto, São Paulo, 2002.

EDELSTEIN-KESHET, L. Mathematical Models in Biology. Philadelphia: SIAM, 2005.

MENEGOTTO, J. Aplicação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy em Modelos Farmacocinéticos Multicompartimentais. 2011. 140 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Campinas, 2011.



VII SEMANA DA FÍSICA E  
V SEMANA DA MATEMÁTICA  
2019



UFSCAR - CAMPUS SOROCABA

---

Ciclos limites bifurcando de centros planares

Ricardo Campanha Almagro<sup>1</sup>, Ana Mereu<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Departamento de Física, Química e Matemática, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, Brasil.

**Palavras-chave:** Equações Diferenciais Ordinárias, Órbitas Periódicas, Ciclos Limite

## 1 Introdução

Repetições ocorrem frequentemente no dia a dia das pessoas: toda manhã o sol nasce, todo dia primeiro de janeiro celebra-se o Ano Novo, a cada quatro anos um presidente é eleito, entre outros. Todos estes fenômenos possuem um fator em comum, a periodicidade.

Este trabalho é voltado àqueles fenômenos periódicos que são descritos por uma função  $x: R \rightarrow R^2$  cujo comportamento é governado por um sistema planar de equações diferenciais ordinárias.

Um ciclo limite é uma solução periódica isolada no conjunto de todas as soluções periódica do sistema de equações diferenciais.

Durante o século XX e estes primeiros 19 anos do século XXI a pesquisa sobre ciclos limite tem sido um dos grandes objetivos de Teoria Qualitativa de Sistemas Dinâmicos.

Considere um sistema diferencial planar polinomial. Que podemos dizer sobre o número e a configuração dos ciclos limite deste sistema? Este é o famoso 16º problema de Hilbert. Devido à dificuldade de se resolver o 16º Problema de Hilbert como fora proposto, vários novos enunciados foram surgindo para o problema. Um exemplo é o estudo do número máximo de ciclos limite que bifurcam de um centro, conhecida como versão fraca do 16º Problema de Hilbert.

Um método conhecido na literatura para o estudo das órbitas periódicas é o método Averaging. Resumidamente, a Teoria de Averaging estabelece uma relação entre soluções de um



sistema diferencial não autônomo dependente de pequeno parâmetro, e soluções do sistema diferencial averaged que é autônomo.

Neste trabalho é selecionado alguns modelos matemáticos de fenômenos naturais envolvendo sistemas planares onde tal método é aplicado com intuito de encontrar ciclos limites bifurcando de centros.

## **2 Objetivo**

O objetivo principal deste projeto é iniciar o aluno aos estudos de sistemas dinâmicos principalmente no problema de encontrar ciclos limites em sistemas planares. Através de um estudo de resultados clássicos da teoria qualitativa das equações diferenciais e do Método de Averaging tais conhecimentos são aplicados no cálculo do número de ciclos limites que podem bifurcar de centros planares.

## **3 Metodologia**

A metodologia empregada é a usual em pesquisa matemática. Referências bibliográficas como material fundamental foram utilizadas para o desenvolvimento do projeto, bem como, apresentação de seminários e reuniões semanais.

## **4 Resultados**

Foram selecionados alguns modelos matemáticos de fenômenos naturais envolvendo sistemas planares e neles aplicados o método de averaging com intuito de encontrar ciclos limites bifurcando de centros.

## **5 Conclusões**

Foi aplicado o método de averaging a fenômenos naturais envolvendo sistemas planares e foi encontrado o número de ciclos limites bifurcando de centros.

## **Referências**

PERKO, L. Differential equations and dynamical systems: Texts in Applied Mathematics, vol. 7. New York: Springer-Verlag, 1996.

SANDERS, J.A.; VERHULST, F. Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems: New York: Springer-Verlag, 1985.